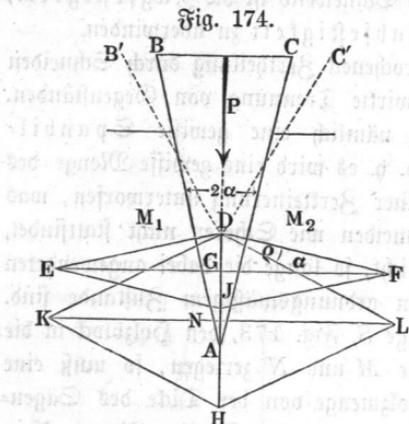


§. 54. **Schneiden.** In Fig. 174 sei durch das gleichschenkelige Dreieck BAC der Querschnitt eines Messers oder sonstigen Schneidwerkzeugs dargestellt, und es möge vorausgesetzt werden, daß auf den Rücken BC dieses Keils eine gewisse Kraft P ausgeübt wird, welche durch die Strecke DJ vorgestellt sein soll. Würde das Eindringen dieses Keils in das zu zertheilende Material ohne Reibung vor sich gehen, so hätte man sich die Kraft $P = DJ$ durch das Parallelogramm der Kräfte $DEJF$ in zwei Seitenkräfte zerlegt zu denken, welche senkrecht zu den Keilflanken BA und CA anzunehmen sein würden. Man erhielte unter dieser Annahme jede der Pressungen, mit welcher die Keilflanken gegen das



$$DE = DF = \frac{DG}{\sin DFG} = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

Dieser Kräfte setzt das Material einen Widerstand entgegen, welcher senkrecht zu der Ebene DH anzunehmen ist, in der die Trennung erfolgt. Man hat sich nämlich vorzustellen, daß die beiden Stücke M_1 und M_2 , in welche der Gegenstand zerlegt wird, vor dieser Zerlegung mit zwei gleichen entgegengesetzten Kräften zusammengehalten werden, deren Betrag in dem Augenblicke der stattfindenden Trennung gerade gleich der Zerreißungsfestigkeit des Gegenstandes an der Trennungsstelle ist. Die Bedingung des Gleichgewichts erfordert nun, daß dieser von dem Materiale geäußerte Widerstand gleich der zur Mittelebene des Keils DA senkrechten Seitenkraft jeder der beiden Flankenkräfte DE und DF ist, und man hat daher in der halben Diagonale $GE = GF$ des Parallelogramms das Maß für die Größe des Widerstandes, der durch die Druckkraft DJ auf den Rücken des Keils hervorgerufen wird. Bezeichnet man daher mit W den beim Zerreißen des Gegenstandes zu überwindenden Widerstand, welcher in der Figur durch $GF = GE$ dargestellt sein mag, so findet nach der Figur die Beziehung statt: $P = DJ = 2DG = 2GF \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2W \operatorname{tg} \alpha$.

Es geht hieraus hervor, daß die zum Zertheilen des Gegenstandes angewendende Druckkraft um so kleiner ausfällt, je kleiner der halbe Keilwinkel $\alpha = BAD = CAD$, d. h. je schärfer der Keil ist. Es würde hiernach bei einem sehr kleinen Winkel α , welcher sich wenig von Null unterscheidet, d. h. bei nahezu parallelen Keilflanken, schon eine äußerst geringe Kraft P hinreichen, um die Zerlegung des Körpers zu bewirken. Daß dies in Wirk-

ichkeit nicht der Fall ist, hat seinen Grund in dem Auftreten der Reibung an den Seiten des Keils.

Um die an den Keilflanken BA und CA auftretenden Reibungswiderstände in Rechnung zu bringen, hat man wiederum nur nöthig, die Druckrichtungen, in welchen die von diesen Flanken ausgehenden Wirkungen ausgeübt werden, nicht senkrecht zu den Flanken anzunehmen, sondern von den Senkrechten um die Größe des entsprechenden Reibungswinkels abweichend voraussetzen. Zieht man daher von D aus die beiden Geraden DK und DL so, daß $EDK = FDL = \varrho$ gleich dem Reibungswinkel gemacht ist, welcher der Verschiebung der Keilflächen auf dem zu zertheilenden Stoffe zugehört, so gilt nunmehr das mit diesen Richtungen zu zeichnende Parallelogramm $DKHL$ für die Beurtheilung der verhältnißmäßigen Größen von W und P . Man ersieht hieraus, daß, wenn ebenfalls wieder $NK = NL = W$ den zu überwindenden Widerstand des Materials vorstellt, die auf den Rücken des Keils auszuübende Druckkraft P nunmehr durch die Strecke DH dargestellt wird, also erheblich größer ausfällt, als diejenige DJ , die sich unter Vernachlässigung der Reibung ergibt. Man findet aus der Figur jetzt die Beziehung:

