

spricht, weshalb das resultirende Polygon in ein Rechteck übergeht.

Gegenarm BC . Dieser wird durch die Kraft 1 mit dem Arme AA_0 , welcher ein Loth auf die Verlängerte CB ist, verdreht (Moment = der Ordinate bei a_0) und mit dem Arme A_0C gebogen (Seilpolygon ein Dreieck über CA_0 mit dem Spitzenwinkel ba_0 bei A_0). Die reduzirende Zusammensetzung liefert die Momentenfläche CBc_0c'' (vergl. Fig. 470).

Hauptarm EF . Dieser wird durch die Kraft 2 vorwärts gebogen mit den Momenten in Fläche D_0FF'' (Winkel bei $D_0 = \angle edg''$) vorwärts verdreht mit dem Arme DD_0 , welcher ein Loth auf die Verlängerte FE ist; ferner wird er rückwärts gebogen durch die Kraft 1, Momentenfläche E_0FF' , rückwärts verdreht mit dem Arme AE_0 , welcher normal auf FE steht. Die Biegemomente von einander abgezogen liefern die Fläche $Ed_0e_0F'''F$, die Drehungsmomente von einander abgezogen das über EF angegebene Rechteck; die Zusammensetzung der beiden Figuren für Drehbiegemomente die Momentenfläche $Ee'''f'''F$. Für den Fall, dass die Kraft 1 Null werden kann, fallen die Abzüge weg, es entsteht dann das in unserer Figur ohne Buchstabenbeifügung punktirtete Seilpolygon, welches hier grössere Ordinaten liefert, als das erste, also zu benutzen sein würde.

§. 171.

Die einfache Krummachse oder Wellenkröpfung.

Man unterscheidet einfache und mehrfache Wellenkröpfungen. Eine einfache Kurbel- oder Krummachse zeigt Fig. 471 (a. f. S.).

Die Konstruktion solcher Krummachsen ist für rein analytische Behandlung, wenn man nur einigermaassen genau verfahren will, sehr weitläufig, und namentlich im Verhältniss zu dem Rechnungsergebniss zu umständlich, während die graphostatische Behandlung der Aufgabe sowohl sehr genau, als auch einfach und übersichtlich ist, weshalb wir diese letztere Behandlung allein hier vornehmen. In Fig. 472 (a. f. S.) zeigt $ABCDEFGH$ das Schema einer mit schiefen Armen zu konstruirenden einfachen Krummachse.

Die Kraft P , mit welcher der Kurbelzapfen gepresst wird, ist, wenn der Kolbendruck in der Richtung KM die Grösse Q hat,

Fig. 471.

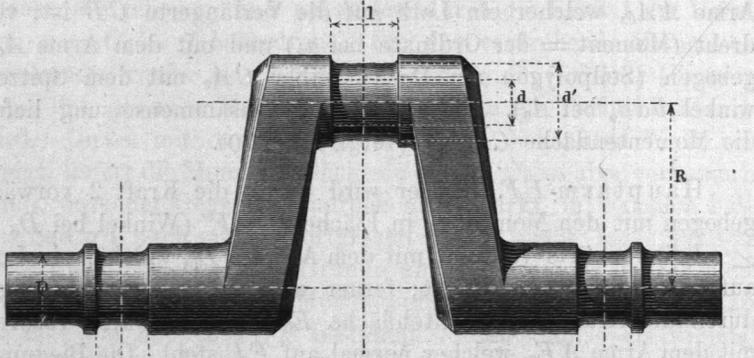
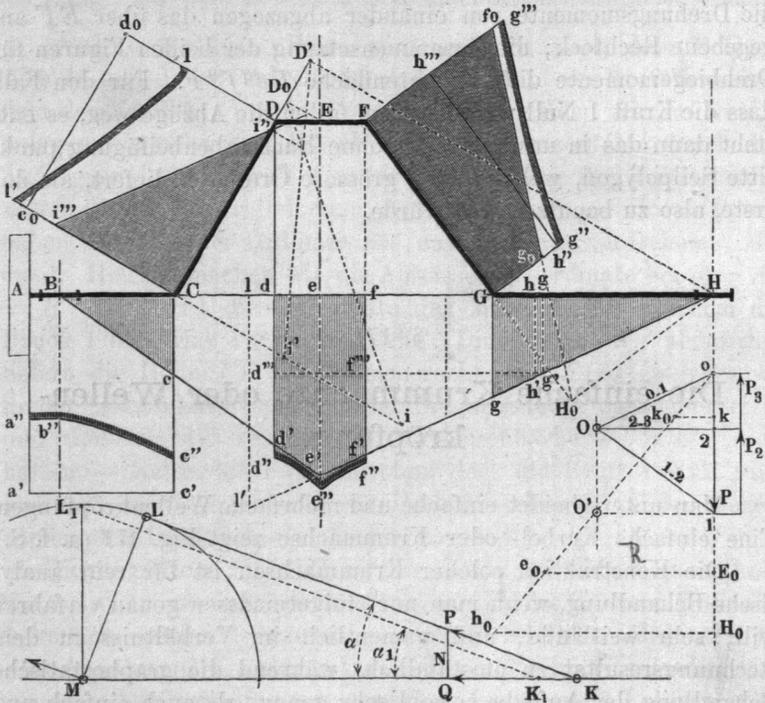


