§. 298.

Obschon über bie Theilung der Figuren überhaupt, unter verschiedenen Bedingungen sehr viele Aufgaben sich denken lassen, so würden wir doch über das vorgesteckte Ziel zu weit hinaus gehen, wenn wir mehre derselben hier anführen wollten, da jeder, der sich das hierüber Gesagte gut eigen gemacht hat, die ben ökonomischen Vertheilungen der Grundstücke gewöhnlich vorkommenden Fälle ohne Unstand auszuarbeiten im Stande seyn wird.

Wie man demnach eine Fläche von gleicher Länge nach gegebenen Verhältnissen der Breite nach, ohne einer vorhergehenden geometrischen Vermessung der ganzen Fläche gleich auf dem Felde einzutheilen habe, wird nach dem Vorhergehenden nicht schwer senn auszuführen, wie auch, daß ben Vertauschungen zerstreut liegender Grundstücke von verschiedener Güte und Tragbarkeit auf ähnliche Urt wie vorhin zu versahren sen, u. dgl.

Uber Theilung der Flachen konnen folgende Schriften gelefen werden :

Bugge, theor. prakt. Unleitung jum Teldmeffen, aus dem Daniichen von Ludol. Tobiefen. Altona 1798.

Bleibtreu, Ludm., Theilungslehre zc. Frankfurt a. M. 1819. Kirchner, Joh. Und., Lehre über geometrische und ökonomische Bertheilung der Felder. Weimar 1796.

Mayer, Joh. Lob., gründl. und ausführl. Unterricht zur prakt. Geometrie. Göttingen 1804. 3. Aufl. 3 Theile; und andere Schriften der prakt. Geometrie.

D. Megulirung unregelmäßiger Grenzen.

§. 299.

Aufgabe. Zwey Grundstücke A und B haben eine gemeinschaftliche sehr unordentliche Grenze abcde, die Besiger 158.
wünschten eine gerade, jedoch so, daß das Grenzzeichen ben a benbehalten werde, und jeder Eigenthümer eine mit der bis nun besigenben Fläche gleich große Fläche wieder erhalte.

Practische Meßkunst.

Fig. Auflösung. 1) Man verbinde an der entgegengesetzen Seite 158. des unverrückbaren Grenzzeichens die Endpuncte e und c des ersten Winkels d durch eine Gerade ce, führe zu dieser durch den Scheitelpunct dieses Winkels die Parallele d1, und verbinde diesen Punct 1 mit dem Scheitelpunct des nächsten Winkels c; so wird durch diese Diagonale 1c der Winkel d hinweggebracht, und der Besitzer A hat für sein verlornes Drepeck 1 ne das gleich große Vrepeck ndc vom Grenznachbar B erhalten (Gmtr. 154. 1).

2) Auf eben diese Art verbinde man 1 mit b, ziehe zu dieser Geraden 16 durch e die Parallele e 2, und sodann von dem Puncte

2 nach b. die Diagonale 2b.

3) Zieht man ferner von dem so eben bestimmten Punct 2 nach dem unverrückbaren Grenzpunct a die Gerade 2a, und zu dieser die Parallele b3 durch den nächsten Scheitelpunct b, endlich durch den Punct 3 und den sesten Grenzpunct a die Diagonale a3; so wird durch diese die verlangte geradlinige Grenze bestimmt, ohne daß einer oder der andere Grenznachbar von der Größe seiner Fläche etwas verloren hat. Unter Unwendung des §. 281. 7) und 10) gezeigten Versahrens kann diese Regulirung schnell bewirkt werden.

4) Soll diese Ausgleichung gleich unmittelbar auf dem Felde vorgenommen werden, ohne die Grenze vorher geometrisch aufzunehmen, und ohne mit einem Instrumente (vorzüglich Bussole) versehen zu senn, womit man die oben unter 1) und 2) erforderlichen Parale lellinien abstecken könnte; so tritt hier die §. 284. 4) schon erwähnte Schwierigkeit ein, und man dürste dieses Versahren nur dann ans wenden, wenn die Abstände, in welchen die Parallelen zu führen sind, nicht beträchtlich, daher ohne Nachtheil für die Nichtigkeit nach §. 125.

