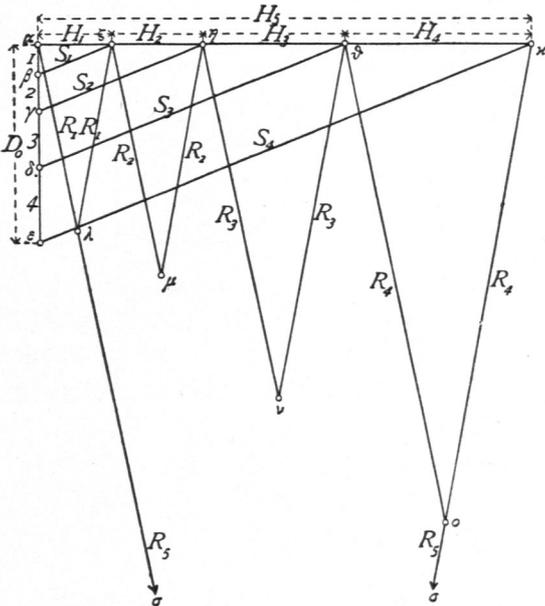


Fig. 330.



$$Y_1 \leq \frac{P_1}{n \sin \alpha \cos \gamma_1};$$

$$Y_2 \leq \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha \cos \gamma_2} \text{ etc. . 352.}$$

Um die Stabspannungen mittels Zeichnung (Fig. 329 u. 330) zu ermitteln, seien die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte 1, 2, 3, 4; alsdann ergibt sich leicht, wenn $\alpha \beta = 1$, $\beta \gamma = 2$, $\gamma \delta = 3$, $\delta \epsilon = 4$ gemacht wird, $\beta \zeta = S_1$, $\zeta \alpha = H_1$, $\gamma \eta = S_2$, $\eta \zeta = H_2$, $\delta \theta = S_3$, $\theta \eta = H_3$, $\epsilon \kappa = S_4$, $\kappa \vartheta = H_4$; ferner $\epsilon \alpha = D_0$, $\alpha \lambda = H_5$, $\zeta \lambda = \lambda \alpha = R_1$, $\eta \mu = \mu \zeta = R_2$, $\theta \nu = \nu \eta = R_3$, $\kappa \sigma = \sigma \kappa = R_4$ und $\alpha \tau = \sigma \kappa = R_5$ (= Mauerringspannung).

249.
Graphische
Ermittlung
der Stab-
spannungen.

Je nachdem nun die Kräfte 1, 2, 3, 4 die Eigengewichte oder die zufälligen Lasten bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belastung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen sind leicht zu construieren.

c) Steile Zeldächer oder Thurmdächer.

Als lothrechte Belastung ist hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belastung durch Schnee findet nicht statt, weil wegen der großen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diese lothrechte Belastung erzeugt, da die Construction genau so, wie bei den flachen Zeldächern, aus Sparren und Ringen zusammengesetzt wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen sind. Auf diese Berechnung soll deshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen spielt der Winddruck hier eine große Rolle, und es sollen die durch diesen erzeugten Spannungen berechnet werden. Zunächst soll die Berechnung für ein vierseitiges Pyramidendach gezeigt werden, für welches eine genaue Berechnung möglich ist.

1) Vierseitiges Pyramidendach.

Der Winddruck auf eine Pyramidenseite ist am größten, wenn die Windrichtung im Grundriß senkrecht zu der betreffenden Rechteckseite steht. Alsdann ist der Winddruck für 1^{qm} schräger Dachfläche (Fig. 331 u. 333) nach Gleichung 7: $v = 120 \sin(\alpha + 10^\circ)$; die vom Winde getroffene schräge Dachfläche ist

250.
Belastung.

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

mithin der Gesamtdruck gegen eine Pyramidenseite

$$N = \frac{a h v}{2 \sin \alpha} \dots \dots \dots 353.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrie-Ebene *II* einen ideellen Binder *ACB* (Fig. 332) und bestimmen die darin durch den Winddruck entstehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Wagrechten und Diagonalen, wie in Fig. 331 gezeichnet, an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck *W* in der Höhe e_0 über

dem Firstpunkt C ; außerdem wirken in den Knotenpunkten $C, E, F, G \dots$ die Kräfte $N_0, N_1, N_2, N_3 \dots$ senkrecht zur Dachfläche; die Größe dieser Kräfte ist leicht aus den auf die bezüglichen Knotenpunkte entfallenden Dachflächen zu ermitteln.

