

körper; die Räder heissen dann runde Räder, während sie im Gegensatz dazu unrunde genannt werden, wenn die Grundkörper wegen der geforderten ungleichförmigen Bewegungsübertragung eine andere als Drehkörpergestalt erhalten müssen. In dem Nachstehenden werden nur die runden Räder behandelt.

## A. Die Verzahnung der Stirnräder.

### §. 200.

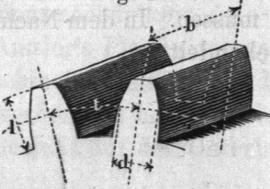
#### Allgemeines über die Zähne der Stirnräder.

Die Zahnformen der Stirnräder können so gewählt werden, dass alle Räder von gleicher Theilung richtig miteinander arbeiten. Räder von diesen Zahnform-Eigenschaften heissen Satzräder, diejenigen Räder hingegen, welchen diese Eigenschaften fehlen, Einzelräder.

In jedem Paar von runden Rädern heissen zwei den verschiedenen Rädern angehörige, aus den Radmittelpunkten in Normalebenen beschriebene Kreise, welche in jedem Augenblick gleiche Umfangsgeschwindigkeit haben, Verhältnisskreise. Die berührenden Verhältnisskreise eines cylindrischen Stirnräderpaares heissen dessen Theilkreise. Auf ihnen wird die Zahntheilung, d. i. die Entfernung der Mittelebenen zweier benachbarten Zähne abgetragen. Hier soll vorerst nur von den geradzahnigen Stirnrädern die Rede sein.

Die Zähne derselben werden prismatisch geformt; dabei heissen die Grundflächen der Zahnprismen die Endflächen der Zähne, der über den Theilkreiscylinder hervorragende Theil des Zahnes der Zahnkopf, der andere Theil der Zahnfuß, die obere Fläche des Zahnkopfes ist der Zahnscheitel, die untere des Zahnfußes die Sohle oder Wurzel des Zahnes; der Raum zwischen zwei benachbarten Zähnen heisst die Zahnlücke, die Sohlfläche der Lücke der Radboden. Die Flächen, welche die Zahnsohle mit dem Zahnscheitel verbinden, heissen die Zahnflanken; in ihrer Formgebung insbesondere besteht das, was man die Verzahnung der Räder nennt.

Beim Stirnrad nennt man ferner Zahnlänge,  $l$  Fig. 569, den Abstand von Zahnsohle und Scheitel, Zahnbreite,  $b$ , den Abstand der Endflächen des Zahnes, Zahndicke,  $d$ , die Länge des zwischen die Zahnflanken fallenden Theilkreisbogens, und Lückenweite endlich die Länge des in die Lücke fallenden Bogens des Theilkreises. In-



dem man die Lückenweite grösser macht als die Zahndicke, und die Kopflänge der Zähne kleiner als die Fusslänge, entstehen die Flanken- und Scheitelspielräume zwischen den Zähnen.

Man gibt beinahe ausnahmslos allen Zähnen an einem und demselben Rade dieselbe Zahndicke und dieselbe Lückenweite, also auch Theilung, sodass man irgend einen Zahn des einen Rades in jede Lücke des anderen eingreifen lassen kann. Daraus folgt aber, dass wenn die Zähne nur so geformt sind, dass sie in den Lücken genügenden Raum finden, das umgekehrte Verhältniss der Zahlen  $n$  und  $n_1$  der gleichzeitigen ganzen Umläufe gleich dem direkten Verhältniss der Zähnezahlen  $\mathfrak{z}$  und  $\mathfrak{z}_1$  ist, d. h.:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}_1} \dots \dots \dots (186)$$