1) oder 2) auszuführen wären. Außer diesem verfährt man auf sole

gende Beife:

5) Man verbinde die zwey äußersten Grenzpuncte auf einer der geeignetsten Seiten, z. B. in Fig. $159\frac{1}{2}$. die Puncte h und 4 durch eine Gerade gh, und berechne den abgeschnittenen Theil zwischen dieser Geraden und der bestehenden Grenze 12345... Gesetzt dieser für den Theilhaber M betrage $2482^{-\circ}$; dividirt man diese Fläche durch die Länge der Geraden gh $= 162^{\circ}$ und beschreibt mit der Länge des erhaltenen Quotienten $15,4^{\circ}$ zwey Bogen, so wird die durch die höchsten Puncte dieser Bogen gezogenen Parallele gs die verlangte geradlinige Grenze sehn, und wodurch auch jeder Theilhaber M und N die vorige Größe seiner Fläche erhält.

- 6) Bare eine Grenze fehr unregelmäßig, wie in Fig. 158., Fig. fo verfahrt man auf folgende Urt: Un einer Geite ber ju regulirenden 158. Grenze ftecke man beliebige gerade Linien rq, qo ab, Die jedoch die Grenze nicht durchschneiben durfen, und falle auf diefe aus allen Echpuncten fentrechte Ordinaten und meffe fie nach §. 85. Go= bann berechne man die Trapeze und Drenecke nach S. 276. 4), um den Flacheninhalt zu erhalten, welcher zwischen den abgesteckten Linien und ber Grenze Eines Intereffenten liegt; jene Flache fen g. B. 21800 gefunden worden.
- 7) Sierauf verbinde man bie außerften Grengvuncte o und r durch eine Gerade, meffe diefe und auch die Genfrechte qs, berechne den Fladeninhalt bes Drepedes ogr, vergleiche ihn mit dem vorbin berechneten, um ju feben, ob von diefem Drepecte etwas abgefchnit= ten oder zu demfelben hingu gemeffen werden foll. Gefest, diefes Dren= ed ogr mare = 264 00, baber um 264 - 218 = 46 00 ju groß befunden worden; dividirt man den Überfcuß durch die halbe Lange der Grundlinie or, und wird das Drepect orp nach §. 290, 4) da= von abgeschnitten, fo wird rp die verlangte Grenze fenn.

8) Bare ein Grenzzeichen etwa o ober m unverrückt bengube= halten, fo mußte man im erften Falle die Bobe des Uberfcuß- ober Ergangungs - Duepectes rop, auf der andern Geite ma auftragen; im zwepten galle aber die Abfriffenlinie rq aus dem unverrudbaren Grenzpuncte m ziehen, und übrigens fo wie vorbin verfahren. Konnte man wegen Sinderniffe die gange Grenze auf Gin Mahl nicht so behandeln, fo verfahre man theilweise g. B. von m bis n, und

von da bis o auf die vorige Urt.

9) Die auf die vorige Beife bestimmten Grengpuncte konnen nachher vermög §. 287. von bem Papier auf das Feld übertragen und die neuen Grengpuncte vermarkt werden. Diefe Mufgabe findet auch in allen jenen Fallen mit Bortheil ihre Unwendung, wo man Grundstücken eine Schicklichere Figur verschaffen will,

10) Ift bas unverruckbare Grenzzeichen innerhalb ber Flache, etwa in b (Fig. 159.), und es foll die Grenze fo regulirt werden, 159. baf bie gerade Grenze durch diefen Punct gebe, fo wird die 2lusführung nur bann rathlich fenn, wenn ber 2lbftand bes firen Greng= punctes b von einer ber Grenglinien pq oder rs hochftens 1 der gangen Entfernung berfelben, und der Bintel abc, welchen nam= lich die gemeinschaftlichen Grenglinien ba und be einschließen, nicht unter 130 bis 110 Grade beträgt; weil außer diefen Bedingungen

Fig. die gegenüber liegenden Begrenzungen pq und r s von der sich erge-159. benden geraden Grenzlinie entweder gar nicht, oder so schief geschnit-

u. ten werden, daß die Grengnachbarn M und N eine folche schiefe 160. Richtung ihrer Grenze kaum munschen konnen, sondern lieber, wenn

