

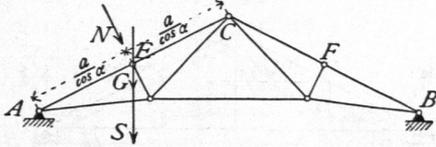
$$g = b q' \text{ und } s = 75 b, \dots \dots \dots 281.$$

ferner der Winddruck für das laufende Meter schräger Dachlinie zu

$$n = b v \dots \dots \dots 282.$$

Sind die Dachbinder einander nicht parallel, so ist die Belaftung für das laufende Meter Binder veränderlich, entsprechend der veränderlichen Dachfläche, welche auf die einzelnen Bindertheile kommt.

Fig. 236.



Die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Lasten werden nun erhalten, indem man die Belaftung für das laufende

Meter Stützweite, bezw. schräger Dachlinie mit derjenigen Länge multiplicirt, welche auf einen Knotenpunkt entfällt. Für den Knotenpunkt E (Fig. 236) wird demnach

$$G = a b q', \quad S = 75 a b \text{ und } N = \frac{a}{\cos \alpha} b v \dots \dots \dots 283.$$

Man könnte die Werthe für G, S und N auch nach der Theorie der continuirlichen Träger bestimmen, indem man A E C als continuirlichen Träger auf 3 Stützen auffasst; doch dürfte die angegebene einfachere Methode sich mehr empfehlen, da die Annahmen, welche der Berechnung der continuirlichen Träger zu Grunde gelegt werden, hier doch nicht genau erfüllt sind und die verwickeltere Rechnung keine entsprechend genaueren Werthe giebt.

Sämmtliche Lasten werden in den Knotenpunkten der Binder wirkend angenommen. Die Eigengewichte wirken zum allergrößten Theile in den Knotenpunkten derjenigen Gurtung, die in den Dachflächen liegt; nur ein ganz geringer Bruchtheil wirkt in den Knotenpunkten der anderen Gurtung. Meistens kann man annehmen, dass die Eigenlasten ganz in den ersteren Knotenpunkten angreifen.

Die Windbelaftung kann nur einseitig wirken; denn da die Windrichtung einen Winkel $\beta = 10$ Grad mit der wagrechten Ebene einschließt, so kann der Wind beide Dachflächen nur dann treffen, wenn diese einen kleineren Winkel mit der Wagrechten bilden, als 10 Grad. Für so flache Dächer ist aber der Winddruck so gering, dass er ungefährlich ist. Der Winddruck ist also stets einseitig zu rechnen.

Der Schnee endlich kann das ganze Dach oder einen Theil desselben belasten. Wenn nun auch für manche Stäbe unter Umständen eine Schneebehaftung über einen bestimmten Bruchtheil des Daches die ungünstigste Beanspruchung ergeben sollte, so werden wir doch diese der Berechnung nicht zu Grunde legen, weil dieselbe nur in den aller seltensten Fällen einmal vorkommen kann; vielmehr werden wir nur volle Belaftung des Daches und Belaftung der einen Dachhälfte durch Schnee in das Auge fassen. Wir werden später zeigen, dass die zweite Belaftungsart zu Ergebnissen führt, aus denen die Spannungen für volle Schneebehaftung ohne Schwierigkeit abgelesen werden können.

b) Auflagerdrücke bei Balkendächern.

Die durch lothrechte Belaftungen (Eigengewicht und Schneedruck) erzeugten Stützendrücke sind, da die Dachbinder genau wie Träger auf zwei Stützen wirken, eben so zu ermitteln, wie bei den »Trägern« (Kap. 2 des vorhergehenden Abschnittes) gezeigt worden ist.

