

daher

$$P_{3min} = - \frac{986,75}{86,67} = - 11,39 \text{ t}$$

Druckspannung.

Wenn andererseits die Knotenpunkte A_1 , A_2 und A_3 belastet werden, so hat man zu beachten, daß der Schnitt nach ab die nunmehr mit $T_3' = 7,78 \text{ t}$ gezogene Diagonale A_3B_4 trifft, so daß man auch deren verticale Componente $T_3' \sin 45^\circ = 5,5 \text{ t}$ in der Gleichgewichtsgleichung zu berücksichtigen hat. Mit Rücksicht hierauf erhält man:

$$\begin{aligned} - (P_{3max} + 5,5) (c_2 + 3a) &= \left(p \frac{7}{2} + k \frac{7+6+5}{8} \right) c_2 - q (3c_2 + 6a) \\ &= 36,5 \cdot 74,67 - 14 \cdot 248 = 2725,33 - 3472 = - 746,67, \end{aligned}$$

woraus

$$P_{3max} = \frac{746,67}{86,67} - 5,5 = 3,12 \text{ t}$$

Zug folgt.

Der mittlere Pfosten A_4B_4 kann nur durch Druckkräfte beansprucht werden, da die horizontale Gurtung in B_4 verticale Kräfte nicht aufnehmen kann und die in B_4 sich anschließenden beiderseits abfallenden Diagonalen nicht druckfähig sind, was in dem Falle eines in A_4B_4 auftretenden Zuges der Fall sein müßte. Die größte Druckkraft findet in A_4B_4 statt, wenn die Diagonale A_3B_4 ihrem größten Zuge

$$T_3' = \frac{5,5}{\sin 45^\circ} = 7,78 \text{ t}$$

ausgesetzt ist, in welchem Falle der Pfosten mit

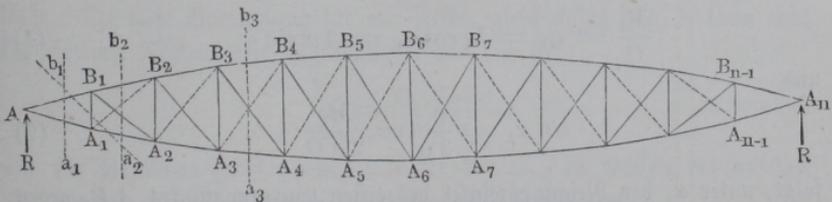
$$P_{4max} = 5,5 \text{ t}$$

auf Druck beansprucht wird.

Die ermittelten Spannungszahlen, welche für die andere Trägerhälfte der Symmetrie wegen ebenso groß ausfallen, sind in Fig. 262 eingetragen.

Pauli'sche Träger. Eine andere Trägerform ist die von v. Pauli §. 58. angegebene, Fig. 263, welche u. a. bei der Mainzer Rheinbrücke zur An-

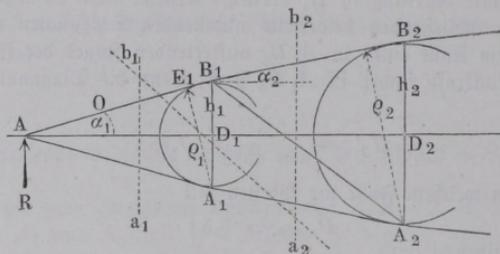
Fig. 263.



wendung gekommen ist. Dieser Träger stimmt mit dem Fischbauchträger, Fig. 250, darin überein, daß er symmetrisch zu der Horizontalen AA_n durch die Auflager gebildet ist, folglich eine gerade neutrale Axe hat. Er unterscheidet sich aber von den Parabelträgern in der Gestalt der Gurtungen, für deren Form nämlich das Princip aufgestellt ist, daß die Spannungen

in den Gurtungen bei voller Belastung des Trägers in allen Feldern von gleicher Größe sein sollen, eine Bedingung, welche sich, wie die folgenden Betrachtungen ergeben, nicht in aller Strenge, sondern nur annähernd erfüllen läßt. Es möge vorausgesetzt werden, daß die Spannung in der oberen Gurtung überall gleich O sein soll, so findet man dieser Bedingung gemäß die Trägerform wie folgt. Man bestimme für den Träger, für welchen die Feldereinteilung und deren Belastung festgestellt ist, die Auflagerdrucke R , und die Biegemomente $M_1, M_2 \dots$ für die Querschnitte durch die Verticalpfosten $A_1 B_1, A_2 B_2 \dots$ der einen Trägerhälfte unter der Voraussetzung, daß der Träger über seine ganze Länge mit der größten Last $q = p + k$ bedeckt ist, für welchen Zustand bekanntlich in den Gurtungen überall der größte Spannungswert eintritt. Bezeichne nun $q_1 = A_1 E_1$, Fig. 264, den normalen Abstand des Punktes A_1 von