251.
Berechnung
d. Spannungen
im ideellen
Binder.

a) Berechnung der Spannungen im ideellen Binder. Um die Sparrenspannung S_1 (Fig. 332) an der Windseite zu erhalten, lege man einen beliebigen Schnitt durch CE , etwa nach $II-III$, und betrachte das Bruchstück oberhalb des Schnittes. Wählt man \mathcal{F} als Momentenpunkt, so heißt die Gleichung der statischen Momente (Fig. 334):

$$0 = S_1 c_1 \sin \alpha - W(e_0 + e_1) - N_0 n_0.$$

Nun ist

$$\overline{C\mathcal{F}} = \frac{e_1}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad \cos(180 - 2\alpha) = \frac{n_0}{\overline{C\mathcal{F}}} = -\cos 2\alpha, \quad \text{daher}$$

$$n_0 = -\overline{C\mathcal{F}} \cos 2\alpha = -\frac{e_1}{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha}.$$

Man erhält hiernach

$$S_1 = \frac{W(e_0 + e_1)}{c_1 \sin \alpha} + \frac{N_0 e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{c_1 \sin^2 \alpha}.$$

Für irgend einen Sparren FG ist K der Momentenpunkt, und es ergibt sich für S_3 der Werth

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0(n_0 + n_1) + N_1 n_1 \right] - N_2 \cotg \alpha.$$

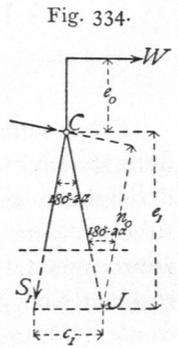
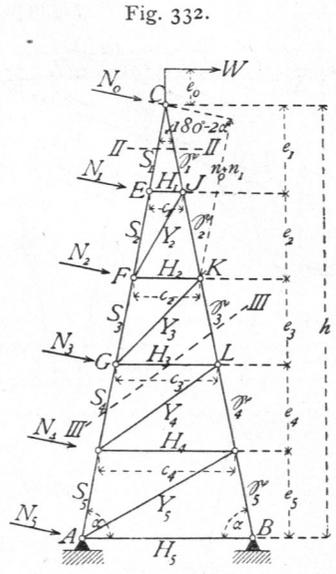
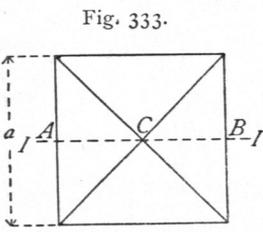
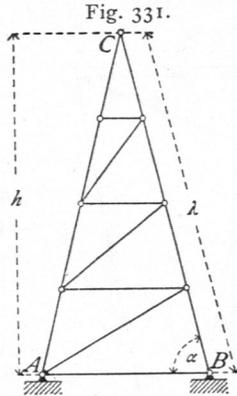
Für irgend einen Sparren KL auf der Unterwindseite ist G der Momentenpunkt und

$$\mathcal{S}_3 = -\frac{1}{c_3 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0(e_1 + e_2 + e_3) + N_1(e_2 + e_3) + N_2 e_3}{\sin \alpha} \right].$$

Eben so ergeben sich leicht alle Sparrenspannungen, sowohl auf der Windseite, wie auf der Unterwindseite.

Die Sparren auf der Windseite werden gezogen, diejenigen auf der Unterwindseite werden gedrückt.

Die Spannungen in den Wagrechten und Diagonalen werden gleichfalls mittels der Momentenmethode ermittelt. Um die Spannung H_3 in GL zu finden, schneide man schräg nach $III-III'$; alsdann ist C der Momentenpunkt, und es wird



$$H_3 = - \frac{N_1 e_1 + N_2 (e_1 + e_2) + N_3 (e_1 + e_2 + e_3)}{(e_1 + e_2 + e_3) \sin \alpha} + \frac{W e_0}{e_1 + e_2 + e_3}$$

Die Spannung Y_3 endlich in der Diagonalen GK wird, da für GK wiederum C der conjugirte Punkt ist, durch die Momentengleichung für C gefunden. Man erhält, wenn y_3 der Hebelsarm von Y_3 für den Momentenpunkt C ist,

$$Y_3 = \frac{1}{y_3} \frac{N_1 e_1 + N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha} - \frac{W e_0}{y_3}$$

Ob die Diagonalen und Wagrechten Druck oder Zug erhalten, hängt wesentlich von der Größe des Momentes $W e_0$ ab. Ist $W = 0$, so werden bei der gezeichneten Richtung der Diagonalen die Wagrechten gedrückt, die Diagonalen gezogen. Bei der entgegengesetzten Windrichtung findet entgegengesetzte Beanspruchung statt.