Fig. 472.



gleich $Q : \cos \alpha$, wenn α den Winkel der Pleuelstangenrichtung KL mit der Schubrichtung KM bezeichnet. Dieser Druck ist bei konstanter Kraft Q ungefähr in seinem Maximum, wenn KL normal

zu LM steht, wobei er nämlich sehr wenig verschieden ist von seinem wirklichen Maximalwerthe $Q: \cos \alpha_1$ für die Vertikalstellung ML_1 der Kurbel, so dass man jede der beiden Stellungen zur (graphischen) Aufsuchung von P ohne weiteres benutzen darf. Die Kraft bei M ist parallel und gleich P ; bei K entsteht noch ein Normaldruck $N = Q \sin \alpha$, welcher in der Stellung $K_1 L_1 M$ in seinem Maximum ist. Aus diesen Betrachtungen, welche auch für die früher behandelten Kurbeln gelten, geht hervor, dass das Moment, mit welchem der Kurbelarm, und dasjenige, mit welchem die Achse gebogen wird, als gleichzeitig ihr Maximum erreichend, und als durch denselben Druck P hervorgebracht, anzusehen ist. In unserer Aufgabe ist bei E der Kurbelzapfen, bei B und H je ein Lager angenommen, bei A ein Kräftepaar vorausgesetzt, welches der durch die Kraft P mit dem Hebelarme R hervorgebrachten Torsion widersteht. Die hier vorliegende Aufgabe hat hiernach mit der des vorigen Paragraphen grosse Aehnlichkeit; das Stück HG tritt gewissermaassen an die Stelle des dortigen Schenkels des Gegenzapfens, mit dem Unterschiede, dass die Kraft bei H nicht unabhängig variabel ist, sondern von dem Drucke P bei E abhängt.

Kräftepolygon. Um die Schlusslinie des Seilpolygones horizontal zu erhalten, ziehe man das Seil Be' nach einem beliebigen Punkte e' der verlängerten Normale Ee , verbinde e' mit H , trage nach gewähltem Kräftemaassstab die Kraft P von 0 aus abwärts auf, ziehe $0O \parallel He'$, $1O \parallel Be'$, und $O2$ normal auf P , so ist die Strecke 1 bis 2 die in B nach oben wirkende Kraft P_2 , 2 bis 0 die in H nach oben wirkende Kraft P_3 , $O2$ die Poldistanz.

Achsenschenkel HG . Derselbe wird nur auf Biegung beansprucht durch die Kraft P_3 in H . Das Dreieck HGg ist die Momentenfläche, deren Ordinaten nach Berechnung des Stirnzapfens bei H und P_3 zur Dimensionenbestimmung dienen.