- 160. Richtung ihrer Grenze kaum wunschen können, sondern lieber, wenn eine Verrückung des Grenzzeichen 3 möglich oder zulästig ift, die gebrochene Grenze cba nach dem obigen Versahren in eine gerade verwandeln lassen wurden. Je naher demnach der Punct b an pq oder rs liegt, und je stumpfer der Winkel cba ist, desto mehr ist der gegebene Fall zur Ausführung geeignet, und zwar nach §. 300.
 - 11) Ben attern Flachentheilungen ift nicht felten ein Grundftuck aus einem andern so herausgeschnitten worden, daß letteres zur Feldsbestellung eine unbequeme Grenze hat. Sind bende Flachen Parallelogramme ober Rechtecke (was felten der Fall senn wird) und es soll
- 152. 3. B. die Grenze abc (ober abd) in eine Gerade pq, ben Gleichestellung der betreffenden Flächen, verwandelt werden; so ist die Figur Acba = Ac.Ar, und die neue, gleichgroße Fläche ABqr = AB.Ae; es muß nämlich Ac.Ar = AB.Ae sen, woraus

 $Ae = \frac{Ac \cdot Ar}{AB}$ folgt.

12) Ist hingegen die Fläche Adba ein Trapez oder unregelmäßige Figur, so berechnet man seinen Inhalt z. B. = 2940 °, und dividirt ihn durch die Länge $AB = 157^{\circ}$, so gibt der Quotient $\frac{2940}{157} = 18,7^{\circ}$ die zugehörige Höhe Ae. Liegt nun Aa parallel mit Bq, oder weicht nicht viel davon ab, so wird in der Entsernung Ae eine Parallele pq zu AB die verlangte Gleichstellung der Flächen durch eine gerade Grenze abgeschnitten. Ben nicht paralleler Lage von Aa und Bq wird so wie unter §. 285. gezeigt, versabren.

§. 300.

Aufgabe. Ben einer unregelmäßigen Grenze liegt bas unver= 159. ruckbare Grenzzeichen b innerhalb der Fläche, man foll die Grenze u. so reguliren, daß der Größe der einen oder der andern Fläche unbe= 160. schadet, die neue Grenze gerade ift, und durch das fire Grenzzeichen geht.

1. Auflösung. Durch die Verlängerung der größern Grenzlinie cb wird von der Fläche N (und beziehungsweise M) das Drenect bua ab- und der Fläche M (und N) zugeschnitten; es muß also von M (N) eine eben so große Fläche ab- und dem N (M) zugetheilt werden.

159.

Dividirt man den Flächeninhalt des Drepecks dua durch die Fig. halbe Länge cb, so erhält man die Höhe eines Drepeckes von dem: 159. selben Inhalt (Gmtr. 135). Beschreibt man mit dieser Höhe aus ir: u. gend einem Punct f einen Bogen i, und verfährt weiters wie (§. 290. 160. 4.), so erhält man den Punct d, der mit b verbunden das Drepeck dbc = bua abschneidet.

Die neue Grenze dbu ist ben weitem der verlangten geraden Richtung schon näher, als die alte cba; durch die verlangte gerade Grenze de jedoch, wird wieder ein kleines Dreneck beu von N (M) abund an M (N) zugemessen. Verfährt man mit dem Drenecke beu und der Linie bd eben so, wie vorhin mit dem Drenecke bua und der Linie cb, u. s. w.; so wird der Winkel dbu immer kleiner und verschwindet endlich bis zur unmerklichen Größe.