β) Graphische Ermittlung der Spannungen im ideellen Binder. Wird zunächst von der Kraft W abgesehen, so ergibt sich ohne Schwierigkeit der in Fig. 335 gezeichnete Kräfteplan, worin alle Stabspannungen, welche durch Winddruck erzeugt werden, enthalten sind.

252.
Graphische Ermittlung d. Spannungen im ideellen Binder.

Fig. 335.

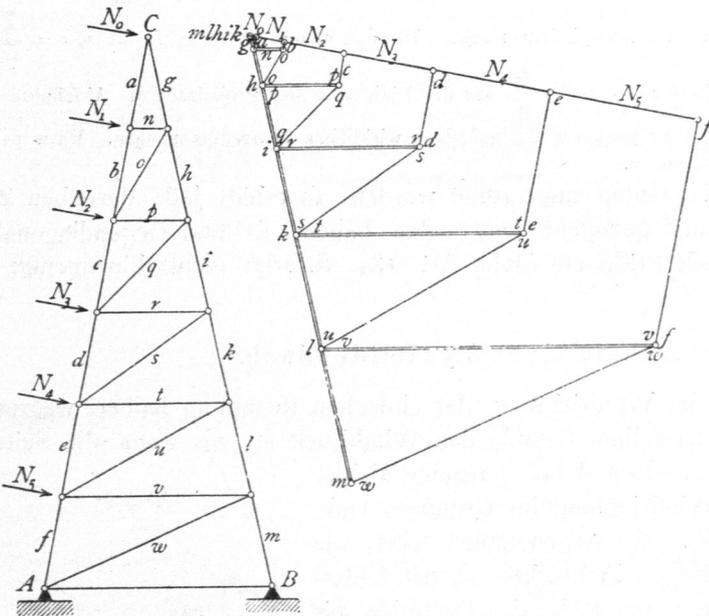
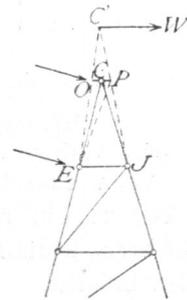


Fig. 336.



Falls noch ein Winddruck W vorhanden ist, so empfiehlt es sich, für die graphische Bestimmung der Spannungen statt der wirklich vorhandenen Stäbe EC und JC zwei Stäbe EC' und $J'C'$ einzuführen, wobei C' der Schnittpunkt der Kraft W mit der Mittel-Lothrechten (Fig. 336) ist; die Ermittlung kann dann

für den Thurm mit der Spitze $EOC'PJ'$ nach der *Cremona'schen* Methode erfolgen. Die Spannungen in EC und $J'C$ können mit geringem Fehler denjenigen, welche sich für EO und PJ' ergeben haben, gleich gesetzt werden.

γ) Zurückführung der Spannungen im ideellen Binder auf die wirklichen Stabspannungen. Die bisher berechneten Spannungen finden im ideellen Binder ACB (Fig. 337) statt. Jede Spannung in einem Stabe des ideellen Binders wird nun durch zwei Stabspannungen der beiden wirklichen Binder geleistet, deren Ebenen mit derjenigen des ideellen Binders den Winkel $(90 - \alpha)$ einschließen.

253.
Wirkliche Stabspannungen.

Die Spannung S in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen S' ersetzt; demnach ist

$S = 2 S' \cos (90 - \delta) = 2 S' \sin \delta$,
woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}; \dots 354.$$

eben so

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{2 \sin \delta} \dots 355.$$

Ferner wird $H = 2 H'$, woraus

$$H' = \frac{H}{2}; \dots 356.$$

$$Y = 2 Y' \cos \varepsilon,$$

woraus

$$Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \dots 357.$$

Auch auf graphischem Wege ist die Zurückführung leicht. Man construire (Fig. 338) den Winkel $(90 - \delta)$, bzw. ε , was keine Schwierigkeiten macht. Ist $\sphericalangle r m n = 90 - \delta$, so ist $\overline{m r} = \frac{\overline{m n}}{\sin \delta}$.

