

haupt Bewegung eingeleitet werden könne, hat man die Bedingung

$$Qr \sin \alpha \geq \varphi Q \left( \frac{d_1 + d_2}{2} \right),$$

oder  $\alpha$  muß wenigstens einen solchen Werth haben, daß

$$\sin \alpha = \varphi \frac{d_1 + d_2}{2r}$$

ist. Nun ist jedenfalls  $d_2$  größer als  $2r + d_1$ , man hat, wenn man die Stärke der Nabe an der schwächsten Stelle auch nur zu  $\frac{1}{4}d_1$  annimmt,

$$d_2 = 2(r + \frac{3}{4}d_1) = 2r + \frac{3}{2}d_1.$$

Setzt man diesen geringsten Werth von  $d_2$  in obige Gleichung ein, so erhält man für den kleinsten Winkel  $\alpha$ , unter welchem noch Bewegung durch die Stangenkraft möglich ist:

$$\sin \alpha = \varphi \frac{2r + \frac{5}{2}d_1}{2r} = \varphi \left( 1 + \frac{5}{4} \frac{d_1}{r} \right).$$

Nimmt man z. B. ein Verhältniß  $r = \frac{d_1}{2}$ , in welchem Falle also das Mittel des Excenters im Umfange der Welle liegt und für  $\varphi$  den Werth 0,08, so folgt aus

$$\sin \alpha = 0,08 \cdot (1 + \frac{5}{2}) = 0,28; \quad \alpha = 16^\circ 20'.$$

Die Stangenkraft würde daher zu jeder Seite der Todtlage durch einen Winkel von  $16^\circ 20'$ , also in jeder Todtlage entsprechend einem Drehungswinkel von  $32^\circ 40'$  eine Wirkung auf Umdrehung nicht zu äußern vermögen, und es müßte durch diese Winkelräume hindurch die Drehung der Welle durch die lebendige Kraft der Schwungmassen bewirkt werden. Noch ungünstiger stellt sich das Verhältniß, wenn die Excentricität  $r$  noch geringer ist, als  $\frac{d_1}{2}$ , es wird offenbar eine Bewegung durch die Stangenkraft überhaupt nicht mehr möglich sein, sobald unter dem angenommenen Verhältnisse  $d_2 = 2r + \frac{3}{2}d_1$  die Gleichung erfüllt ist

$$\varphi \left( 1 + \frac{5}{4} \frac{d_1}{r} \right) = 1,$$

oder sobald, unter Voraussetzung von  $\varphi = 0,08$ , das Verhältniß  $\frac{d_1}{r} = 9,2$  ist.

**Dimensionen der Kurbel.** Der Kurbelzapfen wird von dem Kolben- §. 157. drucke  $K$  auf seine relative Festigkeit beansprucht und ist daher nach denselben Regeln zu berechnen, welche in §. 3 für die Stärke der Tragzapfen gefunden

wurden. Man erhält also den Durchmesser  $d_2$  des Kurbelzapfens bei einem Längenverhältnisse  $\frac{l}{d} = \lambda$  und bei einer höchstens zulässigen Materialspannung von  $k$  Kilogrammen per Quadratmillimeter zu