Achsenschenkel BC . Momentenfläche für die Biegung ist das Dreieck BCC . Ausser der Biegung wirkt auf Verdrehung das Moment PR ; um es zu finden, mache $O'1$ normal zu P und $= O2$, ferner $E_0 e_0 \parallel O2$ und $= Ee = R$, so ist OE_0 das gesuchte Moment, welches nach $C'e'$ und $A'a'$ getragen, und mit BCC in der bekannten Weise zu einem Drehbiegemoment zusammengesetzt, die Momentenfläche $ABCe''b''a''$ liefert.

Zapfen DEF . Momentenfläche für die Biegung ist die Figur $df'f'e'd'$. Auf Verdrehung wirkt die Kraft P_3 in H mit dem Hebel-

arme $Ee = R$. Mache $Hg = Ee = R$, so ist die Ordinate gg' das gesuchte Moment, welches, nach $f'''d'''$ getragen, und mit dem vorhandenen Biegemoment zu einem Drehbiegemoment vereinigt, die Momentenfläche $df'f''e'd''$ ergibt. Die grösste Ordinate ee'' wird zu benutzen sein, wenn der Zapfen cylindrisch gemacht werden soll.

Kurbelarm GF . Er ist auf Biegung beansprucht durch die Kraft P_3 , in H_0 angreifend, wofern HH_0 normal zu FG ; es ergibt sich die Momentenfläche FGg_0f_0 , indem $\angle g_0H_0G = \angle g'Hg$ gemacht wird. Ferner bewirkt P_3 eine Verdrehung mit dem Hebelarme HH_0 ; mache $Hh = HH_0$, so ist $hh' = Gh'' = Fh'''$ das verdrehende Moment, welches mit dem bekannten Biegemoment zu einem Drehbiegemoment zusammengesetzt, die Momentenfläche $FGg''g'''$ liefert.

Kurbelarm CD . Ziehe $ED_0 \parallel HD'$ normal zu CD . Es findet (bei der Position KLM der Pleuelstange zur Kurbel) Vorwärtsbiegung durch die Kraft P , in D_0 angreifend, Rückwärtsbiegung durch die Kraft P_3 , in D' angreifend, statt; Seilpolygone hierfür sind die Dreiecke D_0Ci (mit $Ci = 0H_0$ im Kräftepolygon, woselbst $H_0h_0 = CD_0$) und $D'Ci'$; von einander abgezogen, ergeben sie die Fläche $Ci''i'''$ für die Biegung des Armes DC . Ferner geschieht eine Vorwärtsverdrehung durch die Kraft P mit dem Arme $ED_0 = kk_0$ im Kräftepolygon, also Moment Ok , Rückwärtsverdrehung durch die Kraft P_3 mit dem Hebelarme $HD' = Hl$ im Seilpolygon, also Moment l' . Die Differenz dieser Momente nach $Dd_0 = Cc_0$ auftragend, und das Torsionsrechteck mit dem Biegunsdreieck zusammensetzend, erhält man für die Drehbiegemomente die Fläche CDI'' , womit nun für alle fünf Stücke des Schemas die Momentenflächen bestimmt sind. Ihre Benutzung zur Dimensionenbestimmung geschieht wie früher.

Die Figur zeigt mit Deutlichkeit die Beanspruchungen, welche die Krummachse an jedem einzelnen Punkte erfährt, und erklärt für viele Fälle praktischer Beobachtung die eigenthümliche Lage der etwaigen Bruchstellen.

Stehen beide Arme der Krummachse rechtwinklig zur Achse, so wird die Aufsuchung der Momente weit einfacher als oben. Fig. 473. $ABCDEFGH$ ist wieder das Schema, bei A wieder ein Kräftepaar zur Aufnahme des Drehmomentes PR angenommen.