Fig. 264.



der oberen Gurtung AB_1 des ersten Feldes, so hat man, unter O die Spannung dieser Gurtung verstanden, für den Knotenpunkt A_1 als Mittelpunkt der Momente, wenn man etwa nach $a_1 b_1$ einen Schnitt geführt denkt:

$$M_1 = q_1 O,$$

woraus

$$\frac{M_1}{O} = q_1 = h_1 \cos \alpha_1 = 2 a \sin \alpha_1 \dots \dots \dots (1)$$

und

$$\sin \alpha_1 = \frac{q_1}{2 a} = \frac{M_1}{2 a O} \dots \dots \dots (2)$$

folgt, unter α_1 den Neigungswinkel des ersten Gurtungsstückes AB_1 gegen den Horizont verstanden. Man kann daher aus (2) den Winkel α_1 , aus (1) den Abstand q_1 und $h_1 = 2 a \operatorname{tg} \alpha_1$ durch Rechnung bestimmen und die Knotenpunkte A_1 und B_1 feststellen. Graphisch hätte man um D_1 einen Kreisbogen mit dem Halbmesser $\frac{q_1}{2}$ zu zeichnen, um in den von A aus an denselben gezogenen Tangenten AB_1 und AA_1 die Gurtungen des ersten

Feldes zu erhalten. Es ist klar, daß der Symmetrie wegen die Spannung U_1 in der unteren Gurtung $A A_1$ ebenfalls gleich O ist, denn für B_1 als Momentenmittelpunkt hat man gleichfalls

$$M_1 = q_1 U_1 = q_1 O.$$

Denkt man jetzt das zweite Feld nach $a_2 b_2$ durchschnitten, so hat man für A_2 als Momentenmittelpunkt:

$$\frac{M_2}{O} = q_2 = h_2 \cos \alpha_2 = h_1 \cos \alpha_2 + 2 a \sin \alpha_2, \quad \dots \quad (3)$$

woraus α_2 und h_2 berechnet werden können. Beschreibt man wieder um die Mitte D_2 des Pfostens $A_2 B_2$ einen Kreis mit dem Halbmesser $\frac{Q_2}{2}$, so erhält man in den Tangenten an denselben von A_1 und B_1 die Gurtungen $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$. In dieser Weise lassen sich die Höhen sämtlicher Pfosten bis zum mittleren $A_6 B_6$ bestimmen, wonach man die zweite Trägerhälfte symmetrisch zur ersten zu zeichnen hat.

Hierdurch erreicht man zwar, daß die Spannung in allen Theilen der oberen Gurtung, vorausgesetzt, daß die Felderzahl n eine gerade ist, denselben Betrag O annimmt, es ist aber leicht aus der Figur zu erkennen, daß die Spannungen in den unteren Gurtungstheilen, mit Ausnahme des ersten und letzten Stückes $A A_1$ und $A_{n-1} A_n$ von anderer Größe sind. Denkt man sich nämlich durch den ersten Pfosten einen Schnitt $a_2 b_1$, so hat man für den Knotenpunkt A_1 , wie oben bemerkt:

$$M_1 = O q_1 = O h_1 \cos \alpha_1,$$

während für den Knotenpunkt B_1 als Mittelpunkt die Gleichung gilt:

$$M_1 = U_2 h_1 \cos \alpha_2,$$

woraus

$$\frac{U_2}{O} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}$$

folgt. Da diese Betrachtung für alle Felder gleichmäßig gilt, so kann man für die linke Trägerhälfte allgemein für das v te Feld:

$$\frac{U_v}{O} = \frac{\cos \alpha_{v-1}}{\cos \alpha_v}, \quad \dots \quad (4)$$

und für die rechte Hälfte von der Mitte bis A_n , in welcher die Streben nach entgegengesetzter Richtung ansteigend anzunehmen sind:

$$\frac{U_v}{O} = \frac{\cos \alpha_{v+1}}{\cos \alpha_v}, \quad \dots \quad (4^a)$$