$$d_2 = 2,26 \sqrt{K \frac{\lambda}{k}} = \alpha \sqrt{K}.$$

Hierin hat man für  $K$  den größten Kolbendruck zu setzen, und es ist besonders bei schnellgehenden Maschinen darauf Rücksicht zu nehmen, daß dieser Druck durch die Massenwirkung gegen Ende des Kolbenshubs meist seinen größten Werth erreicht, besonders in den Fällen, wo die Expansion eine nicht sehr hohe ist. Mit Recht weist Nadinger an der oben angeführten Stelle darauf hin, daß bei durchgehenden Maschinen in der Regel der Kurbelzapfen abbricht, da der Kolbendruck  $K$  in Folge des durch die gesteigerte Geschwindigkeit sehr erhöhten Massendruckes gegen Ende des Kolbenshubs leicht einen Werth annimmt, welcher den Dampfdruck  $Q$  wesentlich übersteigt. Man kann indessen bemerken, daß in diesem Verhalten ein gewisser Vortheil enthalten ist, indem bei einem etwaigen Bruche, wie er durch unvorhergesehene Zufälligkeiten herbeigeführt werden kann, das Brechen des leicht wieder zu erneuernden Kurbelzapfens jedenfalls viel geringere Reparaturkosten und kleineren Zeitaufwand im Gefolge hat, als die Zerstörung eines größeren Theiles wie Kurbel oder Welle veranlassen würde. Es giebt nicht wenige Maschinenconstructeure, welche gerade mit Rücksicht hierauf ein leicht zu ersetzendes Organ, wie den Kurbel- oder Kreuzkopfzapfen absichtlich relativ etwas schwächer construiren, als die größeren Theile, deren Ersatz kostspieliger und zeitraubender ist.

Was das Längenverhältniß  $\lambda = \frac{l}{d}$  der Kurbelzapfen betrifft, so pfllegt man dasselbe aus constructiven Rücksichten und namentlich zur thunlichstern Verringerung des Abstandes der Zapfenmitte von dem Wellenlager nicht übermäßig groß zu nehmen, selten wird man dieses Verhältniß größer als 1,5 wählen, oft geht man bis zu dem Werthe 1 herab. Eine geringere Zapfenlänge ist hier auch schon deswegen angängig, weil bei dem eigenthümlichen Druckwechsel, wie schon in §. 154 angeführt worden, bei jeder Umdrehung nach und nach sämtliche Punkte im Umkreise der Zapfenlager den Druck aufzunehmen haben, in Folge dessen der Lagerverschleiß auch bei größerem Flächendrucke nicht so beträchtlich ausfällt, wie bei den Lagern von Transmissionswellen, die stetig an derselben Stelle gedrückt werden. Auch begünstigt dieser Druckwechsel die Vertheilung des Schmiermaterials zwischen dem Zapfen und seinen Pfannen. Nimmt man ein Längenverhältniß  $\lambda = \frac{l}{d_2} = 1,5$

für die Rechnung an, so ergibt sich die Stärke des cylindrischen Kurbelzapfens nach §. 3 zu

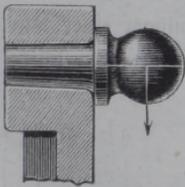
$$d_2 = 0,88 \sqrt{K}$$

bei Zapfen von Gußstahl, und zu

$$d_2 = 1,13 \sqrt{K}$$

bei solchen von Schmiedeeisen. Bei sehr schnell gehenden Kurbeln und besonders da, wo man gewärtigen muß, daß die Wellenlager in Folge von Erschütterungen ihre genau richtige Lage einbüßen können, wie dies z. B. bei den Sägegattern der Schneidemühlen einzutreten pflegt, giebt man dem Kurbelzapfen wohl auch eine kugelförmige Gestalt, nach Fig. 592, um dadurch der Lenkerstange eine gewisse Beweglichkeit senkrecht zu ihrer Schwingungsebene zu gewähren.

Fig. 592.



Die Kurbelwelle wird durch den Kolbendruck  $K$  auf Torston und durch die Lagerreactionen auf Biegung beansprucht. Hinsichtlich der Torsionswirkung hat man hierbei immer das größte Torsionsmoment in Rechnung zu stellen, welches mit dem Maximalwerthe der Umfangskraft  $U$  zusammentrifft, welcher aus dem Diagramme Fig. 574 bis 577 zu entnehmen ist. Bei der Berechnung hat man daher die Formel

