

Von den Regelflächen.

59. Die Regelflächen haben so wie die Cylinder ebenfalls zwey Haupterzeugungsarten. Man kann sie einmal betrachten als durch eine unbestimmte Gerade hervorgebracht, welche immer durch einen gegebenen festen Punkt geht und sich dabey auf eine gegebene Kurve als Leitlinie stützt. Der einzige Punkt, durch den die Gerade immer geht, ist der Mittelpunkt der Fläche, sehr ungeeignet hat man ihm den Namen des Scheitels gegeben.

Man kann die Regelflächen auch auf eine zweyte Art erzeugen, welche wir hier zu mehrerer Einfachheit, nur auf diejenigen von kreisförmigen Leitlinien anwenden wollen. Diese Flächen können betrachtet werden, als von einem Kreise durchlaufen, welcher sich so bewegt, daß, während sein Mittelpunkt immer in der nach dem Mittelpunkt der Fläche gerichteten Geraden bleibt, sein Halbmesser in jedem Augenblick der Bewegung proportional sey, zu der Entfernung seines Mittelpunkts von jenem der Fläche.

Es ist einleuchtend, daß, so wie die Ebene des Kreises sich gegen den Mittelpunkt der Fläche bewegt, der Halbmesser desselben abnehme, und Null werde, wenn die Ebene durch den Mittelpunkt geht, und daß dieser Halbmesser seine Richtung ändere, um sofort unbestimmt zu wachsen, so wie die Ebene, nachdem sie den Mittelpunkt passirt hat, sich mehr und mehr von demselben entfernt.

Bei dieser zweyten Erzeugungsart ändert der Kreis, welcher Erzeugungslinie ist, nicht nur die Stellung, er ändert auch die Gestalt, weil er den Halbmesser ändert, und folglich Krümmung und Ausdehnung.

60. Der Mittelpunkt vereinigt zwey durchaus gleiche Theile eines Kegels, welche zusammen aber nur eine und dieselbe Fläche konstituiren. Wir nennen jeden dieser Theile ein Netz der Fläche. Es ist dieses ein allgemeiner Grundsatz, daß man als zu einer und derselben Fläche gehörig alle jene Theile zu betrachten hat, welche durch eine nemliche Bewegung, oder durch eine nemliche Linie in ihrer ganzen Ausdehnung erzeugt werden können, und wir nennen im Allgemeinen jeden solchen Theil ein Netz dieser Fläche. Die Eintheilung einer Fläche in Netze ist ganz analog mit der Eintheilung der Kurven in Zweige oder Schenkel.

61. Die Familie der Cylinderflächen kann als in jener der Regelflächen mitbegriffen betrachtet werden; um dieses einzusehen, denken wir uns die Leitlinie eines Kegels in einer unveränderlichen Stellung, und nehmen wir an, daß der Mittelpunkt der Fläche, nach welchem alle geraden Erzeugungslinien zusammenlaufen, in eine unendliche Entfernung von dieser Leitlinie übergehe, so werden alle geraden Erzeugungslinien eine parallele Stellung unter sich nehmen, und die Fläche wird sich in einen Cylinder verwandeln.

Wegen dieser Analogie der beyden Flächenfamilien wendet man auch auf beyde die gleiche Benennungsweise an; so nimmt man die ebene Leitlinie den Namen der Basis oder der Grundlinie, und jede einzelne Stellung der geraden Erzeugungslinie die einer Kante der Regelfläche an &c.

Die einfachste aller Regelflächen ist der gerade kreisförmige Kegel, er hat als Grundlinie einen Kreis, und der Mittelpunkt der Fläche liegt in der Axe dieses Kreises, welche zugleich der Axe des Kegels ist.

Der schiefe kreisförmige Kegel hat als Grundlinie einen Kreis, aber die aus dem Mittelpunkt der Grundlinie nach jenem der Fläche gezogene Geraden ist nicht senkrecht auf die Ebene dieser Grundlinie.

Man kann die Regelflächen als die Gränzen der Pyramiden betrachten, deren gemeinschaftlicher Scheitel im Mittelpunkt der Fläche liegt, und deren Grundlinien um die des Kegels umschriebene oder eingeschriebene Polygone sind. (Man sehe in Bezug auf die Kegel; und die Cylinderflächen die Note 1 zu Ende dieses Buches).

Von den Umdrehungsflächen.

62. Wenn man irgend eine gerade oder krumme Linie, von einfacher oder doppelter Krümmung, sich dergestalt um eine feste Gerade als Axe drehen läßt, daß jeder Punkt der beweglichen Linie immer in gleichem Abstände von jedem Punkte der Axe bleibt, so erzeugt man durch die Bewegung dieser Linie eine Umdrehungsfläche.

Jeder Punkt der Erzeugungslinie einer Umdrehungsfläche beschreibt bey ihrer Drehung den Umfang eines Kreises, die Ebenen aller dieser Kreise sind senkrecht auf die Axe und ihre Mittelpunkte liegen in dieser Axe. Wenn man durch irgend einen Punkt der Erzeugungslinie und durch die Axe eine Ebene annimmt, so lassen sich alle diese Eigenschaften, nach dem was wir (Art. 42 u. 43.) über die Bewegung einer Ebene und eines Punktes in derselben gesagt haben, leicht erklären.

Die Umdrehungsflächen können auch betrachtet werden, als durch einen Kreis erzeugt, welcher sich so bewegt, daß, während sein Mittelpunkt immer in der Axe bleibt, und seine Ebene immer senkrecht auf diese Axe, sein Halbmesser in jedem Moment der Bewegung gleich sey der Entfernung des Punktes, in welchem die Ebene des Kreises die Axe durchschneidet, von demjenigen, in welchem sie eine im Raume gegebene Kurve trifft. Hiebey ändert die Erzeugungslinie, deren Gestalt bey der ersten Erzeugung beständig blieb, zu gleicher Zeit Stellung und Gestalt.

63. Wenn man aus allen Punkten einer doppelt gekrümmten Erzeugungslinie einer Umdrehungsfläche Senkrechte auf die Axe gefällt denkt, und an derselben beendigt, so