Sind die Auflagerdrücke zu ermitteln, welche durch die schiefen Winddruckbelaftungen erzeugt werden, so haben wir zwei Fälle zu unterscheiden: entweder sind alle Winddrücke einander parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde

203.
Belastungs-
annahmen.

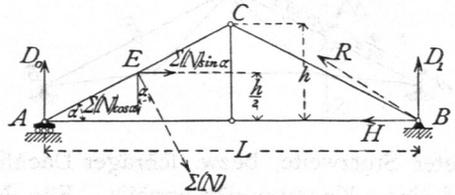
204.
Lothrechte
Belastungen.

205.
Schiefe
Belastungen.

getroffene Dachfläche eine Ebene ist, oder die Winddrücke sind nicht parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche sich aus mehreren Ebenen zusammensetzt.

Für beide Fälle ist zunächst klar, daß der Dachbinder nicht einfach frei auf die Stützpunkte gelagert werden darf. Denn ist $\Sigma(N)$ die Mittelkraft aller Winddrücke (Fig. 237), so hat $\Sigma(N)$ eine wagrechte Seitenkraft $\Sigma(N) \sin \alpha$. Gleichgewicht ist also nur möglich, wenn Seitens des einen der beiden Auflager eine wagrechte Kraft $H = \Sigma(N) \sin \alpha$ auf den Binder wirkt; es muß also das Dach in A oder B unverschieblich mit dem Auflager verbunden werden.

Fig. 237.



Wollte man ein eisernes Dach in beiden Punkten A und B fest mit dem Auflager verbinden, so würde dasselbe bei Aenderung der Temperatur nicht im Stande sein, sich auszudehnen, bzw. zusammenzuziehen; es würden demnach durch die Temperaturveränderungen wesentliche Spannungen im Dache entstehen, bzw. es würden die stützenden Wände gelockert werden. Man construirt deshalb bei eisernen Dachstühlen das eine Auflager so, daß dasselbe eine freie Ausdehnung und Zusammenziehung gestattet; das andere stellt eine feste Verbindung zwischen Träger und stützender Wand her. Wir wollen in der Folge stets ein festes und ein bewegliches Auflager, und zwar das Auflager bei A als das bewegliche, dasjenige bei B als das feste annehmen. Nehmen wir ferner an, daß das Auflager bei A eine Bewegung ohne Reibung gestattet, so kann der Stützendruck bei A nur lothrecht wirken. Diese Annahme ist nicht genau richtig, aber für die Praxis ausreichend. Der Auflagerdruck bei B dagegen kann beliebige Richtung annehmen.

Es ergeben sich hier verschiedene Auflagerdrücke, je nachdem die Windbelastung auf derjenigen Dachseite stattfindet, an welcher das bewegliche Auflager A ist, oder auf derjenigen, an welcher das feste Auflager B liegt.

206.
Parallele
Winddrücke.

1) Die Winddrücke sind parallel. a) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt (Fig. 237). Die Mittelkraft $\Sigma(N)$ sämtlicher Winddrücke greife in der Mitte von AC , etwa in E , an und sei gleich der Summe aller Einzeldrücke. $\Sigma(N)$ zerlegt sich im Punkte E in eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft $\Sigma(N) \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \cos \alpha$; in A wirkt der lothrechte Stützendruck D_0 , in B der schiefe Auflagerdruck R , welcher gleichfalls in eine wagrechte Seitenkraft H und in eine lothrechte Seitenkraft D_1 zerlegt wird. Die drei Unbekannten D_0 , D_1 und H erhält man durch die drei Gleichgewichtsbedingungen. Es ist

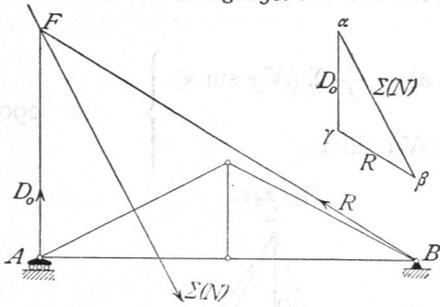
$$0 = \Sigma(N) \sin \alpha - H, \text{ woraus } H = \Sigma(N) \sin \alpha; \dots \dots \dots 284.$$

$$D_0 L + \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{3}{4} L = 0, \text{ woraus, da } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{L},$$

$$D_0 = \Sigma(N) \frac{\cos \alpha}{4} (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha); \dots \dots \dots 285.$$

$$D_1 L - \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{L}{4} = 0, \text{ woraus } D_1 = \frac{\Sigma(N)}{4 \cos \alpha}. \dots \dots \dots 286.$$

Fig. 238.