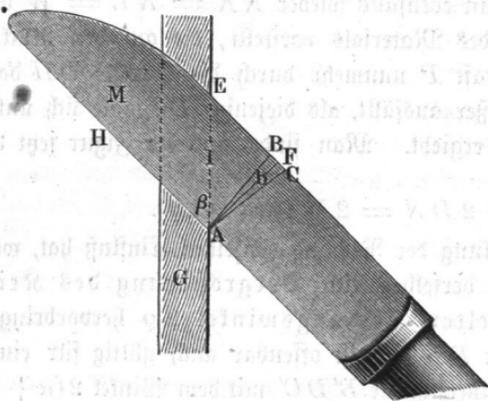
$$P = DH = 2DN = 2W \operatorname{tg}(\alpha + \varrho).$$

Hieraus folgt, daß die Wirkung der Reibung denselben Einfluß hat, welchen beim Nichtvorhandensein derselben eine Vergrößerung des Keilwinkels 2α um den doppelten Reibungswinkel 2ϱ hervorbringen würde. Das Parallelogramm $DKHL$ ist offenbar auch gültig für einen reibungslosen Keil von dem Querschnitte $B'DC'$ mit dem Winkel $2(\alpha + \varrho)$ an der Schneide. Man erkennt hieraus, daß bei einem Messer von unendlich kleinem Winkel an der Schneide eine auf den Rücken wirkende Kraft P keineswegs einen unendlich großen Seitendruck W zu erzeugen vermag, wie es ohne Reibung der Fall sein müßte, sondern daß ein solches Messer, dessen Seitenflanken nahezu parallel sind, in seiner Wirkung mit der eines reibungslosen Keils übereinstimmt, dessen Winkel an der Schneide gleich dem doppelten Reibungswinkel 2ϱ ist. Hieraus erklärt sich der für alle Schneidarbeit vortheilhafte Einfluß der Schmiermittel, da durch dieselben die Reibung und damit der Reibungswinkel herabgezogen wird. Da ferner die Reibung erfahrungsmäßig um so kleiner ausfällt, je glatter die sich reibenden Flächen sind, so ist die hohe Politur, wie man sie namentlich an den bekannten und wegen ihrer Vorzüglichkeit geschätzten amerikanischen Nerten bemerkt, für die gute Wirksamkeit dieser Werkzeuge von hervorragender Bedeutung. Aus gleichem Grunde wird man die Wirkung des Abziehens der Rasirmesser auf einem Streichriemen weniger einer Zuschärfung oder Verkleinerung des Keilwinkels, als vielmehr einem Poliren und der damit verbundenen Verringerung des Reibungswinkels zuzu-

schreiben haben, auch steht wohl der Gebrauch der Seife bei dem Rasiren hiermit in Zusammenhang.

Der Winkel 2α , welchen die Seitenflächen eines Messers oder sonstigen Schneidwerkzeugs mit einander bilden, kann mit Rücksicht auf die Festigkeit desselben natürlich nicht unter eine gewisse Größe herabgehen. In vielen Fällen der Anwendung kann man aber doch eine Verkleinerung des bei dem Schneiden in Betracht und zur Wirkung kommenden Winkels unter dieses kleinstmögliche Maß durch ein schräges Ansetzen des Messers erzielen, wie man sich mit Hülfe der Fig. 175 verdeutlichen kann. Stellt hierin M ein Messer vor, dessen Querschnitt BAC an der Schneide bei A den Seitenwinkel $BAC = 2\alpha$ erhalten hat, und denkt man dieses Messer derartig

Fig. 175.



schräg gegen den zu bearbeitenden Gegenstand G gesetzt und durch denselben hindurchgeführt, daß die Bewegungsrichtung des Messers EA mit der Schneide HA anstatt eines rechten den spitzen Winkel $HAE = \beta$ bildet, so kommt offenbar bei dem Schneiden ein Keil zur Wirkung, welcher dem durch AE geführten Durchschnitte des Messers entspricht. Der

Winkel $2\alpha_1$ an der Spitze dieses Durchschnittees ergibt sich durch die

Gleichung $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{d}{l} = \frac{d}{b} \sin \beta = \operatorname{tg} \alpha \sin \beta$, wenn $2d = BC$ die

überall gleiche Dicke der Messerklinge und $b = AF$ deren Breite bedeutet. Dieses Mittel der schrägen Durchführung der Messerklinge, welches man im gewöhnlichen Leben vielfach unbewußt zur Anwendung bringt, wird auch bei Maschinen häufig benutzt, z. B. bei Häckselmaschinen, bei denen die Messer vermöge ihrer gekrümmten Gestalt ebenfalls eine zu ihrer Bewegungsrichtung schräge Stellung einnehmen, worüber an der betreffenden Stelle das Nähere angeführt wird.