Man trage demnach die Werthe für $\frac{S}{2}$ und $\frac{\mathcal{E}}{2}$ auf der Linie $m n$ ab, projicire diese Abschnitte auf $m r$; alsdann erhält man in den Projectionen die gefuchten wirklichen Sparrenspannungen. Eben so ist die Division durch $\cos \varepsilon$ vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, so erhält jede derselben Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, so sind Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (siehe Art. 184, S. 167) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

2) Achtfeitiges Pyramidendach.

254.
Belastung.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, wagrecht an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck so, als wenn die Seitenflächen lothrecht ständen. Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Windrichtung im Grundriß senkrecht zur Seite $m n$ (Fig. 339) angenommen wird, die Seitenlänge des regelmäßigen Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit a , die Höhe der Pyramide mit h und der Druck für die Flächeneinheit mit p bezeichnet wird, so ist der Druck gegen die Fläche F demnach

$$W = \frac{p a h}{2} \dots 358.$$

Der Winddruck auf die Fläche F_1 (Fig. 340) ergibt sich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgendermaßen. Die (lothrecht gedachte) Fläche schließt mit der angenommenen Windrichtung (Fig. 339) einen Winkel $(90 - \gamma)$ ein; mithin ist der senkrechte Winddruck auf die Fläche für die Flächeneinheit nach Art. 27 (S. 21)

Fig. 337.

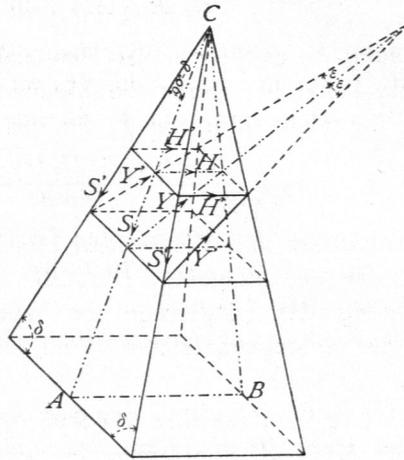


Fig. 338.

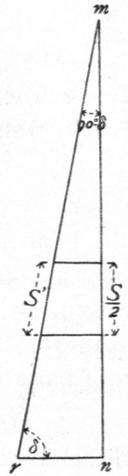


Fig. 339.

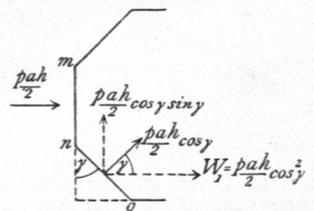
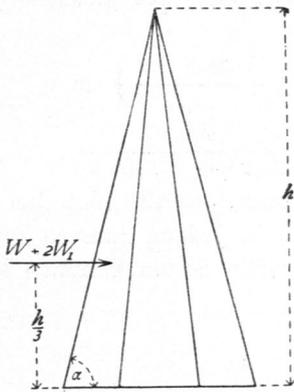


Fig. 340.



oder

$$n = p \sin(90 - \gamma)$$

$$n = p \cos \gamma,$$

und der Winddruck auf die ganze Fläche

$$\frac{p a h}{2} \cos \gamma.$$

Diese Kraft zerlegt sich nun in eine Seitenkraft, welche dieselbe Richtung hat, wie W , und in eine senkrecht hierzu stehende. Die erstere ist (Fig. 339)

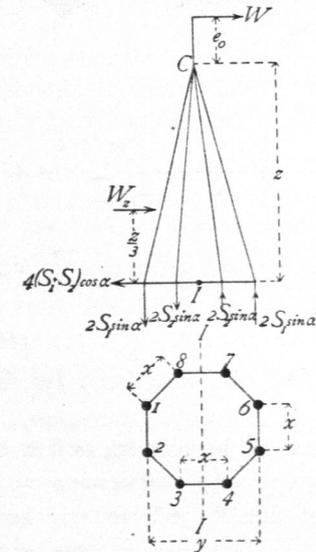
$$W_1 = \frac{p a h \cos^2 \gamma}{2} \dots 359.$$

Ein genau gleicher Winddruck wirkt (Fig. 340) auf die andere Fläche F_1 ; mithin ist der gesammte Winddruck auf die Pyramide

$$\begin{aligned} W + 2 W_1 &= \frac{p a h}{2} (1 + 2 \cos^2 45^\circ) \\ &= \frac{p a h}{2} \left(1 + \frac{2}{2}\right) = p a h \dots 360. \end{aligned}$$

Der Angriffspunkt dieser Kraft liegt in der Höhe $\frac{h}{3}$ über der Grundfläche der Pyramide.

