

zeigt eine strenger stilisirte Form für das Kapital mit Konsolträger.

Die schon oben besprochenen Flügelsäulen sind in industriellen Gebäuden nicht ganz selten angewandt. Man führt für sie im Vergleich zu den hohlen Säulen an, dass sie nicht wie diese durch Excentrischwerden des Gusskernes mangelhaft werden können, oder wenigstens, dass ähnliche Gussfehler an ihnen nicht verborgen bleiben können. Die Figuren 386 bis 388 stellen solche Flügelsäulen dar. Fig. 386 eine solche aus den Kellern der Bahn von St. Germain. Hier ist der Schaft von unten bis oben geflügelt und daselbst leicht in Fuss und Kapital übergeführt; zugleich eine Säulenschwellung genau in die Mitte verlegt. Weit eleganter sind die Flügelsäulen, welche Rolland in der Tabacksmanufactur in Strassburg anwendete, siehe Fig. 387. Hier ist in dem einen Stockwerk ein vierkantiger Sockel der Flügelsäule gegeben, der aber im folgenden Stockwerk fehlt. Die Verbindung zwischen Sockel und Säule unten, wie die zwischen Kapital, Gebälk und der nächsten Säule oben zeigt Fig. 388. Man sieht hier, dass die Flügelsäule auch in angenehm wirkender und zugleich solider Form verwendet werden kann.

Die gegebenen wenigen Beispiele mögen genügen, auf dem anziehenden und so viel Mannigfaltigkeit gewährenden Gebiete der Formgebung der Säulen wenigstens einen Anhalt für diejenigen zu geben, welche Werth auf die Schönheit der Maschinenbauten legen.

## Achtes Kapitel.

### Achsen.

#### §. 129.

#### Eintheilung der Tragachsen.

Achsen nennt man Träger, welche umlaufende oder schwingende Theile zu tragen bestimmt, und deshalb mit Drehzapfen versehen

oft weit weniger spröde gegen das Stilisiren ist, als sie vorgibt, kann aber wohl nur den Anspruch auf Originalität, nicht auf Stilrichtigkeit machen.

sind; sie heissen Tragachsen oder Stützachsen (entsprechend den Trag- und Stützzapfen), je nachdem sie quer auf ihre Zapfenachsen oder in deren Längenrichtung belastet sind. Reine Stützachsen kommen wenig vor; vorerst und hauptsächlich behandelt das Folgende die Tragachsen und solche, die theils Stütz-, theils Tragachsen sind, und deshalb auch unter die Tragachsen gerechnet werden können. Bei denselben ist die Belastung entweder an einer Stelle vereinigt, oder sie ist auf mehrere Tragstellen vertheilt; es unterscheiden sich hiernach

einfach tragende oder einfache Achsen und  
mehrfach tragende Achsen.

Ihre Querschnitte werden bei Guss- und Schmiedeisen entweder einfach kreisförmig oder nach zusammengesetzten Formen gebildet, wonach sich eine zweite Unterscheidung in der Berechnung ergibt. Bei sämtlichen Aufgaben der Achsenkonstruktion leistet die Graphostatik wesentliche Dienste. Es werden deshalb beide, das rechnerische und das zeichnerische Verfahren für das Entwerfen in Betracht gezogen.

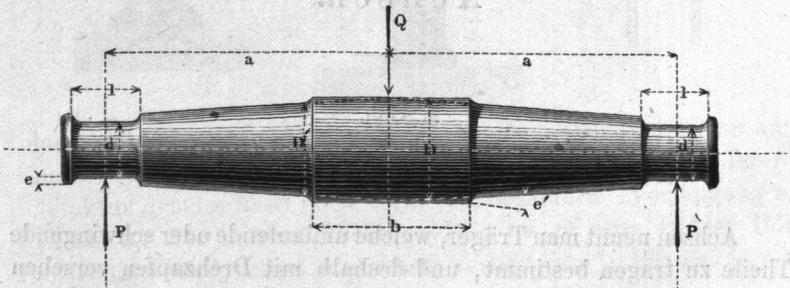
## A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 130.

### Gleichschenklige einfache Achse.

Die Last  $Q$  ist, lothrecht zur Achse gerichtet, in der Mitte derselben auf dem Achsenkopf angebracht, Fig. 389, der von einer

Fig. 389.



Hülse oder Nabe umschlossen wird. Die Verbindungen von Kopf und Zapfen heissen die Schenkel der Achse. Die Zapfen werden

nach den Regeln des V. Kapitels für  $P = \frac{1}{2} Q$  berechnet, und die Achse selbst annähernd von gleicher Festigkeit mit dem Zapfen konstruiert.