Mit diesem Einflusse einer schrägen Anstellung des Messers ist derjenige wesentlich übereinstimmend, welchen die ziehende Bewegung des Messers parallel mit seiner Schneide auf die Wirkungsweise ausübt. Es ist eine bekannte Thatsache, daß man gewisse weiche und zähe Körper, wie z. B. Kork oder Gummi, gar nicht oder nur schlecht mit einem Messer durchschneiden kann, auf welches nur senkrecht zu seiner Schneide gedrückt wird,

während das Schneiden mit geringem Drucke vollführt werden kann, sobald man dem Messer gleichzeitig eine ziehende hin- und hergehende Bewegung parallel seiner Schneide ertheilt, etwa in der Weise, wie man eine Säge führt. Man hat diese Erscheinung auch in der That so erklären wollen, als sei jedes Messer dabei wie eine Säge wirkend, indem man annahm, daß die unvermeidlichen kleinen Rauigkeiten, welche selbst bei der best geschliffenen Schneide vorhanden sind, wie die Zähne von Sägen arbeiten. Es läßt sich leicht die Unhaltbarkeit dieser Ansicht zeigen, denn unter dieser Voraussetzung müßten natürlich auch Sägespäne gebildet werden, und zwar müßten dieselben wie bei jeder anderen Säge auch innerhalb der Zwischenräume oder Lücken zwischen den erwähnten kleinen Rauigkeiten hinreichenden Raum finden, wozu viel größere Rauigkeiten erforderlich sein würden, als sie bei gut geschliffenen und polirten Schneiden wirklich vorhanden sind. Es bedarf übrigens zur Erklärung der erwähnten Erscheinung gar nicht einer so gesuchten Annahme, wie die angeführte, vielmehr genügt die Berücksichtigung der Flankenreibungen vollständig zur Beurtheilung der hierbei in Betracht kommenden Verhältnisse, wie die folgende Betrachtung lehren wird.

Es sei in Fig. 176 I (a. f. S.) durch BAC wieder der Durchschnitt durch ein Messer dargestellt, von welchem die eine Flanke AC in D den Widerstand W des zu zertheilenden Materials überwinden soll. Da bei der vorausgesetzten Symmetrie des Werkzeuges die Verhältnisse auf der anderen Seite die gleichen sind, so genügt die Betrachtung der einen Flanke AC , wenn für diese eine Seite auch nur die Hälfte der auf den Rücken BC des Keils thätigen Kraft P wirkend gedacht wird. Es werde wieder an die Senkrechte DF zu dieser Keilflanke in D der Reibungswinkel $\rho = FDG$ angetragen; dann findet sich, wenn der zu überwindende Widerstand W des Materials senkrecht zur Mittelebene AO des Keils gleich DE gemacht wird, nach dem Vorhergehenden in EG die Hälfte der auf den Rücken wirkenden Kraft, sobald man die Gerade EG parallel zur Mittellinie AO des Keils

zieht. Man hat wieder wie oben die Beziehung $\frac{P}{2} = EG = W \operatorname{tg}(\rho + \alpha)$,

und man erkennt auch wieder aus der Figur, daß bei dem Nichtvorhandensein der Reibung die Hälfte der erforderlichen Druckkraft durch die Strecke $EF = W \operatorname{tg} \alpha = \frac{P_0}{2}$ ausgedrückt sein würde.

Es ist hierbei vorausgesetzt, daß auf den Keil lediglich diese Druckkraft und zwar in der Mittelebene senkrecht zur Schneide wirke, und daß dem Messer nicht gleichzeitig eine Bewegung in der Richtung der Schneide durch eine mit dieser parallele Kraft ertheilt werden soll. Unter dieser Voraussetzung wird daher der Keil auch in einer zur Schneide senkrechten Richtung in das Material eindringen müssen, welche Richtung in Fig. 176 II

Fig. 176 I, daß in diesem Falle zur Ueberwindung des Widerstandes W auf den Rücken BC des Messers nur eine Kraft wirken muß, deren Hälfte durch die Strecke $\frac{1}{2} P_1 = EL$ dargestellt wird, welche also erheblich kleiner ist, als diejenige EG , die einem geraden Durchdrücken des Messers ohne ziehende Bewegung desselben zukommt.

