

α_1 bei dem betrachteten einfachen Mechanismus die Bewegung in unendlich verschiedener Art modificiren kann, daß aber alle diese verschiedenen Bewegungsformen insofern mit einander übereinstimmen, als ihnen dasselbe Axoidenpaar entspricht. Auch die zuletzt betrachteten Abänderungen der Bewegung kommen in der Praxis sehr häufig bei den sogenannten Differentialgetrieben vor, welche weiter unten specieller behandelt werden sollen. Es dürfte aber wohl aus dem Vorhergehenden schon sich ergeben, daß die Prüfung der Bewegung mit Hülfe der zugehörigen Axoide den betreffenden Problemen eine große Durchsichtigkeit und Klarheit verleiht.

§. 28. **Elementenpaare.** Die in dem Vorhergehenden entwickelten Gesetze gelten ganz allgemein von der Bewegung starrer Körper. Da wir es hier aber nur mit den Maschinengetrieben zu thun haben, so werden wir jene Sätze auch nur in Bezug auf diese letzteren zur Anwendung bringen. Gleich im Eingange dieser Einleitung wurde auf den Unterschied aufmerksam gemacht, welcher zwischen einem frei bewegten Körper, z. B. einem geworfenen Steine, und einem Maschinenorgane hinsichtlich der Bewegung besteht. Während die Bahn des freien Körpers lediglich ein Ergebnis der auf ihn von außen wirkenden Kräfte ist (beim Steine der erste Anstoß, die Schwerkraft, der Luftwiderstand), so ist die Bahn eines Maschinenteils hiervon unabhängig. Hier sind es nicht sowohl äußere, sondern gewissermaßen innere Kräfte, welche den Körper dadurch zu einer bestimmten Bewegung zwingen, daß sie ihn an jeder anderen Bewegung hindern, die er etwa in Folge einer äußeren Kraft anzunehmen bestrebt ist. Diese inneren Kräfte beruhen in der Widerstandsfähigkeit derjenigen Materialien, womit man den betreffenden Körper umgiebt. Diese Widerstandskräfte werden nur durch die Einwirkung äußerer Kräfte hervorgerufen und verschwinden mit diesen. Man hat sie daher auch passend als latente Kräfte im Gegensatz zu den äußeren oder sensibeln Kräften bezeichnet.

Der geworfene Stein z. B. bewegt sich in einer gewissen näherungsweise parabolischen Bahn unter Einfluß der auf ihn wirkenden Kräfte, und jede zufällige, neu hinzutretende äußere Kraft, wie ein seitlicher Windstoß, lenkt ihn von der Bahn ab, welche er ohne diese Kraft beschrieben haben würde. Ein Maschinenteil hingegen, z. B. eine Welle, wird durch das sie fest umgreifende Lager gehindert, außer einer Drehung um ihre eigene Axe irgend welche andere Bewegung anzunehmen. Eine äußere Kraft, welche beispielsweise eine Verschiebung der Welle nach einer beliebigen Richtung anstrebt, wird wohl einen Druck der Welle gegen das Lager, aber keine wirkliche Verschiebung hervorrufen können, da das Lager sofort mit einer jenem Drucke gleichen und entgegengesetzten Widerstandskraft reagirt. Es geht hieraus hervor, daß die Maschinenorgane stets paarweise auftreten müssen, wie in

dem angezogenen Falle der Zapfen und sein Lager ein solches Paar darstellen. Die Art der Bewegung, welche dem einen oder anderen Theile eines solchen Paares gestattet ist, kann lediglich eine Folge der Form dieser Theile sein, von welcher Form ja die Natur der möglichen Widerstandskräfte abhängig ist. Wenn z. B. der Zapfen, wie hier vorausgesetzt ist, die Gestalt eines an beiden Enden mit vorstehenden Rändern versehenen Cylinders hat, so wird ihm eine Drehung um seine Aze gestattet sein, und er wird eine solche in Folge einer entsprechenden äußeren Kraft annehmen, weil gegen eine drehende Bewegung das passend gearbeitete Lager keine (von der Reibung abgesehen) Widerstandskraft zu äußern vermag. Wäre dagegen der Zapfen prismatisch gebildet, so würde er eine Verschiebung in seiner Azenrichtung annehmen können, während das passend gearbeitete ebenfalls prismatische Lager sich einer Drehung des Zapfens entgegensetzen würde.