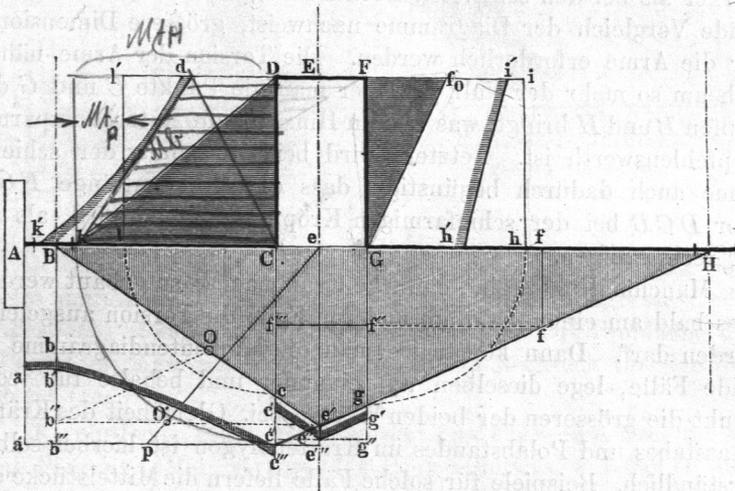
Kräftepolygon. Hier ist die Höhe ee' des wie vorhin gezogenen Dreieckes $Be'H$ als Maass der Kraft P angenommen.

$BV'' = ee'$ gemacht, $b''O \parallel e'H$, Ob normal Bb'' gezogen, worauf $b''b$ die Kraft P_3 bei H , bB die bei B , und Ob die Poldistanz darstellt.

Achsenschenkel HG . Derselbe ist nur auf Biegung beansprucht. HGg Momentenfläche.

Achsenschenkel ABC . Beanspruchung auf Biegung nach der Momentenfläche BCC , solche auf Verdrehung durch das Moment PR . Mache $e'O' \parallel CB$ und gleich der Poldistanz bO , $e''p \parallel e'O'$

Fig. 473.



und gleich $Ee = R$, so ist ee''' das gesuchte verdrehende Moment, welches für AC das Torsionsrechteck von der Höhe $Aa' = Bb''' = ee'''$ liefert. Die Zusammensetzung der biegenden und verdrehenden Momente zu Drehbiegemomenten ergibt die Momentenfläche $ABCc'''b'a$.

Zapfen DEF . Beanspruchung auf Biegung nach der Momentenfläche $CGgce$, auf Drehung durch die Kraft P_3 bei H , mit dem Arme $R = CD = Hf$, Moment $ff' = Gf'' = Cf'''$. Durch Bildung der Drehbiegemomente erhält man die Momentenfläche $CGg'e''c'$, welcher bei cylindrischen Zapfen das Rechteck von der Höhe $Gg'' = Cc'' = ee''$ zu substituieren ist.

Kurbelarm FG . Derselbe wird gebogen durch die Kraft P_3 , bei G angreifend, Momentenfläche Gff_0 , mit dem Spitzenwinkel fHf' bei G ; er wird verdreht durch dieselbe Kraft mit dem Hebelarme HG , also dem Momente $Gg = Gh = Fi$. Die Zu-

sammensetzung der biegenden und verdrehenden Momente zu Drehbiegemomenten führt zu der Momentenfläche FGH' .

Kurbelarm CD . Biegung durch P mit dem schon bekannten Momente $ee''' = Ck$ bei C . Verdrehung mit dem Momente $Cc = Cl = Dv$. Für die Drehbiegemomente liefert die Zusammensetzung der drehenden und biegenden Momente die Fläche $CDdk'$.

Bei derselben Lage von E gegen B und H wird bei der rechtwinkligen Kröpfung die Beanspruchung der Arme auf Torsion stärker als bei den schiefstehenden Armen, wodurch, wie der messende Vergleich der Diagramme nachweist, grössere Dimensionen für die Arme erforderlich werden. Die Torsion der Arme nähert sich um so mehr der Null, je näher man die Punkte C und G den Zapfen B und H bringt, was also in Hinsicht auf Materialersparniss empfehlenswerth ist. Letztere wird bei Anwendung der schiefen Arme auch dadurch begünstigt, dass die Gesamtlänge FGH oder DCB bei der schiefarmigen Kröpfung kleiner wird, als bei der rechtarmigen.