$$d_1 = \alpha \sqrt[3]{Pa}$$

nach §. 14 zu Grunde zu legen, nicht aber diejenige

$$d_1 = \alpha_1 \sqrt[3]{\frac{N}{u}},$$

welche einen constanten Umfangsdruck voraussetzt, wie auch schon an der gedachten Stelle angeführt worden. Auf den Verdrehungswinkel hat man bei der meist geringen Länge der Kurbelwellen besondere Rücksicht nicht zu nehmen. Dagegen ist die Inanspruchnahme der Kurbelwellen auf Biegung von wesentlichem Einflusse, indem eine Biegung sowohl durch den Kolbendruck  $K$  wie durch das oft sehr erhebliche Gewicht  $G$  des Schwungrades und durch den aus der Uebertragung der Rotation resultirenden Räderdruck veranlaßt wird. Diese Anstrengungen sind abhängig von der gegenseitigen Lage der Kurbel, Räder und Lager gegen einander, und es ist sehr weitläufig, wenn überhaupt ausführbar, hierfür allgemein gültige Formeln aufzustellen. Jedemfalls kommt man mit Hülfe einer graphischen Methode immer bequemer und mit hinreichender Genauigkeit zum Ziele, so daß man zur Ermittlung der Inanspruchnahme und daher der Dimensionen von Kurbelwellen jetzt mit besonderer Vorliebe sich der Methoden bedient, welche die graphische Statik



diese Kraft als Umfangsdruck wirke, d. h. es soll eine Kurbelstellung rechtwinkelig zur Kolbenstange vorausgesetzt werden. Diese Voraussetzungen entsprechen jedenfalls der ungünstigsten Anstrengung der Welle auf Torsion und Biegung, und es wird in der Wirklichkeit die Inanspruchnahme meist eine günstigere sein, da im Allgemeinen das Maximum der Kolbenkraft  $K$  nicht gleichzeitig mit der gedachten Kurbelstellung zusammenfällt.

Um nun aus den Kräften  $K$  und  $P$  die Reactionen  $R_1$  und  $R_2$  in den Lagern  $A$  und  $B$  zu ermitteln, zeichne man zunächst das Kräftepolygon  $OoK\mathbb{P}$ , indem man  $oK = K$  und  $K\mathbb{P} = P$  macht, und den Polabstand  $O\mathbb{K}$  als Momentenbasis annimmt. Zieht man nun durch  $e$  und  $F$  die Strahlen  $eg \parallel Oo$  und  $Fg \parallel O\mathbb{P}$ , so erhält man in  $g$  den Punkt, durch welchen die verticale Mittelkraft von  $K$  und  $P$  hindurchgehen muß. Die Schnittpunkte  $a$  und  $b$ , in welchen die beiden Seile  $ge$  und  $gF$  von den verticalen Lagerreactionen in  $A$  und  $B$  geschnitten werden, ergeben daher in ihrer Verbindung  $ab$  die Schlußlinie des Seilpolygons, und man erhält durch den mit  $ab$  parallelen Strahl  $O\mathcal{N}$  im Kräftepolygon in bekannter Art die Lagerreaction  $R_1$  in  $A$  zu  $\mathcal{N}o$  und diejenige  $R_2$  in  $B$  zu  $\mathbb{P}\mathcal{N}$ . Das Seilpolygon für die Kurbelwelle ist daher durch  $FeabF$  oder, wenn man auf die Länge der Wellenzapfen  $HJ$  und  $LM$  Rücksicht nimmt, durch  $FeihlmF$  gegeben. Man findet daher in der Ordinate irgend eines Punktes das an dieser Stelle die Welle auf Biegung beanspruchende Moment, unter der Voraussetzung, daß der Polabstand  $O\mathbb{K}$  als Momentenbasis betrachtet wird (s. Thl. I, Anhang, §. 44). Außerdem wird die Welle noch auf Verdrehung in Anspruch genommen, und zwar durch ein Moment  $Kr$ . Man findet dieses Moment sehr leicht aus dem Seilpolygon, wenn man den Kurbelarm  $r$  oder  $eE$  nach  $ee_1$  überträgt, in der Ordinate  $e_1e_2$  des Punktes  $e_1$ . Da dieses Torsionsmoment für alle Punkte der Kurbelwelle von  $C$  bis  $F$  denselben Werth  $e_1e_2$  hat, so ergibt sich für die Drehungsmomente die Fläche  $FCe_1f_1$ . Diese Fläche für die Drehmomente  $M_2$  muß mit derjenigen für die Biegunsmomente  $M_1$  gemäß der Thl. I, §. 284 angegebenen Formel zu einem resultirenden Momente