schreiben. Hieraus erkennt man, daß die Spannungen in der unteren Gurtung überall kleiner sind als in der oberen, und nach der Mitte hin in dem Maße wie das Verhältniß:

$$\frac{\cos \alpha_{\nu-1}}{\cos \alpha_{\nu}} \text{ bzw. } \frac{\cos \alpha_{\nu+1}}{\cos \alpha_{\nu}}$$

zunehmen. Es folgt daraus auch weiter, daß die Diagonalen bei diesem Träger für den Fall der gleichmäßigen Belastung keineswegs, wie bei dem Parabelträger, ganz ohne Spannung sind, denn denkt man sich durch irgend ein Feld einen Schnitt wie $a_3 b_3$, Fig. 263, gelegt, so erhält man durch Gleichsetzung der horizontalen Kraftcomponenten, wenn noch β_{ν} die Neigung der Diagonale gegen den Horizont und T_{ν} die Diagonalkraft ist:

$$U_{\nu} \cos \alpha_{\nu} + T_{\nu} \cos \beta_{\nu} = O \cos \alpha_{\nu},$$

oder mit Rücksicht auf (4):

$$T_{\nu} = O \frac{\cos \alpha_{\nu} - \cos \alpha_{\nu-1}}{\cos \beta_{\nu}} \dots \dots \dots (5)$$

Da dieser Werth positiv ist, so erkennt man, daß die Diagonalen bei der in der Figur vorausgesetzten Stellung derselben Zugspannungen ausgesetzt sind.

Wenn man dieselbe Untersuchung auch für die entgegengesetzte, in der Fig. 263 punktirte Stellung der Diagonalen anstellt, so wird man in derselben

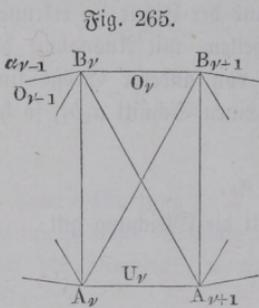


Fig. 265.

Art finden, daß die Diagonalen gedrückt werden, und daß für diesen Fall die Spannungen der unteren Gurttung constant sind, während diejenigen der oberen Gurttung kleiner ausfallen und gemäß den Gleichungen (4) von beiden Enden nach der Mitte hin zunehmen.

Es kann noch bemerkt werden, daß bei einer ungeraden Felderzahl n in dem Mittelfelde, in welchem die Gurttungen horizontal gerichtet sind, Fig. 265, die obere Gurttung ebenfalls eine kleinere Spannung annehmen wird, als der constante Werth O in den übrigen Stücken dieser oberen Gurttung beträgt. Man erkennt nämlich leicht, daß die in dem Mittelfelde angebrachten Diagonalen bei der gleichmäßigen Belastung des ganzen Trägers keiner Anspannung ausgesetzt sein können, da für jede Trägerhälfte die verticale Scheerkraft gleich Null ist. Für den Knotenpunkt B_{ν} erfordert daher das Gleichgewicht die Gleichheit der horizontalen Componenten:

$$O_{\nu} = O_{\nu-1} \cos \alpha_{\nu-1} = O \cos \alpha_{\nu-1} \dots \dots \dots (6)$$

Für dieses Mittelfeld ist dann natürlich in Uebereinstimmung mit (4) die Spannung U_{ν} der unteren Gurttung gleich der der oberen O_{ν} .

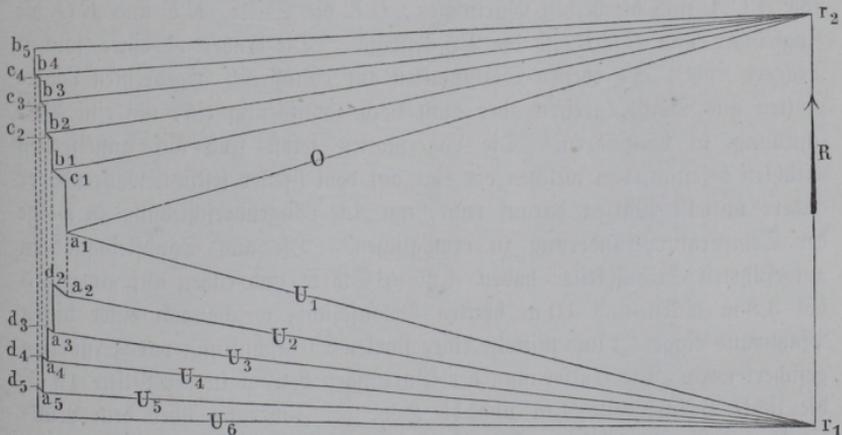
Aus der vorstehenden Untersuchung hat sich ergeben, daß die für den Pauli'schen Träger gestellte Bedingung einer durchweg gleichen Maximalspannung in allen Gurttungstheilen in aller Strenge