Die Größe der Kraft, mit welcher die Keilflanke auf das Material in D einwirkt, also die im Mantel des Reibungskegels gelegene Strecke DL kann man ansehen wie die Diagonale eines Parallelepipediums, dessen drei auf einander folgende Seiten dargestellt werden durch $DE = W$, $EL = \frac{1}{2} P_1$, diese beiden in der zur Schneide A senkrechten Ebene $D_1 A_1$ liegend und durch $K_1 L_1$ parallel der Schneide $A_2 A_3$ des Messers. Es folgt aus der Figur, daß man durch die Zugabe der ziehenden Bewegung den erforderlichen Rückendruck auf das Messer von dem Werthe $2 EG = 2 W \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)$ im äußersten Falle bis zu dem Betrage $2 EF = 2 W \operatorname{tg} \alpha$ herabziehen kann; im letzteren Falle, welcher der Grenze entspricht, würde allerdings von einem Eindringen des Messers nicht wohl mehr die Rede sein können, da dasselbe dann in einer mit der Schneide $A_2 A_3$ parallelen Richtung bewegt würde. Man macht von dem besprochenen Mittel des gezogenen Schnittes, d. h. der Hinzugabe einer mit der Schneide parallelen Bewegung in allen solchen Fällen einen vortheilhaften Gebrauch, in denen das zu schneidende Material wegen seiner zu geringen Widerstandsfähigkeit gegen Abbrechen einen größeren auf den Rücken des Keils ausgeübten Druck nicht zuläßt. So wurde schon erwähnt, daß man sich des gedachten Mittels bei dem Schneiden von Kork bedient; man erhält dabei immer mit Leichtigkeit schöne glatte Schnittflächen, während bei einem geraden Durchdrücken des Messers ohne ziehende Bewegung entweder ein Abbrechen des Korkstückes oder des Messers zu erwarten ist. Ebenso ist das Abschneiden der Gras- und Getreidehalme mittelst der Sense nur erreichbar, weil die Schneide der Sense dabei vermöge der eigenthümlichen Bogenbewegung der Arme des Schnitters wesentlich an den Halmen entlang gezogen wird. In sehr vielen Fällen des täglichen Lebens wendet man oft unbewußt die ziehende Bewegung des Messers an.

Es ist wohl zu bemerken, daß zwar durch die Anwendung des Ziehens der zum Durchschneiden des Gegenstandes erforderliche Rückendruck auf das Messer verringert wird, daß aber mit dieser Anwendung ein größerer Arbeitsverlust durch Reibung verbunden ist, als bei dem Schneiden ohne Durchzug. Denkt man sich nämlich das Messer in der Richtung senkrecht zu seiner Schneide um eine bestimmte Größe, etwa um $D_1 A_1$ (Fig. 176 II) eindringend, so gleitet irgend ein Punkt der Keilflanke an dem Material auf einem Wege

entlang, welcher durch $D_1 A_1$ bei dem geraden Durchdrücken dargestellt wird, während bei dem schrägen Schneiden dieser Weg durch die Hypotenuse $D_1 A_2$ gemessen wird, also um so größer ausfällt, je schief der Schnitt erfolgt. Aus diesem Grunde ist es nicht gerechtfertigt, von dem Durchziehen des Messers Gebrauch zu machen bei Materialien, welche, wie z. B. die Metalle, genügende Widerstandsfähigkeit haben, um ein gerades Durchdrücken des Messers zu vertragen.