$$M = \frac{3}{8} M_1 + \frac{5}{8} \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$$

zusammengesetzt werden, wozu man sich der schon in §. 16 für Wellen im Allgemeinen angegebenen Construction bedienen kann. Hierzu theile man für irgend einen Punkt die Ordinate  $zz_1$  der Fläche für die Biegunsmomente in  $z_2$  so, daß  $zz_2 = \frac{3}{8} zz_1$  ist, ziehe  $z_1z_4$  senkrecht zu  $zz_1$  und gleich dem Torsionsmomente  $Cc_1 = Ff_1$  und verbinde  $z$  mit  $z_4$ . Zieht man dann noch  $z_2z_3 \parallel z_1z_4$  und macht  $z_2z_3 = z_3z_4$ , so hat man in der Ordinate  $zz_3$  das combinirte Moment  $M$ , welches der Biegung und Drehung entspricht. Führt man diese Construction für eine größere Anzahl von Punkten aus, so erhält

man die in der Figur schraffierte Momentenfläche, für die Biegung und Drehung  $Cc_2i_2h_2f_2FmlNC$ , deren Ordinaten an jeder Stelle das resultierende Dreh- und Biegemoment  $M$  ergeben, aus welchem die Querschnittsdimensionen der Welle an dieser Stelle durch die bekannte Formel

$$M = k \frac{W}{e}$$

bestimmt werden können.

Der Kurbelarm  $DC$  wird durch die Kraft  $K$ , (man hat sich dieselbe in  $E$  senkrecht zur Ebene der Zeichnung wirkend zu denken), auf Biegung und gleichzeitig auf Drehung um die Axe  $DC$  beansprucht. Die Momentenfläche für die Biegung ist, wie leicht deutlich wird, durch das Dreieck  $CDe_3$  dargestellt, wenn man  $Ce_3$  gleich der für das Moment  $Kr$  schon gefundenen Strecke  $e_1e_2$  macht. Man erkennt übrigens auch, daß man hierzu nur nöthig hat, den Winkel  $CDe_3$  gleich demjenigen  $Cea$  zu machen, welche beiden Winkel in der Figur mit  $\varepsilon$  bezeichnet sind. Das auf Verdrehung des Kurbelarms um seine Längsaxe  $CD$  wirkende Torsionsmoment ist durch  $K \cdot DE$  gegeben, man erhält dasselbe daher in der Ordinate  $Ce$ , und wenn man über  $CD$  als Grundlinie das Rechteck  $CDde_4$  mit dieser Ordinate  $Ce$  als Höhe beschreibt, so stellt dieses Rechteck die Fläche für die Drehmomente des Kurbelarms dar. Eine Vereinigung des Drehungsmomentes mit dem Biegemomente liefert in derselben Weise, wie für die Welle gezeigt worden, für den Kurbelarm die resultierende Momentenfläche  $CDd_2e_5C$ .

Für den Kurbelzapfen, welcher nur auf Bruch durch das Moment  $K \cdot DE$  beansprucht wird, gilt als Momentenfläche das Dreieck  $Cec$  oder  $DEd_1$  und man wird daher dem cylindrischen Zapfen überall die dem Punkte  $T$  entsprechende Stärke geben, welche aus dem Momente  $Tt$  daselbst durch

$$Tt = M = k \frac{W}{e}$$

folgt. Unter  $T$  ist derjenige Punkt zu verstehen, wo der Zapfen in den Kurbelarm eintritt.