nicht erfüllbar ist, wenn man nicht etwa die Diagonalen für Zug- und Druckkräfte gleichzeitig widerstandsfähig machen will. Die Verschiedenheit der Gurtungsspannungen ist indessen im Allgemeinen nur gering und immer kleiner als sie bei dem Parabelträger ist, wie die unten folgende graphische Darstellung noch ersichtlich machen wird. Die Anstrengungen der Diagonalen sind bei voller Belastung des Trägers ebenfalls nur unbedeutend. Was die ungünstigsten Beanspruchungen derselben bei einseitigen Belastungen anbetrifft, so gelten hierfür die schon in den früheren Paragraphen angegebenen Regeln für den Träger mit parallelen Gurtungen und den Parabelträger. Wie bei dem letzteren findet man, daß alle Diagonalen sowohl Zug- wie Druckkräften ausgesetzt sind, und man daher auch in allen Feldern gekreuzte Diagonalen anzuordnen hat, wenn dieselben nur in einer Richtung widerstandsfähig sind. Wird bei diesen Trägern die Fahrbahn in der neutralen Ase angebracht, so hat man jeden unteren und jeden oberen Knotenpunkt mit demselben Gewichte $\frac{p}{2}$ bzw. $\frac{q}{2}$ belastet zu denken.

Um die Spannungen in den Gurtungen graphisch darzustellen, trägt man, Fig. 266, auf einer Verticalen die Größe des Stützdruckes für volle Belastung

$$r_1 r_2 = R = \frac{n-1}{2} q$$

Fig. 266.



auf und zieht durch die Endpunkte r_1 und r_2 Parallelen zu den Gurtungen AA_1 und AB_1 der Fig. 263, um in $r_1 a_1 = a_1 r_2 = O = U_1$ die Spannungen in den ersten Feldern zu erhalten. Zieht man ferner durch r_1 Parallelen mit sämtlichen unteren und durch r_2 Parallelen mit allen oberen Gurtungen, macht wegen der gleichen Spannungen in der oberen Gurtung

$$r_2 b_1 = r_2 b_2 = r_2 b_3 \dots = r_2 a_1 = O$$

und legt durch die Endpunkte $a_1, b_1, b_2 \dots$ verticale Linien entsprechend den Pfosten und die geneigten Linien $b_1 c_1, b_2 c_2, b_3 c_3$ parallel mit den Diagonalen, so erhält man die Spannungen, welche bei der vollen Belastung sich in den Pfosten und Diagonalen einstellen. Es ist z. B. $b_1 c_1$ die Spannung der Diagonale $B_1 A_2$. Zerlegt man ferner $r_1 a_1 = U_1$ nach der Richtung der Verticalen und der folgenden Gurtung, so erhält man in $r_1 a_2$ die Spannung U_2 . Ebenso ergibt sich $U_3 = r_1 a_3$, wenn man die Diagonalenspannung $c_1 b_1$ in a_2 gleich $a_2 d_2$ anträgt, und von d_2 eine Verticallinie bis zum Schnitt mit der zum dritten Gurtungstheile Parallelen $r_1 a_3$ zieht u. s. f.