Manchmal muss eine einfache Krummachse so gebaut werden, dass bald am einen, bald am anderen Ende die Torsion ausgeleitet werden darf. Dann konstruirt man die Momentendiagramme für beide Fälle, lege dieselben auf einander und behalte für jeden Punkt die grösseren der beiden Werthe bei. Gleichheit des Kräfte- maasstabes und Polabstandes im Kräftepolygon ist hierbei selbstverständlich. Beispiele für solche Fälle liefern die Mittelstücke der Kurbelachsen für Räderschiffmaschinen mit oscillirenden Dampf- cylindern nach Penn's Anordnung, wo die Kurbel des Mittelstückes die Luftpumpe zu treiben hat. Doch ist dabei die Beanspruchung eine andere, als oben vorausgesetzt ist, und zwar kann dieselbe mit Hilfe des folgenden gefunden werden.

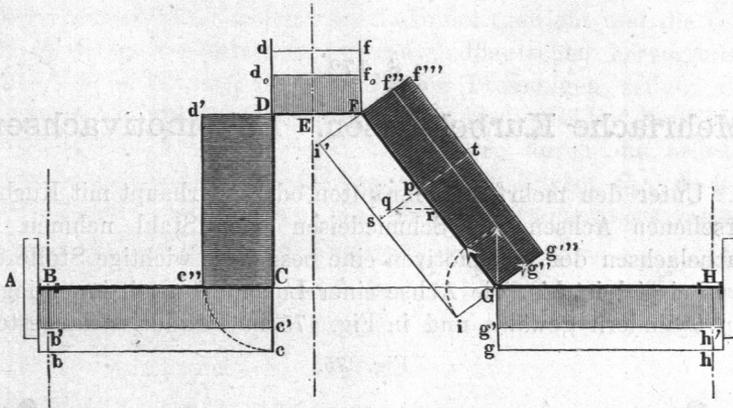
Ist, Fig. 474, durch die Krummachse von dem Schema $ABCDEFGH$, abgesehen von den bei E angreifenden Kräften, ein Kräftepaar hindurchzuleiten, welches, am Kräfte- und Seil- polygon gemessen, die Momentengrösse $Bb = Cc = Gg = Hh$ besitzt, so entstehen dadurch folgende Beanspruchungen.

Schenkel ABC . Blosser Torsion, welche, in ein Biegemoment verwandelt (s. IV, §. 16, bei $M_b = 0$), mit $Bb' = Cc' = \frac{5}{8} Bb$ aufzutragen ist.

Schenkel GH . Hier gilt dasselbe, wie bei ABC , und wird $Hh' = Gg' = Cc'$.

Zapfen DEF . Auch hier bewirkt das Kräftepaar dasselbe Drehmoment $Dd = Ff = Bb$, wie in den beiden Achsenschenkeln, und ist $Dd_0 = Ff_0 = Bb'$.

Fig. 474.



Kurbelarm CD . Hier bewirkt das Kräftepaar an jeder Stelle des Armes eine Biegung von der Momentengröße $Cc'' = Dd' = Cc$, wobei die Biegungsebene normal zur Bildfläche fällt. Es entsteht daher als Momentenfläche ein Rechteck von der Höhe $Bb = Cc$.

Kurbelarm FG . Hier bewirkt das Paar eine Drehung und eine Biegung. Man zerlege das Paar nämlich, wie bei G angegeben, in zwei Paare, eines normal zur Armachse, das andere in die Richtung der Armachse fallend. Ersterem entspricht das Torsionsrechteck $GFf'g''$, letzterem das Biegungsrechteck $FGGi'$, welches mit dem Drehungsrechteck zu der Momentenfläche für Drehbiegung $FGg''f''$ zusammengesetzt wird, indem man wieder $pq = \frac{5}{8} Gi, pr = \frac{3}{8} Gg'', pt = Gg' = qs + qr$ macht.