Nennt man:

- $d$  den Durchmesser,  $l$  die Länge des Zapfens,
- $e$  die dem Zapfen zukommende Anlauf- oder Anpasshöhe,
- $D$  den Durchmesser des Achsenkopfes,  $b$  dessen Breite,
- $D'$  den Durchmesser des Schenkels dicht neben dem Achsenkopf,
- $e' = \frac{1}{2}(D - D')$  den Vorsprung des letzteren,
- $a$  die Schenkellänge,

so nehme man

$$\frac{D'}{d} = \sqrt[3]{\frac{a - 0,5b}{0,5l}} \dots \dots \dots (121)$$

Hierbei erhält die Achse dieselbe Sicherheit wie der Zapfen, sodass, abgesehen von den Abrundungen und Annäherungsformen, bei schmiedeisernen Achsen die Spannung  $\mathfrak{S} = 6^k$ , bei gusseisernen  $\mathfrak{S} = 3^k$  durchweg wird. Will man eine andere Spannung einführen, so unterlege man einen ideellen Zapfen, der mit derselben berechnet ist.

Die strenge Form des Achsenschenkels würde ein kubisches Paraboloid sein (vergl. §. 10, Nro. VI., Bemerkungen), welches als Hilfskonstruktion mit aufzutragen für den Lernenden sehr nützlich ist. Für die gewöhnlichen Fälle aber forme man den Achsenschenkel als Kegelstumpf von dem Basisdurchmesser  $D'$  und dem Scheiteldurchmesser  $d + 2e$ . Dabei wird  $e'$  nicht grösser gewählt, als es die Anbringung einer Bahn für den Befestigungskeil erfordert.

### §. 131.

## Ungleichschenklige einfache Achse.

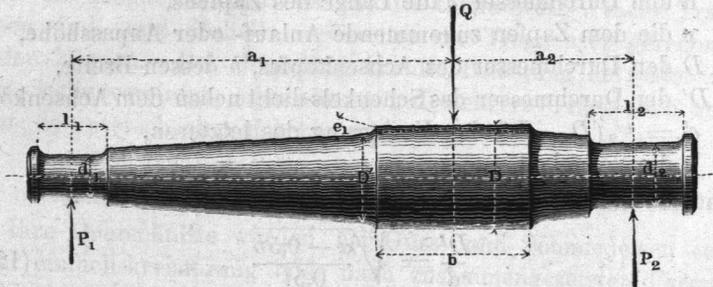
Sind die Schenkel ungleich lang, wie in Fig. 390 (a. f. S.), so vertheilt sich die Last ungleich auf die Zapfen  $d_1$  und  $d_2$ , und zwar ist

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{a_2}{a_1} \dots \dots (122)$$

Die Mittelebene des Achsenkopfes theilt die Achse in zwei Stücke, von denen man jedes einzelne so behandelt, wie die Hälfte einer gleichschenkligen einfachen Achse, worauf man schliesslich durch gleichende Verbesserungen das Ganze vollendet. Man berechne

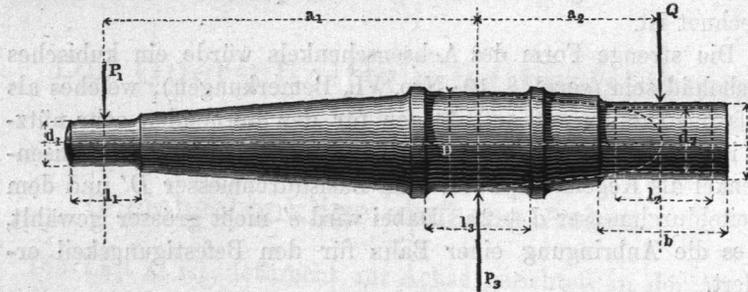
dann  $D'$  für beide Schenkel und behalte das grössere der sich für  $D$  ergebenden Resultate bei. Wird  $a_1 = a_2$ , so geht die Achse in die gleichschenklige über.

Fig. 390.



Wenn die Nabe für die Last  $Q$ , statt zwischen den beiden Zapfen, ausserhalb von deren Verbindung liegt (oder  $a_2$  negativ wird), Fig. 391, so heisst die Achse eine freitragende oder flie-

Fig. 391.



gendtragende, wie die Praxis sich ausdrückt. Der Zapfen  $D$  wird hier ein Halszapfen (s. §. 92).

Man hat für die numerische Grösse der Kräfte:

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1}, \quad \frac{P_3}{Q} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}, \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \dots (123)$$

Zuerst bestimme man den Zapfen  $d_1$ , darauf einen ideellen Zapfen  $d_2$  für die Laststelle, und eine Achsenkopfdicke  $D$  für den Halszapfen, so als ob die Aufgabe die obige wäre, indem man für  $D$  die grössere der beiden Dicken  $D'$  und  $D''$  beibehält, welche sich für die beiden Enden des Halszapfens aus Formel (121) ergeben, und mache alsdann die Zapfenlänge  $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$ . Hierauf lege man in den Schenkel  $a_2$  die kubische Parabel, welcher der strengen