Fig. 341.



Für irgend einen Pyramidenthcil (Fig. 341) von der Höhe z erhält man, wenn die Seite des Achteckes, welches für diesen Theil die Grundfläche bildet, mit x und die ganze Breite der Grundfläche mit y bezeichnet wird,

$$W_z = p x z \dots 361.$$

W_z greift in der Höhe $\frac{z}{3}$ über dieser Grundfläche an.

Außer W_z wirke auf das Thurmkreuz (Fig. 341) noch ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem First; alsdann ist das Moment des Windes, bezogen auf die wagrechte, in der Grundfläche des betreffenden Thurmfückes gelegene Schwerpunktsaxe II des Querschnittes

$$M_z = W_z \frac{z}{3} + W(e_0 + z) \dots 362.$$

Diefes Moment muß durch die Spannung der Sparren an der betrachteten Stelle aufgehoben werden.

Sind die Spannungen in den vier Sparren $1, 2, 5, 6$, welche um $\frac{y}{2}$ von der

Axe II abstehen, S_1 , diejenigen in den vier um $\frac{x}{2}$ von der Axe II abstehenden Sparren $3, 4, 7, 8$ gleich S_2 , so ist, wenn mit geringem Fehler der Sparrenwinkel gegen die wagrechte Ebene gleich α gesetzt wird, das Moment der Sparren-

255.
Spannungen
in den
Sparren.

spannungen für die Axe II gleich $2 S_1 y \sin \alpha + 2 S_2 x \sin \alpha$; folglich muß $M_z = (2 S_1 y + 2 S_2 x) \sin \alpha$ sein. Man kann annehmen, daß bei gleicher Querschnittsfläche aller Sparren stattfindet

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x}{y}, \text{ d. h. } S_2 = \frac{S_1 x}{y}, \text{ also } M_z = \left(2 S_1 y + \frac{2 S_1 x^2}{y} \right) \sin \alpha,$$

$$M_z = \frac{2 S_1}{y} (y^2 + x^2) \sin \alpha, \text{ woraus } S_1 = \frac{M_z y}{2 (x^2 + y^2) \sin \alpha} \dots 363.$$

Für M_z sind der Reihe nach die Werthe einzuführen, welche sich bei den verschiedenen Höhen z ergeben. Diese Spannung kann in jedem Sparren sowohl als Zug, wie als Druck stattfinden, weil der Wind von allen Seiten kommen kann. Man erhält demnach

$$S = \pm \frac{M_z y}{2 (x^2 + y^2) \sin \alpha} \dots \dots \dots 364.$$

256.
Spannungen
in den
Ringern.

Die genaue Berechnung der bei einseitiger Windbelastung in den Ringen und in den Diagonalen entstehenden Spannungen ist sehr schwierig. Wir machen, um eine einfache Rechnung zu erhalten, die Annahme, daß, wenn der Wind die Flächen EF , FO und EL (Fig. 342) belastet, die Punkte L und O als feste Stützpunkte betrachtet werden können. Alsdann wirkt auf EF die Kraft N_1 , auf EL und FO je

$N_1 \cos 45^\circ = \frac{N_1}{\sqrt{2}}$; in E und F wirken alsdann je $\frac{N_1}{2}$ und $\frac{N_1}{2\sqrt{2}}$, wie in Fig. 343

Fig. 342.

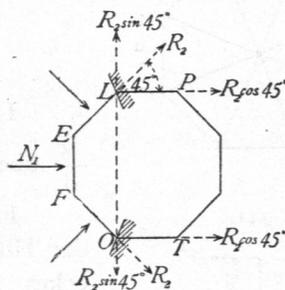
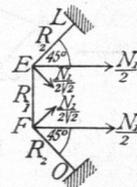


Fig. 343.



gezeichnet. Die Gleichgewichtsbedingungen für Punkt F lauten nun:

$$0 = R_1 + \frac{N_1}{2\sqrt{2}} \sin 45^\circ - R_2 \sin 45^\circ \text{ und } 0 = R_2 \cos 45^\circ + \frac{N_1}{2} + \frac{N_1}{2\sqrt{2}} \cos 45^\circ,$$

woraus

$$R_2 = -1,06 N_1; \dots \dots \dots 365.$$

ferner

$$R_1 = -N_1 \dots \dots \dots 366.$$

Da der Wind von allen Seiten kommen kann, so sind alle Ringtheile für die größere Spannung $R_2 = -1,06 N_1$ zu construiren.