Hierbei sind wir so verfahren, als ob eine Kraft in E nicht wirke. Wenn aber eine solche vorhanden ist, suche man zuerst alle Biegungs- und Drehungsmomente, die an Fig. 474 gesuchten mit eingeschlossen, einzeln auf, addire oder subtrahire je nach ihrer Richtung die Drehmomente für jedes Achsenstück, füge ebenso für jedes derselben die biegenden Momente zusammen, unter Beachtung aber der Lage der Biegungsebenen, und vereinige endlich die so gefundenen Drehungs- und Biegungsmomente zu Drehbiegemomenten in der schon so oft erwähnten Weise, welche der Satz IV, §. 16 vorschreibt. — Die damit verbundene

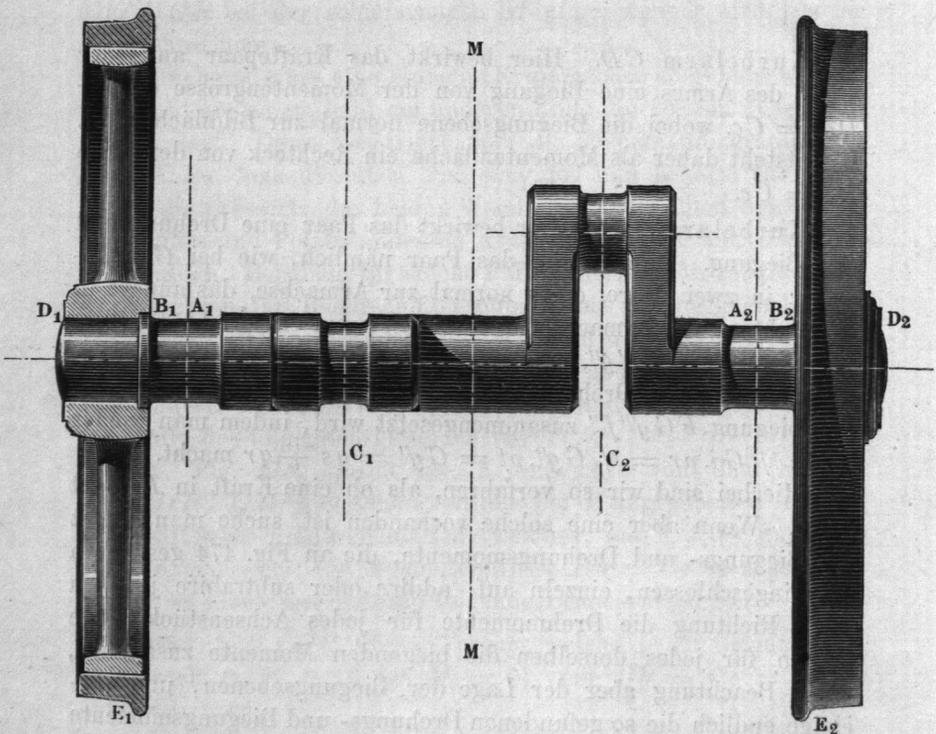
Mühe für den Entwerfenden auf dem Zeichenbureau einer Fabrik ist klein gegenüber ihrem Nutzen und gegenüber der Wichtigkeit, so schwierige Schmiedestücke, wie die Krummachsen sind, in Bezug auf ihre Beanspruchung vorher genau beurtheilen zu können.

§. 172.

Mehrfache Kurbelachsen. Lokomotivachsen.

Unter den mehrfach gekröpften oder überhaupt mit Kurbeln versehenen Achsen aus Schmiedeisen oder Stahl nehmen die Kurbelachsen der Lokomotiven eine besonders wichtige Stelle ein. Als Beispiel ist hier die Achse einer Lokomotive mit innenliegenden Cylindern gewählt und in Fig. 475 im Grundriss dargestellt.

Fig. 475.



Beim Entwerfe des Momentenplanes geht die Grösse der Triebäder mit ein, weshalb diese in die Figur mit aufgenommen