Mit Rücksicht hierauf definiert Reuleaux eine Maschine als eine Verbindung widerstandsfähiger Körper, welche so eingerichtet ist, daß mittelst ihrer mechanische Naturkräfte genöthigt werden können, unter bestimmten Bewegungen zu wirken.

Die Lehre von der Anordnung der Maschinengetriebe wird demnach darauf hinauskommen, die Formen zu bestimmen, welche man den einzelnen Maschinetheilen zu geben hat, um bestimmt vorgeschriebene Bewegungen zu erzielen. Es ist nun im Obigen näher erläutert, wie alle Bewegungen, so verwickelt sie auch sein mögen, sich stets auf gewisse elementare Bewegungen zurückführen lassen, nämlich auf Drehungen und Verschiebungen, oder wenn man will, auf eine schraubenförmige Bewegung (§. 25), welche als die allgemeinste Bewegungsform angesehen werden muß, aus der man die einfache Drehung und die einfache Verschiebung erhält, je nachdem man die Translation beziehungsweise die Rotation der Schraubenbewegung verschwinden läßt.

Diesen drei elementaren Bewegungen, aus denen alle anderen zusammengesetzt werden können, entsprechen nun ebenso viele Grundformen für die betreffenden Maschinetheile oder vielmehr Maschinetheilpaare, und es möge die von Reuleaux*) gewählte Bezeichnung Elementenpaare für die entsprechenden Organe gebraucht werden.

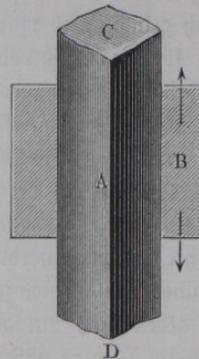
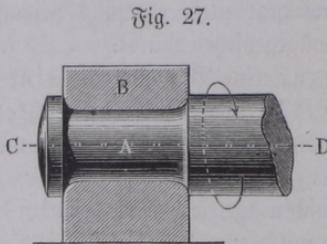
Diese Elementenpaare sind:

1. Das Drehkörperpaar, Fig. 27 (a. f. S.), bestehend aus einem massiven Umdrehungskörper *A* und seiner entsprechenden Umschlußform *B*, bei denen die Meridianlinie so geformt ist, daß eine Verschiebung in der Azenrichtung *CD* nicht möglich ist.

*) Bei der hier gegebenen kurzen Erläuterung der Grundlehren der Kinematik und bei den späteren Anwendungen ist die von Reuleaux, dem Schöpfer der eigentlichen Maschinengetriebelehre, eingeschlagene Methode befolgt.

Die relative Bewegung dieser beiden Theile gegen einander beschränkt sich hierbei auf eine Drehung um die geometrische Axe CD . Will man diese Bewegung nach dem Vorstehenden durch die zugehörigen Momentanaxenflächen oder Axoide kennzeichnen, so findet sich sofort, daß beide Axoide hier in eine Gerade, nämlich die geometrische Axe CD zusammenschumpfen, da jede Ebene, welche man in irgend einem Elemente der Bahn eines beliebigen Punktes zu dieser Bahn senkrecht errichtet, durch diese Axe CD hindurchgeht. Dieses Elementenpaar findet im Maschinenbau als Zapfen

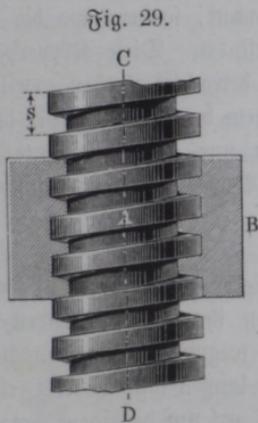
Fig. 28.



und Lager eine ausgedehnte Anwendung. Dabei ist die Grundform des Zapfens am häufigsten eine cylindrische, seltener conische, doch sind auch andere Umdrehungsformen nicht ausgeschlossen, insbesondere kommt bei Spurzapfen vielfach eine ebene Fläche vor, die als Umdrehungsfläche, erzeugt durch eine zur Axe senkrechte Gerade, angesehen werden kann.