2. Uuflösung. Ift die Begrenzung pq mit rs parallel, so kann man kurzer nach folgender Weise verfahren.

Man verlängere gleichfalls die größere Grenzlinie cb bis u, und denke die neue de von der verlangten Eigenschaft gezogen, so muß das Drepeck dcb = abu + ube sepn. Es kommt also darauf an, in den ähnlichen Drepecken dcb und ube eine von den Höhen dm oder en zu bestimmen. Der Kürze wegen sep dc = G, du = g, md = x, en = y und des Drepeckes abu Höhe at = h, so ist

$$\frac{1}{2} \mathbf{G} \cdot x = \frac{1}{2} g \cdot h + \frac{1}{2} g \cdot y$$
oder $\mathbf{G} \cdot x = g \cdot h + g \cdot y$
. . . . (21)
We gen $d c b \sim u b e$ verhalt sich

$$G: g = x: y$$
, daher ist $y = \frac{g \cdot x}{G}$

biefen Werth in (21) fubftituirt, gibt

G.
$$x = g$$
. $h + g$. $\frac{g \cdot x}{G}$; ober G^2 . $x = G$. $g \cdot h + g^2$. x
ober x ($G^2 - g^2$) = $G \cdot g \cdot h$
endlidy $x = \frac{G \cdot g \cdot h}{G^2 - g^2} = \frac{G \cdot g \cdot h}{(G + g)(G - g)}$

Wird nun der Werth für a aus den auf dem Papier, oder unmittelbar auf dem Felde gemessenen Längen berechnet, und mit der gefundenen Länge fi ein Bogen i beschrieben, und weiters so verfahren wie oben, so wird der dadurch bestimmte Punct a mit dem siren Grenzpunct b verbunden, die Richtung der neuen Grenze in der verlangten Eigenschaft bestimmen. Fig. Es sen z. B. G = cb = 97.5; g = bu = 34.5; und h = at 159. = 34.6; so findet man x = fi = dm = 13.8. Berlangten Falles ist y = en = 4.9.

Will man w durch die Verzeichnung finden, so suche man zu G + g = cu, G und g die 4te Proportionale = v; sodann zu G - g, v und h die 4te Proportionale = x = fi vermög Gmtr. 84.1). Das durch die Rechnung und Verzeichnung bestimmte Resultat für w kann 160. zur gegenseitigen Prüfung dienen.

3. Auflösung. Wenn die Begrenzungen qp und sr nicht parallel sind. Ben einer solchen Lage soll jedoch die schiefe Reigung der Art senn, daß die Verlängerungen pq und rs sich nicht unter 30 Graden schneiden, weil sonst die Fläche M durch die neue Grenzlinie eine zu spissige, für die Feldbenützung nicht sehr geeignete Figur erhalten würde *). Die Ausstührung selbst geschieht durch die oben gezeigte Annäherung, oder etwas kürzer auf solgende Weise.

Nachdem durch die Verlängerung $c\,b$ der Punct u bestimmt ist, dividire man den Flächeninhalt des Drepeckes $b\,au$ durch die Differenz von $c\,b-b\,u$, um die bepläufige Richtung der neuen Grenze $d\,e$ zu erhalten. Hierauf theile man $u\,e$ in zwey gleiche Theile, ziehe durch den Theilungspunct z zur Grenze $s\,r$ die Parallele $z\,w$ (auf dem Felde nach \S . 125. 2), seße in die obige Gleichung anstatt $g=b\,u$, nun die Länge $b\,w$, und berechne daraus $x=fi=d\,m^{**}$); so wird ben Vergleichung der Flächeninhalte der Drepecke $c\,d\,b$ und $b\,a\,e$ der Unterschied so unbedeutend sehn, daß eine Wiederholung des so eben gezeigten Versahrens nicht mehr nöthig sehn dürfte.

a) Die Grenzregulirung felbst in allen dren Fällen ist übrigens ohne Schwierigkeit, auch gleich unmittelbar auf dem Felde auszuführen, ohne erst die Fläche geometrisch aufzunehmen und zu berechnen; woben nur die dren Linien bc, bu und at wirklich zu messen sind.

§. 301.

161. Rufg ab e. Eine streitige Waldsläche von f=8 Joch Größe ift vermög Übereinkunft der streitigen dren Partenen A, B und C nach

^{*)} Der Deutlichkeit wegen, ift hier die Figur gegen das §. 299. 10) bes dingte Berhältniß gezeichnet worden.