Bei den Pauli'schen Brücken ist die obere Gurtung kastenförmig aus Eisenblechplatten zusammengenietet, während die untere gezogene Gurtung aus über einander gelegten Eisenschienen besteht. Die Säulen oder Pfosten, mit denen die Fahrbahn verbunden ist, sind zur Erzeugung der Druckfähigkeit mit gerippten Querschnitten ausgeführt, während die Diagonalen als Bänder dargestellt sind, da dieselben nur durch Zugkräfte angespannt werden. Nach dem Pauli'schen Systeme sind unter anderen die Eisenbahnbrücke über die Saar bei Großheseloh und die Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Mainz ausgeführt. Die letztere besteht aus 4 Hauptöffnungen von je 90 m Weite und aus 6 Fluthöffnungen von je $33\frac{1}{2}$ m Weite, an welche sich dann noch 22 Oeffnungen von kleinerer Weite anschließen, so daß die ganze Brücke 1028,6 m lang ausfällt. Die Figuren 267 und 268 stellen die Seitenansicht und den Grundriß einer Hauptöffnung vor, AMA und ACA sind die beiden Gurtungen, DE die Stiele, EF und EG die Zugbänder und BCB ist die Brückenbahn. Die Enden A eines solchen Trägers ruhen mit ebenen Stahlplatten auf cylindrisch abgedrehten Lagerplatten aus Stahl, greifen aber auch noch zahnförmig ein, um eine Verschiebung zu verhindern. Die Lagerplatten selbst sind auf gußeisernen Stählen befestigt, von welchen der eine auf dem Pfeiler festsetzt, während der andere mittelst Walzen darauf ruht, um eine Längenverschiebung in Folge der Temperaturveränderung zu ermöglichen. Die aus Sandsteinquadern aufgeführten Strompfeiler haben 4,25 m Stärke und ruhen auf einer 3,5 bis 3,8 m dicken und 10 m breiten Betonschicht, welche von einer dicken Pfahlwand eingefast und mittelst einer starken Steinschüttung vor Zerstörung gesichert wird. Die Entfernung der Gurtungen beträgt in der Mitte 15 m, die lichte Brückenweite 4 m und die Höhe der Fahrbahn über dem Nullpunkte des Pegels 15,1 m. Die Constructionshöhe, gemessen von der Fahrbahn bis zur Unterkante der Träger, mißt 1 m.

Die Querdimensionen der Constructionstheile sind so gewählt, daß durch das Eigengewicht der Brücke und die dreifache größte Verkehrsbelastung eine Spannung von 16 kg pro 1 qmm erzeugt wird, welcher hohe Werth nur deswegen als zulässig angenommen werden durfte, weil jedes einzelne Stück vor seiner Verwendung durch eine Anstrengung bis zu dem angegebenen

Fig. 267.

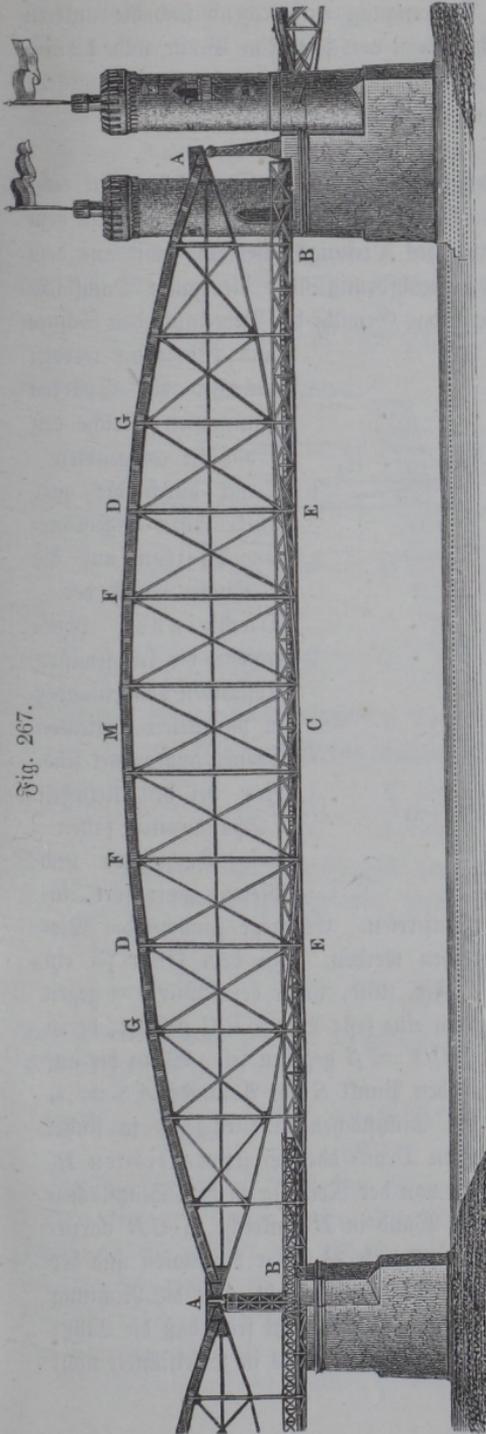
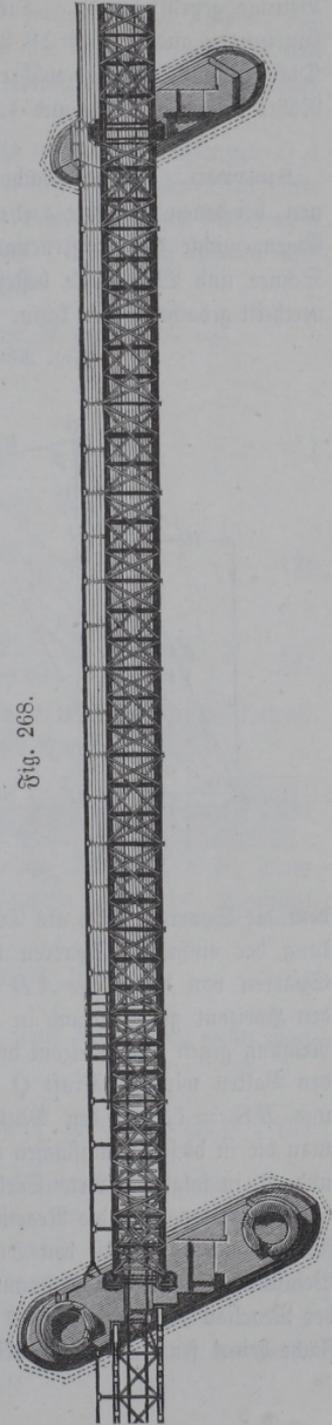