Um die bei dem gezogenen Schnitt erforderliche Kraft zu ermitteln, sei der Winkel $L_1 D_1 K_1 = \beta$ gegeben, welchen die Richtung des Eindringens mit der zur Schneide $A_2 A_3$ senkrechten Richtung $D_1 A_1$ bildet. Es ist dann in dem bei DK rechtwinkligen sphärischen Dreieck $DFKL$ außer dem rechten Winkel noch der Winkel bei $DF = \beta$ und die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite $LDF = \varrho$ bekannt und man erhält daraus die beiden anderen Seiten $FDK = \varrho_1$ und $KDL = \gamma$ nach den bekannten Formeln der Trigonometrie durch

$$tg FDK = \cos \beta tg \varrho = tg \varrho_1$$

und

$$\cos KDL = \frac{\cos \varrho}{\cos \varrho_1} = \cos \gamma.$$

Hieraus folgt die auf den Rücken des Keils senkrecht zur Schneide wirkende Kraft durch

$$EL = \frac{1}{2} P = W tg EDL = W tg (\alpha + \varrho_1).$$

Um auch die Größe der in der Richtung der Schneide anzubringenden Kraft $S = 2K_1 L_1$ zu ermitteln, kann das sphärische Dreieck $DEKL$ dienen, in welchem nunmehr außer dem rechten Winkel an DK die beiden Katheten $EDK = \alpha + \varrho_1$ und $KDL = \gamma$ bekannt sind, aus welchen Stücken die Hypotenuse $LDE = \varepsilon$ durch

$$\cos \varepsilon = \cos \gamma \cos (\alpha + \varrho_1)$$

folgt, und man findet mit diesem Winkel $LDE = \varepsilon$ die Größe der von jeder Keilflanke auszuübenden Wirkung

$$DL = R = \frac{W}{\cos \varepsilon}$$

und daher die für jede Flanke in der Richtung der Schneide anzubringende Zugkraft

$$K_1 L_1 = \frac{1}{2} S = R \sin KDL = R \sin \gamma.$$

Bei einem Eindringen des Keils von D_1 bis A_2 wirkt die Kraft P auf dem Wege $D_0 A$ und die Kraft S auf demjenigen $A_1 A_2$, wonach die erforderliche Arbeit sich berechnen läßt.

Beispiel. Es werde angenommen, daß ein Messer bei einer Breite der Klinge von 50 mm am Rücken eine Stärke von 2 mm habe, so daß der halbe Keilwinkel durch $tg \alpha = \frac{1}{10} = 0,02$ zu $\alpha = 1^\circ 10'$ sich bestimmt. Setzt man noch einen Reibungscoefficienten von 0,08 voraus, entsprechend einem Reibungswinkel $\rho = 4^\circ 40'$, so hat man bei dem senkrechten Durchschneiden auf den Rücken des Keils eine Kraft auszuüben, welche sich zu $P = 2W tg (\alpha + \rho) = 2W tg (5^\circ 50') = 0,204 W$ berechnet, wenn W den senkrecht zur Mittelebene des Keils wirkenden Widerstand vorstellt.

Wenn man zur Verkleinerung dieses Rückendrucks dem Messer eine ziehende Bewegung ertheilt, derart, daß der Winkel β gleich 45° ist, so hat man hierfür

$$tg \varrho_1 = \cos 45^\circ tg 4^\circ 40' = 0,0567; \quad \varrho_1 = 3^\circ 18'$$

$$\cos \gamma = \frac{\cos 4^\circ 40'}{\cos 3^\circ 18'} = 0,9983; \quad \gamma = 3^\circ 19'$$

und

$$\cos \varepsilon = \cos 3^\circ 19' \cos 4^\circ 28' = 0,9953; \quad \varepsilon = 5^\circ 33'.$$

Daher folgt

$$P = 2W tg 4^\circ 28' = 0,156 W$$

$$R = \frac{W}{\cos 5^\circ 33'} = 1,005 W$$

und

$$S = 2R \sin 3^\circ 19' = 0,116 W.$$

Nimmt man dagegen $\beta = 85^\circ$ an, d. h. setzt man die ziehende Bewegung etwa zehnmal so groß voraus, als das Eindringen des Keils senkrecht zur Schneide, so ergibt sich

$$tg \varrho_1 = \cos 85^\circ tg 4^\circ 40' = 0,00711; \quad \varrho_1 = 0^\circ 24' 30''$$

$$\cos \gamma = \frac{\cos 4^\circ 40'}{\cos 0^\circ 24' 30''} = 0,9967; \quad \gamma = 4^\circ 39'$$

und

$$\cos \varepsilon = \cos 4^\circ 39' \cos 1^\circ 34' 30'' = 0,9963; \quad \varepsilon = 4^\circ 54' 30''.$$

Hieraus folgt

$$P = 2W tg 1^\circ 34' 30'' = 0,055 W,$$

$$R = \frac{W}{\cos 4^\circ 54' 30''} = 1,0037 W$$

und

$$S = 2R \sin 4^\circ 39' = 0,163 W.$$

In diesem letzteren Falle nähert sich also die auf den Rücken des Keils auszuübende Druckkraft $P = 0,055 W$ derjenigen $P_0 = 2W tg \alpha = 0,04 W$, welche einer reibungslosen Bewegung entspricht, ohne indessen jemals bis zu diesem geringen Betrage herabzusinken.