Auf graphischem Wege geschieht die Ermittlung der Auflagerdrücke in der durch Fig. 238 veranschaulichten Weise.

Die drei auf das Dach wirkenden Kräfte D_0 , R und $\Sigma(N)$ halten dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte: die Kraft R geht sonach durch den Schnittpunkt F der Kräfte D_0 und $\Sigma(N)$. R geht auch durch B ; also ist BF die Richtung der Kraft R . Das Kräfte-dreieck für diese drei Kräfte ergibt, wenn $\alpha \beta = \Sigma(N)$ ist, $R = \beta \gamma$ und $D_0 = \gamma \alpha$.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 239). Die Mittelkraft $\Sigma(N)$ greift in der Mitte der rechtsseitigen Dachfläche, in E' , an und zerlegt sich in eine lothrechte und eine wagrechte Seitenkraft. Wir erhalten durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen:

$$0 = H' - \Sigma(N) \sin \alpha, \text{ woraus } H' = \Sigma(N) \sin \alpha; \dots \dots \dots 287.$$

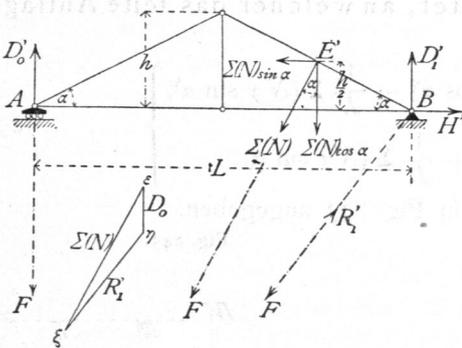
$$0 = D'_0 L - \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{L}{4}, \text{ woraus } D'_0 = \frac{\Sigma(N)}{4 \cos \alpha}; \dots \dots \dots 288.$$

$$0 = D'_1 L + \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{3}{4} L,$$

woraus

$$D'_1 = \frac{\Sigma(N) \cos \alpha}{4} (3 - \text{tg}^2 \alpha) \dots \dots \dots 289.$$

Fig. 239.



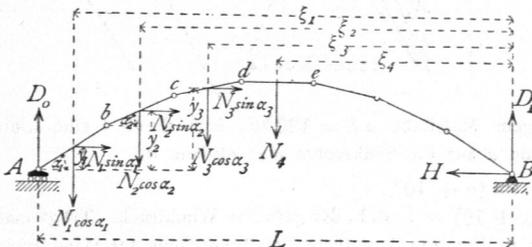
Man sieht, es ist $D_0 = D'_1$, $D_1 = D'_0$ und $H = H'$; nur ist bei H' der Sinn demjenigen von H entgegengesetzt.

Durch Construction lassen sich die Auflagerdrücke im vorliegenden Falle, wie in Fig. 239 gezeigt, ermitteln.

Die drei Kräfte D'_0 , $\Sigma(N)$ und die Mittelkraft R'_1 von H' und D'_1 find im Gleichgewichte, schneiden sich daher in einem Punkte, und zwar in demjenigen Punkte, in welchem die Richtungen von D'_0 und $\Sigma(N)$ sich schneiden, also in F . Die Verbindungslinie der beiden Punkte B und F ergibt demnach die Richtung der Kraft R'_1 . Ist $\Sigma(N) = \epsilon \xi$, so wird $\xi \eta = R'_1$ und $\eta \epsilon = D'_0$.