Um die in den Dachflächen angebrachten Diagonalen zu berechnen, bestimme man die auf die einzelnen Punkte L , bzw. O (Fig. 342 u. 343) wirkenden wagrechten Kräfte. Auf L und O wirkt je R_2 , und es zerlegt sich R_2 jederseits in eine Seitenkraft $R_2 \cos 45^\circ$, welche in die Linie LP , bzw. OT fällt, und in eine senkrecht dazu gerichtete Seitenkraft $R_2 \sin 45^\circ$, welche in die Richtung LO fällt. Um die beiden letzteren Seitenkräfte aufzuheben, empfiehlt sich die Anbringung der Zugstäbe LO , wie in Fig. 342 punktirt; der in diesen herrschende Zug ist $R_2 \sin 45^\circ$. Die in die Ebene LPC , bzw. OTC fallenden Seitenkräfte sind nun durch das in diesen angeordnete Gitterwerk auf die festen Stützpunkte der Thurmpyramide zu übertragen. Um die Diagonalen zu berechnen, denke man wieder zunächst die beiden Dachflächen durch einen in der Symmetrie-Ebene liegenden, ideellen Binder ersetzt,

257.
Spannungen
in den
Diagonalen.

ermittle die unter dem Einflusse der Lasten $R_2 \cos 45^\circ$ in demselben entstehenden Diagonalspannungen auf bekannte Weise und aus diesen ideellen Diagonalspannungen die wirklichen Diagonalspannungen genau so, wie in Art. 253 (S. 241) angegeben ist. Als Belastung der einzelnen Knotenpunkte des ideellen Binders ist selbstverständlich überall $2 R_2 \cos 45^\circ$ einzuführen.

3) Standfestigkeit der Thurmdächer.

Durch die Windbelastung werden die Sparren an der Windseite auf Zug, diejenigen an der Unterwindseite auf Druck beansprucht; durch das Eigengewicht erhalten alle Sparren Druck. Wenn der im Sparren mögliche grösste Zug in Folge des Winddruckes grösser ist, als der durch das Eigengewicht erzeugte Druck, so ist Gleichgewicht nur möglich, wenn auf den Sparren Seitens des Auflagers ein Zug ausgeübt wird, welcher wenigstens so gross ist, wie der grösste im Sparren herrschende Zug. Dieser Zug Seitens des Auflagers wird durch Verankerung der Sparren mit dem Thurmmauerwerk erzeugt, und es muss das Gewicht des an den Anker gehängten Mauerwerkes, welches als Zug auf den Sparren wirkt, wenigstens so gross sein, wie der grösstmögliche Zug in demselben. Es empfiehlt sich, die Verankerung weiter hinabzuführen, etwa so weit, dass das Mauergewicht doppelt so gross ist, als der grösste Zug im Sparren.

258.
Verankerung.

Literatur.

Bücher über »Statik der Dachstühle«.

- UNWIN, W. *Wrought-iron bridges and roofs etc.* London 1870.
 CORDIER, E. *Equilibre stable des charpentes en fer, bois et fonte.* Paris 1872.
 RITTER, Dr. A. *Elementare Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brücken-Constructionen.* 3. Aufl. Hannover 1873.
 FABRÉ, V. *Théorie des charpentes, donnant des règles pratiques pour la construction des fermes et autres appareils en bois et en fonte.* Paris 1873.
 CARGILL, Th. *The strains upon bridge girders and roof trusses etc.* London 1873.
 SCHREVE, S. *A treatise on the strength of bridges and roofs etc.* New-York 1873.
 TETMAJER, L. *Die äusseren und inneren Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhl-Constructionen.* Zürich 1875.
 NICOUR, Ch. *Calcul d'un comble en fer du système Polonceau.* Paris 1875.
 SCHWEDLER, W. *Die Construction der Kuppeldächer.* 2. Aufl. Berlin 1878.
 TRÉLAT, E. *La rigidité dans les combles.* Paris 1878.
 Deutsche bautechnische Taschenbibliothek. Heft 10: *Berechnung der Dachwerke.* Von W. Jeep. Leipzig 1876.
 WEYRAUCH, J. J. *Beispiele und Aufgaben zur Berechnung der statisch bestimmten Träger für Brücken und Dächer.* Leipzig 1888.
-