Um auch die verhältnismäßige Arbeit zu beurtheilen, sei vorausgesetzt, daß der Keil senkrecht zu seiner Schneide um eine Längeneinheit (etwa 1 cm) in das Material eindringe, alsdann ist eine Arbeit zu verrichten:

$$1. \text{ bei dem geraden Schnitt } A = P \cdot 1 = 0,204 W;$$

$$2. \text{ bei dem gezogenen Schnitt für } \beta = 45^\circ:$$

$$A = P \cdot 1 + S \cdot 1 = (0,156 + 0,116) W = 0,272 W;$$

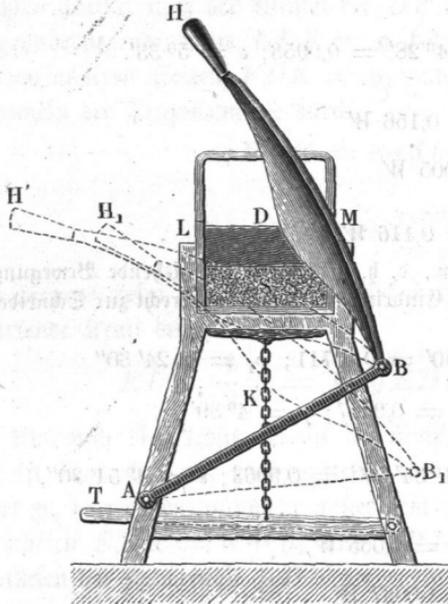
$$3. \text{ bei dem gezogenen Schnitt für } \beta = 85^\circ:$$

$$A = P \cdot 1 + S \cdot tg 85^\circ = (0,055 + 0,163 \cdot 11,43) W = 1,912 W.$$

Hieraus erkennt man die beträchtliche Vergrößerung der zum Schneiden erforderlichen Arbeit, welche mit dem gezogenen Schnitte verbunden ist, weswegen es sich empfiehlt, denselben nur da anzuwenden, wo die geringe Widerstandsfähigkeit des Materials gegen Abbrechen oder Umknicken eine Verringerung der auf den Rücken des Keils wirkenden Kraft nöthig macht, also z. B. Schneiden von Kork oder von Grasshalmen. Bei der Verarbeitung von Metallen und harten Hölzern dagegen empfiehlt sich der gerade Schnitt.

§. 55. Häckselmaschinen. Diese in der Landwirthschaft zum Futterschneiden gebräuchtesten Maschinen bewirken das Zerschneiden des Strohs in mehr oder minder lange Stückchen in wesentlich derselben Art, wie dies durch

Fig. 177.



Handarbeit mit der bekannten einfachen Häcksellade oder dem Schrotstuhl geschieht. Von der Wirkungsweise einer solchen Häcksellade giebt Fig. 177 ein Bild. Das in der eigentlichen Lade L, einem aus Brettern gebildeten, im Querschnitte rechteckigen Canale, zugeführte Stroh S wird von dem dicht vor dem Mundstücke dieses Canals niedergehenden Messer M durchschnitten, worauf, nachdem das Messer wieder emporbewegt ist, das Stroh durch die Hand des Arbeiters um die Länge des zu schneidenden Häckfels vorwärts bewegt wird, bevor das Messer bei dem darauf folgenden Niedergange einen zweiten Schnitt vollführt. Ein auf dem Stroh befindlicher Deckel D wird während des Schneidens durch den Fuß des Arbeiters vermöge des Trittschemels T und mittelst einer Kette K kräftig auf das Stroh niedergezogen, um dasselbe in der für die Erzielung eines reinen Schnittes erforderlichen Art fest zusammenzuschließen. Das Vorschieben des Strohs nach jedesmaligem Schnitt geschieht durch eine einfache, mit mehreren scharfen Zinken versehene Gabel von der linken Hand des Arbeiters, dessen rechte Hand den Messerhebel (die Futterklinge) bewegt.

Gegenüber der älteren Bauart dieser Maschinen, bei welchen der Messerhebel um einen festen an dem Ladengestell angebrachten Drehpunkt schwingt, zeigt die Figur eine Verbesserung, welche durch die Anordnung des beweg-