2) Die Winddrücke haben nicht parallele Richtungen. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt. Bei gebrochener Dachfläche werden die Winddrücke, welche auf die einzelnen Flächen wirken, nach den Angaben in Art. 28 (S. 22) ermittelt. Bei einer cylindrischen

Fig. 240.



Dachfläche genügt es, einzelne Dachtheile zusammenzufassen und für jeden dieser Theile den Winddruck unter Zugrundelegung eines mittleren Neigungswinkels α zu bestimmen. Man erhält etwa N_1 für die Strecke Ab (Fig. 240), N_2 für bc etc. Die Zerlegung jeden Winddruckes in eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft und die

207.
Nicht
parallele
Winddrücke.

Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen ergibt die Unbekannten D_0 , D_1 und H . Es wird

$$\left. \begin{aligned} H &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D_0 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D_1 &= \frac{1}{L} \Sigma [N (L - \xi) \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha). \end{aligned} \right\} \dots 290.$$

Die graphische Ermittlung der Auflagerdrücke zeigt Fig. 241.

Die einzelnen Winddrücke ($N_1, N_2, N_3 \dots$) werden mittels eines Kraftpolygons $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon$ zu einer Mittelkraft vereinigt; hierauf wird für einen beliebigen Pol O das Seilpolygon $O I II III IV$ construiert. Alsdann geht die Mittelkraft durch den Schnittpunkt a der äußersten Seilpolygonseiten und ist parallel zu $\alpha \varepsilon$. Jetzt ersetzt $\Sigma(N)$ alle Winddrücke, und es wirken nur noch die drei Kräfte D_0 , $\Sigma(N)$ und R , so daß die graphische Ermittlung von D_0 und R in der foeben gezeigten Weise erfolgen kann. Es ergibt sich $\varepsilon \xi = R$ und $\xi \alpha = D_0$.

Wenn die Dachfläche aus einzelnen ebenen Dach- und Laternenflächen sich zusammensetzt, so ist das Verfahren genau so, wie eben angegeben.

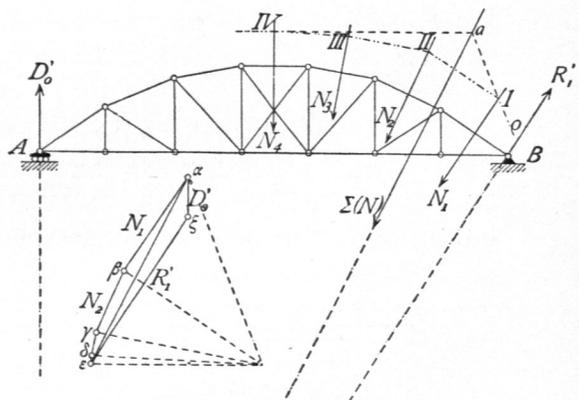
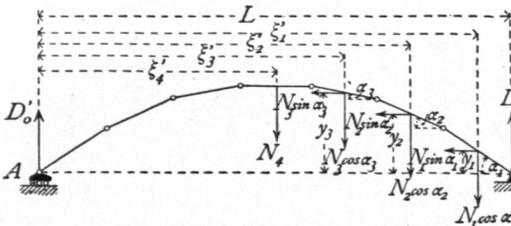
β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 242). Die Berechnung ergibt

$$\left. \begin{aligned} H' &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D'_1 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi' \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D'_0 &= \frac{1}{L} \Sigma [N (L - \xi') \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha). \end{aligned} \right\} \dots 291.$$

Die Construction von D'_0 und R'_1 ist in Fig. 243 angegeben.

Fig. 242.

Fig. 243.



Die Ermittlung der Werthe für N_1, N_2, N_3 kann bequem graphisch vorgenommen werden. Nach Art. 28 (S. 22) ist der Winddruck $v = 120 \sin (\alpha + 10^\circ)$ für 1 qm. Diefes v ist nach Fig. 244 leicht für irgend einen Winkel α zu construiern.