Als ferneres Beispiel möge die gekröpfte Kurbelaxe  $BCDEFA$ , Fig. 594, untersucht werden, welche in  $A$  und  $B$  in Lagern gestützt, in der Kröpfung bei  $J$  durch die Kraft  $K$  und in  $G$  durch den Räderdruck resp. das Gewicht mit  $P$  angegriffen sein soll. Aus dem Kräftepolygon  $oR\mathfrak{P}Ro$ , bei welchem der Pol  $O$  in der Horizontalen durch  $R$  angenommen ist, um die Schlußlinie im Seilpolygon zwischen den Lagern horizontal zu erhalten, ergiebt sich, wie bekannt, das Seilpolygon  $AkgBA$ . Die Lagerreactionen in  $A$  und  $B$  sind dabei durch  $R_1 = Ro$  und  $R_2 = \mathfrak{P}R$  gefunden. Es wird nun das Wellenstück  $AF$  lediglich auf Biegung beansprucht, so daß für dasselbe die Momentenfläche durch das Dreieck  $AFf$  dargestellt ist. Dagegen wird der



die Fläche  $DE e_3 k_3 d_3 D$  für die combinirten Dreh- und Biegemomente.

Der Kurbelarm  $EF$  wird durch die in  $A$  wirkende Lagerreaction  $R_1$  angegriffen. Denkt man von  $A$  das Loth  $AA_1$  auf die Richtung des Arms  $EF$  gezogen und die Reaction  $R_1$  nach  $A_1$  versetzt, indem man ein Kräftepaar hinzufügt, dessen Kräfte durch  $R_1$  und dessen Arm durch  $AA_1$  gegeben sind, so findet sich, daß der Kurbelarm  $EF$  durch die in  $A_1$  angreifende Kraft  $R_1$  auf Biegung und durch das Kräftepaar mit dem Momente  $R_1 \cdot AA_1$  auf Verwindung angesprochen wird. Macht man daher den Winkel  $EA_1 h_1$  gleich demjenigen  $FAk$  oder gleich dem Winkel  $NOo$  im Kräftepolygon, so stellt die Fläche  $EFf_1 h_1$  die Biegemomente des Kurbelarms dar. Ebenso findet man in  $a_2 a_3$  das Torsionsmoment  $R_1 \cdot AA_1$ , wenn man  $A_1 a_2 = A_1 A$  macht, so daß die durch den Schnittpunkt  $a_3$  mit  $EF$  parallel gezogene Gerade  $f_2 h_2$  das Rechteck  $EFf_2 h_2$  für die Torsionsmomente ergiebt. Eine Zusammensetzung dieser beiden Momentenflächen liefert dann wieder die Fläche  $EFf_3 h_3 E$  für die Dreh- und Biegemomente des Kurbelarms  $EF$ .

Auch der Kurbelarm  $DC$  wird auf Biegung und Drehung beansprucht, und zwar durch die Lagerreaction  $R_1$  in  $A$  und die Kolbenkraft  $K$  in  $J$ , welche beiden Kräfte in entgegengesetzter Richtung wirken. Zieht man auch hier die beiden Normalen auf den Kurbelarm  $JJ_0$  von  $J$  aus und  $AA_0$  von  $A$  aus, so kann man wieder unter Hinzufügung der auf Torsion wirkenden Kräftepaare, deren Momente  $K \cdot JJ_0$  resp.  $R_1 \cdot AA_0$  sind, die biegenden Kräfte  $K$  und  $R_1$  in  $J_0$  und  $A_0$  angreifend denken. Macht man daher die Winkel  $CJ_0 M = NOk$  und  $CJ_0 L = CA_0 N = NOo$  im Kräftepolygon, so stellen die beiden Dreiecke  $J_0 LM$  und  $A_0 NC$  die Biegemomente des Kurbelarms bezw. durch die Kräfte  $K$  und  $R_1$  dar. Die Differenz beider Flächen führt zu derjenigen  $CDp_1 q_1 l_1 C$  für die resultirenden Biegemomente. Ebenso erhält man in  $Tt$  das Torsionsmoment  $R_1 \cdot AA_0$ , wenn man  $AT = AA_0$  macht, und in  $i_1 i_2$  das Drehungsmoment  $K \cdot JJ_0$ , vorausgesetzt, daß man  $J_0 J_1 = J_0 J$  macht. Wegen der entgegengesetzten Drehungsrichtung dieser Momente ist daher die Differenz  $Tt - i_1 i_2$  das resultirende Moment, und ein mit dieser Differenz als Höhe über  $CD$  gezeichnetes Rechteck  $CDp_2 l_2$  stellt die Fläche für das verdrehende Moment des Kurbelarms  $CD$  vor. Man hat daher schließlich noch die beiden Flächen  $CDp_1 q_1 l_1$  und  $CDp_2 l_2$  in der bekannten Weise zu einer Fläche  $CDp_3 q_3 l_3 C$  zu vereinigen, um in deren Ordinaten die Größen der combinirten Dreh- und Biegemomente zu erhalten.