2. Das Prismenpaar, bestehend aus einem massiven geraden Prisma A , Fig. 28, und einem dasselbe umschließenden Hohlprisma B , bei denen als Querschnittsform jede beliebige ebene Figur gewählt werden kann, mit alleiniger Ausnahme des Kreises, welcher letztere eine Drehung nicht ausschließen würde. Wenn trotzdem in der Praxis die Kreisform wegen der bequemen Ausführbarkeit genauer Cylinder sehr allgemein auch für Prismenpaare gewählt wird, z. B. bei Kolbenstangen und Stopfbüchsen, so ist dabei doch immer durch andere Mittel die Drehbarkeit verhindert. Die relative Beweglichkeit der beiden Theile dieses Paares besteht in einer Verschiebbarkeit in der Richtung der Prismenaxe CD . Will man eine solche Verschiebung als eine Drehung um eine in der Unendlichkeit gelegene Axe auffassen, so kann man die unendlich entfernte Gerade in einer Querschnittsebene als stetige Momentanaxe bezeichnen, in welche die beiden Axoide hier ausarten.

3. Das Schraubenpaar, bestehend aus einer cylindrischen Schraube oder Spindel *A* mit ihrer Mutter *B*, Fig. 29. Die Größe der Steigung *s* dieser



Schraube ist ebenso wie diejenige der Halbmesser ihres Querschnitts gleichgültig, nur ist wegen der Möglichkeit der Bewegung bei vollkommenem Umschluß der Bedingung zu genügen, daß die Schraubenfläche von jedem zur Schraubenaxe concentrischen Kreiscylinder in einer geometrischen Schraubenlinie von gleichmäßiger Steigung geschnitten werde, und daß alle so erhaltenen Schraubenlinien dieselbe Steigung *s* haben. Bezeichnet daher *r* den Halbmesser eines solchen Cylinders, so hat man für den Neigungswinkel α der in ihm liegenden Schraubenlinie die Gleichung:

$$\operatorname{tanga} = \frac{s}{2r\pi},$$

woraus folgt, daß bei derselben Schraube der Neigungswinkel α um so kleiner wird, je größer der Abstand *r* gewählt wird.

Die relative Bewegung der beiden Theile gegen einander besteht in einer Drehung um die geometrische Axe *CD* und einer gleichzeitigen Verschiebung in der Richtung derselben von solchem Betrage, daß das Verhältniß des Drehungswinkels zur Schiebung stets constant bleibt. Die Axoidenflächen sind hier ebenfalls beide in dieselbe gerade Linie, nämlich in die Schraubenaxe *CD* zusammengeschrumpft, und man kann sich vorstellen, diese Gerade wälze sich auf sich selbst, indem sie sich gleichzeitig ihrer Länge nach verschiebt.

Bei allen diesen Elementenpaaren ist es gleichgültig, welcher der beiden Theile die Bewegung erhält, und es kann nach dem in §. 27 Gesagten auch jeder der Theile eine Bewegung machen, insbesondere kann bei dem Schraubenpaare die Spindel die drehende und die Mutter die schiebende Bewegung erhalten oder umgekehrt. Diese letzteren Fälle kommen in der Praxis fast noch häufiger vor, als diejenigen, wo der eine Theil ganz in Ruhe ist und die gesammte Bewegung von dem anderen Theile vollführt wird.

Höhere Elementenpaare. Die im vorstehenden Paragraphen bes. §. 29. betrachteten Elementenpaare haben die Eigenthümlichkeit, daß immer das eine Element von dem zugehörigen vollständig umschlossen wird, indem beide Elemente dieselbe Form haben, so zwar, daß das eine den Hohlkörper, das andere den Vollkörper vorstellt. Man nennt daher diese Paare Umschlußpaare.