Man mache in der Dachfläche nach beliebigem Maßstabe $ab = 120 \text{ kg}$, lege durch b eine Linie parallel zur Windrichtung und fälle auf dieselbe von a aus die Senkrechte ac ; alsdann ist

$$\overline{ac} = \overline{ab} \sin (\alpha + 10^\circ).$$

Da $\overline{ab} = 120 \text{ kg}$ ist, so ist $\overline{ac} = 120 \sin (\alpha + 10^\circ) = v$, d. h. der gefuchte Winddruck. Trägt man $a c$ fenkrecht zur Dachfläche ab, so erhält man die in Fig. 244 schraffierte Belastungsfläche für Winddruck.

Fig. 244.

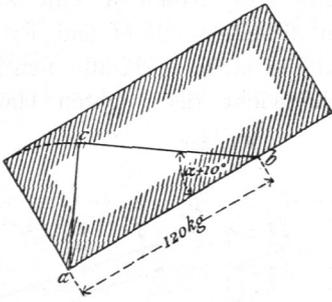


Fig. 245.

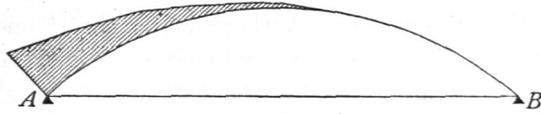
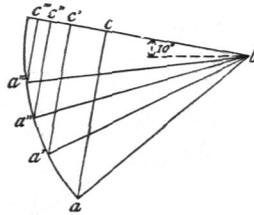


Fig. 246.



Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, so wähle man eine genügend große Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 245 gezeichnete Belastungsfläche und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Stützpunkte (Knotenpunkte der Construction) entfällt.

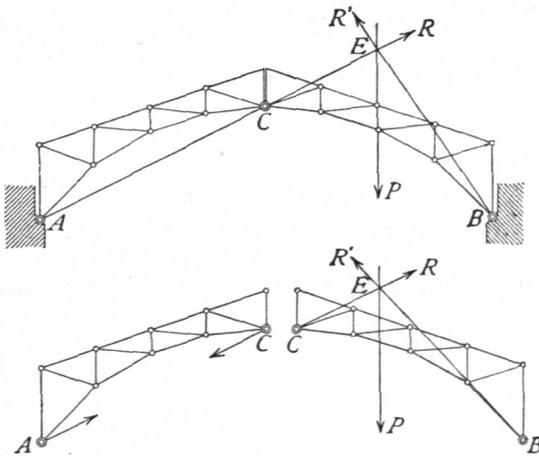
Bequemer macht man die Construction der Winddrücke in einer besonderen Zeichnung (Fig. 246) und erhält a, c , bzw. $a', c', a'', c'' \dots$

c) Auflagerdrücke bei Sprengwerksdächern.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construiert sind (Fig. 247). Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten A und B , ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte. Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich folgendes allgemeine Gesetz: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa CB , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Kraft, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A , und das Mittelgelenk C bestimmt ist.

208.
Allgemeines.

Fig. 247.



Eine Last P auf der Hälfte BC erzeugt also in A einen Stützendruck R mit der Richtung AC , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last P und die Drücke der Auflager A und B , wirken, so müssen sich dieselben in einem Punkte schneiden.

Daraus folgt, dass der Stützendruck R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen AC und P geht.

Der Beweis obigen Satzes ergibt sich folgendermaßen. Auf die rechte Hälfte BC wirken P, R und R' , auf die linke Hälfte eine Kraft in A , eine zweite in C . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, dass nach dem Gesetze von Wirkung und Gegenwirkung die in C vom Theile rechts auf den Theil links übertragene Kraft genau so groß ist, wie die Kraft, welche in C vom linken Theile auf den rechten Theil ausgeübt wird, d. h. wie R ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, d. h. in diejenige, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Größe haben; der Stützendruck von A geht also durch C . Damit ist obiger Satz allgemein bewiesen.