Die so ermittelten Momentenflächen sind sämmtlich in der Figur nach denjenigen Richtungen schraffirt, nach welchen die Ordinaten abzugreifen sind, welche die betreffenden Momente  $M$  darstellen, und man findet nun die

Dimensionen in jedem Punkte der Kurbelaxe mittelst der allgemeinen Formel

$$M = k \frac{W}{e},$$

unter  $W$  wie immer das Trägheitsmoment des Querschnitts und unter  $e$  den Abstand der äußersten Faser von der neutralen Aze verstanden. Wie man aus der Figur ersieht, giebt das erhaltene Diagramm ein sehr anschauliches Bild von der Inanspruchnahme der Kurbelwelle in allen ihren Punkten. Es mag bemerkt werden, daß in den hier gegebenen Beispielen die Kolbenkraft  $K$  mit dem Räderdrucke  $P$  als gleich gerichtet angenommen wurde. Da aber  $K$  abwechselnd in entgegengesetzten Richtungen wirkt, so wird man der Sicherheit wegen das Diagramm auch unter der Voraussetzung zu entwerfen haben, daß  $K$  und  $P$  entgegengesetzte Richtung haben, und für jeden Arm diejenige Momentenfläche aus den beiden Diagrammen wählen, welche die größten Abmessungen ergiebt.

Eine ausführlichere Behandlung dieser graphischen Darstellungen für Kurbelwellen findet man u. a. in Reuleaux's Constructeur, welcher auch bei der vorstehenden Darstellung im Wesentlichen als Anhalt dient hat.

**Die Lenkerstange.** Die zur Uebermittlung der Zug- und Druckkraft zwischen dem Kreuzkopfe und dem Kurbelzapfen dienende Lenkerstange, auch wohl Schubstange, Pläuelstange, Pleuelstange genannt, wird in den weitaus meisten Fällen aus Schmiedeeisen dargestellt, und höchstens wandte man in früherer Zeit für die größten Dampfmaschinen wegen der schwierigen Darstellung so großer Schmiedestücke gußeiserne Lenkerstangen mit gerippten oder gefiederten Querschnitten an. Von der Verwendung von Gußeisen ist man derzeit indeß fast gänzlich zurückgekommen, insbesondere eignet sich dieses Material nicht für schnell gehende Maschinen, wegen der in solchen Fällen beträchtlichen Anstrengung durch die in der Masse auftretenden Trägheitskräfte. Dagegen behauptet gerade bei schnellgehenden Kurbelgetrieben das Holz als vorzügliches Material für Lenkerstangen neben dem Schmiedeeisen mehrfach seine Stelle, und man wendet dasselbe, wenn auch nicht bei Dampfmaschinen, so doch bei den Sägegattern mit Vorliebe an. Insbesondere wählt man hierzu recht gerade gewachsenes astfreies Tannenholz, welches neben verhältnißmäßig geringem specifischem Gewichte, also geringer Masse, besonders große Elasticität besitzt, vermöge deren es den wechselnden Wirkungen der lebendigen Kräfte vorzüglich zu widerstehen vermag (s. Thl. I, §. 375). Die Stange selbst führt man, wenn sie, wie bei einfachen Pumpen, nur auf Zug angestrengt wird, wohl von cylindrischer Form aus, während man ihr bei doppelt wirkenden Kurbeln wegen der Inanspruchnahme auf Zerknicken in der Mitte eine größere Stärke zu geben