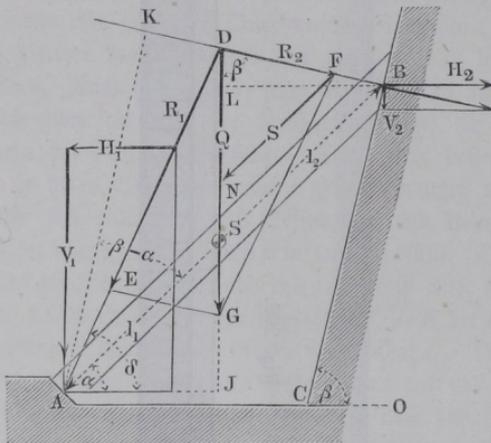
Fig. 268.



Betrage geprüft wurde. Dieser Anstrengung entsprechend sind die unteren Gurtungen aus $9 \cdot 2 = 18$ Blechbändern von je 0,2 m Breite und 12 mm Dicke zusammengesetzt, während jeder Druckbaum aus einer rechteckigen Röhre von 1 m Weite und 12 mm Wandstärke besteht.

§. 59. Sparren. Zu den Fachwerken hat man auch die Dachstühle zu rechnen, bei denen nur eine ruhende Belastung wirksam ist, welche, aus dem Eigengewichte der Construction incl. des Deckungsmaterials sowie aus dem Schnee und Winddrucke bestehend, gleichförmig über die ganze Dachfläche vertheilt gedacht werden kann. Durch das Gewicht der Bedeckung, den Schnee

Fig. 269.



und Winddruck werden zunächst die Sparren angegriffen, welche den auf sie ausgeübten Druck durch die quer unter ihnen angeordneten Pfetten auf die Knotenpunkte der Dachbinder übertragen, die in gewissen Abständen von einander in parallelen verticalen Ebenen angeordnet sind. Nur bei den kleinsten Spannweiten fallen diese Dachbinder und Pfetten ganz fort, in-

dem die Sparren selbst als Träger auftreten. Es möge zunächst die Wirkung der einfachen Sparren besprochen werden. Zu dem Ende sei ein Sparren von der Länge $AB = l$, Fig. 269, unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigt, und in B gegen eine feste Wand BC gestützt, deren Neigung gegen den Horizont durch $BCO = \beta$ gegeben sei. Wenn die auf den Balken wirkende Kraft Q durch den Punkt S im Abstände $AS = l_1$ und $BS = l_2$ von den Mitten der Stützflächen hindurchgeht, so findet man die in diesen Stützflächen erzeugten Druck- oder Stützreaktionen R_1 und R_2 in folgender Art. Sieht man von der Reibung in den Stützflächen ab, so hat man sich die Reaction der Wand in B senkrecht zu CB vorzustellen, und wenn man den Durchschnittspunkt D dieser Normalen und der Belastung Q mit dem Fußpunkte A verbindet, so giebt AD die Richtung der Reaction R_1 in A an. Es möge etwa vorausgesetzt sein, daß die Stützfläche bei A senkrecht zu der Richtung AD stehe, was in Wirklichkeit nicht