^{**)} Die Lage der vorläufig bestimmten Grenze de, und jene der durch die obige Gleichung sich ergebenden wahren Grenzlinie ist so unbedeutend, daß sie auf dem Papier nicht sehr merkar, daher nur indessen vorgemerkt (§. 287. 3), sodann auf dem Felde aufgetragen, und dadurch ihre wahre Lage bestimmt wird.

dem Berhaltniffe ber Lange ihrer an bas ftreitige Stuck anftogenden Fig. Balbgrengen zu vertheilen, fo daß die Theilungslinien aus einem 161. in der Mitte liegenden Sugel (oder Felfenfpite) D in möglichft gerader Richtung fich an bie alten Grenzpuncte a, b und c anschließen. Die Lange ber anftogenden Grenze von a bis b bes Eigenthumers A beträgt 240 Klftr., jene bes Eigenthumers B von b bis c beträgt 276 Riftr., und die Lange der Baldgrenze von e bis a ber Parten C ents balt 300 Rlaftern.

Muflöfung. 1) Man ziehe aus bem gegebenen Theilungspunct D an die alten Grengpuncte a, b und c gerade Linien, berechne jes den folden Theil b Da, a Dc, u. f. w. insbefondere, und mache auch ihre Gumme, um die Große der zu vertheilenden Glache zu wiffen.

- 2) Run bestimme man vermoge ber gegebenen Berhaltnifgablen 240:276:300 ober 20:23:25 nach Rf. 296 ben gebührenden Un= theil einer jeden Parten, vergleiche ihn mit bem oben vorläufig berechneten Theil derfelben Parten, und ichneide nachher den ben einem Theile etwa gefundenen Überfchuß, vermög §. 290. 4) hinweg, oder meffe ben etwa fich ergebenden Abgang auf eben diefe Urt bingu; fo werden fich die wirklichen Theilungelinien Dm, Dn und Db erge= ben, wie es aus bem Vorhergebenden und ber Figur deutlich erhellet.
- 3) Über bas Ubstecken ber Theilungslinien auf bem Felbe kann bas 6. 287 gezeigte Berfahren nachgelefen werben.
 - a) Bare der Theilungspunct D nicht icon gegeben, fo tann ders 162. felbe dadurch bestimmt, und von ihm aus die Theilungslinien gerade nach den alten Grengpuncten a, b und e gezogen werden, indem man die zu vertheilende Flache vorher berechnet, und jedem Theilnehmer feinen Untheil nach 2) beffimmt ; hierauf zwen und zwen Puncte, 3. B. a mit b und a mit c verbindet, ben abgeschnittenen Theil zwi= fchen ab und A insbesondere berechnet, ihn von der dem A gutom= menden Flache abzieht, und den überreft durch die halbe Grundlinie ab dividirt (§. 290. 4), um die Bohe gu einem noch hingu gu meffenden Drepede zu erhalten. Mit diefer gefundenen Sohe beschreibe man aus einem beliebigen Puncte der Grundlinie ab einen Bogen mn und giebe durch den höchften Punct diefes Bogens die Parallele pq gu ab von unbestimmter Lange. Nachher verfahre man ben ac auf gleiche Urt, um ben Bogen rs zu erhalten, ziehe durch den höchften Punct desfelben gu ac die Parallele tD; fo wird hierdurch pq gefcnitten, und der Theilungspunct D bestimmt fenn, der nachher mit den alten Grengpuncten a, b und c durch gerade Linien nur verbun= den werden darf, um jedem feinen Untheil gehörig abzufchneiden.

b) Wenn mehr als dren Theilnehmer maren, fo muffen die Theis

Fig. 162.

lungelinien der übrigen eben fo, wie in §. 290 gezeigt worden ift, beflimmt und die hierdurch etwa zu fehr gebrochenen Grenzen, auf Berlangen, nach §. 299 in eine gerade verwandelt werden.

c) Bey der Vertheilung eines bisher von mehrern Parteyen gemeinschafilich genossenen Grundes muß man darauf Rücksicht nehmen, daß einem jeden Theilnehmer der ihm am nächsen und bequemften gelegene Theil zugemessen werde (wenn es besondere Umstände nicht anders fordern); besonders aber muß bey einer solchen Theilung eines Waldes oder anderen Grundes, der in Zukunft als Wald bewirthschaftet und benützt werden soll, auf die bequeme Absuhr des Holzes Rücksicht genommen werden, daß z. B. eine dießseits eines Vergerückens wohnende Partey nicht jenseits, und eine daselbst wohnende Partey dießseits des Berges ihren Antheil bekomme, oder daß ihre Antheile nicht zu beyden Seiten des Berges liegen, u. dgl.