Dieser Satz gilt für runde wie für unrunde Räder. Er gilt selbst auch dann, wenn man die Zähne an verschiedenen Umfängen der Räder verschieden dick machen wollte, wofern nur dafür gesorgt wird, dass in jede Zahnücke des kleineren Rades, während dasselbe eine ganze Umdrehung vollzieht, ein Zahn des anderen Rades tritt. Wird die unter dieser Voraussetzung ermittelte Zahl der Vorsprünge und Lücken am Umfange eines Zahnrades dessen Zähnezahl genannt, so drückt der vorstehende Satz das Grundgesetz der Bewegungsübertragung durch Zahnräder aus. Es liegt diesem Gesetz nicht sowohl eine feinere geometrische Betrachtung, als der unausweichliche Bewegungszwang der Konstruktionstheile zu Grunde. Das Gesetz gilt daher selbst von den ursprünglichsten Zahnradübertragungen, die u. a. im Orient seit Jahrtausenden im Gebrauch sind, und bei denen von einer anderen Gestaltung der Zähne keine Rede ist; als dass sie genügend grosse und haltbare Holzpflocke sind.

Die Zahnflankenformen dürfen dem Grundgesetz nicht widersprechen. Bei runden Rädern, d. h. denjenigen für gleichförmige Bewegungsübertragung, heisst dies, dass das Verhältniss der Winkel-

geschwindigkeiten, d. i. dasjenige der Differenzialien der gleichzeitig durchlaufenen Drehwinkel  $\omega_1$  und  $\omega$ , dem Verhältniss  $3 : 3_1$  gleichzusetzen ist und keiner anderen Konstanten gleichgesetzt werden darf. Die Zahnflanken, als diejenigen Flächen, von welchen das Verhältniss  $d\omega_1 : d\omega$  abhängt, sind hiernach einzurichten.

Bei der Anfertigung der Zahnräder muss den Zahnformen besondere Sorgfalt gewidmet werden. Am allerwichtigsten ist hierbei, auf die Genauigkeit der Theilung sein Augenmerk zu richten; Fehler in den Zahnflanken sind lange nicht so störend, als Fehler in der Theilung. Die Benutzung der Theilmaschinen resp. Räder-schneidemaschinen zur Zahnräderfertigung erhöht daher die Zuverlässigkeit der gelieferten Räder auf jeden Fall. Die Anwendung solcher Maschinen verbreitet sich bei uns jetzt erfreulicher Weise mehr und mehr. Unterstützt wird die Räderfabrikation jetzt auch sehr durch die Räderformmaschine\*), welche sehr schöne Resultate liefert. Die Wechselräder der Drehbänke sollte man eigentlich nicht anders als mit Maschinentheilung anwenden, da die Fehler der bloss gegossenen Räder bei jeder zu schneidenden Schraube sich nachtheilig merkbar machen. Noch schlimmer wirken diese Fehler, wenn man Schraubenräder (siehe unten §. 221) auf solchen Bänken schneiden will. Der sanfte stossfreie Gang, der bei diesen Rädern sonst leicht zu erzielen ist, wird durch die Fehler wieder sehr beeinträchtigt. Bei der Wahl der Zahnform, welche in einer Maschinenbauanstalt durchweg oder für jede bestimmte Klasse von Rädern einzeln gebraucht werden soll, empfiehlt es sich, alle Umstände sehr genau zu erwägen, ehe man sich für eine bestimmte Annahme entschliesst, da von derselben so vieles abhängt. Im Folgenden sind deshalb Anhalt- und Beurtheilungspunkte mancherlei Art gegeben.

### §. 201.

#### Theilkreishalbmesser. Peripheriemaasstab.

Bei einer Theilung  $t$  und einer Zähnezahl  $3$  eines runden Rades hat man für den Theilkreishalbmesser  $R$ :

$$\frac{R}{t} = \frac{3}{2\pi} = 0,15916 \, 3 \dots \dots \dots (187)$$

\*) In starkem Gebrauch in der Berlin-Anhaltischen Maschinenfabrik in Berlin und der Maschinenbauanstalt von Briegleb Hansen u. Co. in Gotha.