§. 302.

Wenn ben einer Grenze die kennbaren Grenzzeichen verloren gegangen, baher dieselbe durch Länge der Zeit dunkel geworden wäre, und es ist eine Karte überhaupt, oder eine eigene Grenzkarte (§. 251.) hierüber vorhanden, so sieht man an Ort und Stelle selbst nach, weleche Steine der Nummer nach sehlen. Sodann zieht man auf der Karte eine gerade Linie zwischen den benden noch vorhandenen Steinen, und von den sehlenden Steinen auf diese Linie senkrechte Ordinaten, steckt diese Linie auch draußen ab, trägt auf derselben die gehörigen Entsternungen bis zu den senkrechten Abständen der Grenzzeichen, und von da unter rechten Winkeln (etwa durch Hussen Winkelmesser, der Bussole oder Kreuzscheibe) die zugehörigen senkrechten Abstände nach dem wirklichen Maße auf, wie sie auf der Karte nach dem versüngten Maße gefunden worden sind; so wird man dadurch die Puncte, wo die Grenzzeichen gestanden sind, wieder erhalten.

§. 303.

Würde aber nur hier und bort ein Grenzzeichen fehlen, so erhellet aus bem Bisherigen beutlich genug, wie man vermittelst eines ber angeführten Meß-Instrumente zu verfahren habe, um die gehörigen Puncte wieder zu sinden. Wenn hingegen über eine solche dunkel gewordene Grenze keine Karte vorhanden wäre, so darf man freylich nicht hoffen, die vormahligen Grenzpuncte mit voller Gewißheit wieder zu sinden. Man muß sich bier nur mit der Wahrscheinlichkeit begnügen, die aber durch eine kluge Berücksichtigung der Umstände öfters bis zu einem hohen Grad bestimmt werden kann. Jedoch kann biese Berücksichtigung schwerlich einer Regel unterworfen werden, sondern sie Fig. hängt allein von dem Scharfsinne der Grenzberichtigungs-Commission ab. Als besonders dahin gehörig ist ben Wälbern die Beschaffenheit des Holzes zu rechnen, in so ferne dieselbe Aufschluß gibt, wie weit zu einer gewissen Zeit von dem einen oder dem andern Interessenten gehauen worden ist.

Rann man endlich in zweifelhaften Fallen ben Lauf ber vorsmahls bestandenen Grenze auch nicht einmahl mit Wahrscheinlichkeit bestimmen, so psiegt man sich über den Gegenstand zu vergleichen, und das Mittel von der beyderseits angenommenen Meinung als die künftige Grenzlinie anzunehmen, worüber auch die Note Seite 375) nachgelesen werden kann.

§. 304.

Damit eine solche Theilung (oder Grenzregulirung) in der Folge nicht bestritten werden kann, läßt sich der Geometer, nach ihrer Bollendung, von der betreffenden Grundherrschaft ein legales, von allen Interessenten unterfertigtes Protokoll ausstellen, in welchem sie bestätigen: daß die vorgenommene Theilung (oder Grenzeregulirung) auf ihr Unsuchen und mit Einwilligung der Grundobrigkeit unternommen worden, und zu ihrer vollkommenen Zufriedenheit ausgefallen sepe; welches Document sodann der Indication ben der betreffenden Riede anzuschließen, und dieser Unschluß, so wie die Handlung selbst in der Rubrik: Unsmerkung, neben dieser Ried (District 20.) zu bemerken ist.

Hat nun der Geometer seine Aufnahme richtig vollendet und auf dem Papier rein ausgearbeitet; hat er die allenfalls nöthige Eintheilung oder Vertheilung auf demfelben sowohl, wie auch auf dem Felde vollführt, und im letztern Falle jedem Theilhaber seinen Antheil nach Pflicht und Gewissen zugemessen; übersieht er endlich in diesem Bewußtseyn bas vollendete Werk seiner Anstrengung, so entströmt seinem Innern ein Wonnegefühl, welches für ihn weit lohnender als der reichste Ehrensold ist.