Form gleicher Festigkeit für diesen Schenkel entsprechen würde, und trage die (meist vorgeschriebene) Kopfbreite  $b$  je zur Hälfte von der Mitte des Zapfens  $d_2$  aus beiderseits auf. Der Durchschnitt der nach  $D$  hin gelegenen Begrenzung des Kopfes mit der Parabel liefert dann den Durchmesser  $\varnothing$  des Achsenkopfes, der übrigens wird:

$$\frac{\varnothing}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}} \dots \dots \dots (124)$$

*Beispiel.* Gegeben die einseitige Belastung  $Q = 6600 \text{ kg}$ ,  $a_1 = 1200 \text{ mm}$ ,  $a_2 = 600 \text{ mm}$ ,  $b = 330 \text{ mm}$ . Material Gusseisen,  $n < 150$ . Man hat:  $P_1 = 0,5 Q = 3300 \text{ kg}$ ,  $P_3 = 1,5 Q = 9900 \text{ kg}$ . Nach Tabelle §. 91 ist nun zu nehmen  $d_1 \sim 94 \text{ mm}$ ,  $d_2 \sim 160 \text{ mm}$ , wonach  $l_1 = 141 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 240 \text{ mm}$ . Nun wird  $D = 160 \sqrt[3]{600 : 120} = 1,71 \cdot 160 \sim 274 \text{ mm}$ ,  $l_3 = \sqrt{141^2 + 240^2} \sim 278 \text{ mm}$ ,  $\varnothing = 160 \sqrt[3]{330 : 240} = 1,12 \cdot 160 \sim 180 \text{ mm}$ .

## §. 132.

## Graphostatische Berechnung der einfachen Achse.

Die Aufsuchung der auf die Zapfen fallenden Kräfte geschieht auf graphostatischem Wege so, wie es in den Sätzen I. bis V., §. 39, angegeben ist. Ebendasselbst wird die Aufsuchung des Seil- oder Gelenkpolygons schon gelehrt, welches nach §. 43 und 44 in seinen der Krafrichtung parallelen Ordinaten die statischen Momente liefert, welche an den einzelnen Punkten wirken, weshalb dieses Polygon hier auch Momentenfläche zu nennen ist. Für die vorliegenden Aufgaben leiten sich aus den allgemeinen Sätzen folgende einfache Verfahrensweisen ab.

### I. Die Last wirkt normal zur Achse.

a) Nabe und Last zwischen den Zapfen. Fig. 392 (a. f. S.). Ueber der Verbindungslinie  $AC$  der Zapfenmittel errichte ein Dreieck  $ABC$ , dessen Spitze  $B$  in der Richtungslinie von  $Q$  liegt, mache die zu  $AC$  normale  $A.3 = Q$ , ziehe  $3.O \parallel BC$ ,  $2.O \parallel AC$ , so ist  $A.2 = P_1$ ,  $2.3 = P_2$ . Durch Fällung der Lothe  $B_1$  und  $B_2$  aus den Nabenrändern wird  $Q$  in zwei daselbst wirkende Kräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  zerlegt, welche das Kräftepolygon nach Ziehung von  $Ob \parallel B_1 B_2$  liefert, nämlich  $Ab = Q_1$ ,  $b.3 = Q_2$ .

Die Vertikalordinate  $t$  an irgend einer Stelle der Momentenfläche ist proportional dem an ihrem Schnitte mit der Achse wir-

kenden statischen Momente  $M_y$ , ebenso die Ordinate  $t_1$  dem statischen Momente  $M_1$  an der Wurzel des Zapfens für  $P_1$ . Man hat für beide einzeln:

$$y^3 = \frac{32}{\pi \mathcal{E}} M_y, \quad d_1^3 = \frac{32}{\pi \mathcal{E}} M_1$$

und daraus:

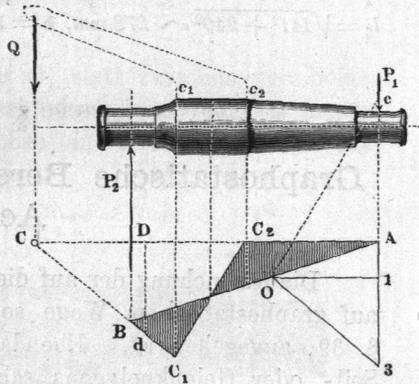
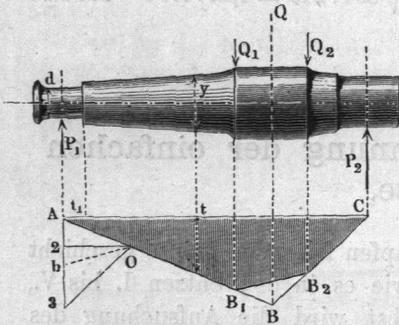
$$\frac{y}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{M_y}{M_1}}, \text{ d. i. } = \sqrt[3]{\frac{t}{t_1}} \dots \dots \dots (124)$$

wonach die Aufsuchung der  $y$  leicht geschehen kann\*).

b) Die Nabe zwischen den Zapfen, die Last ausserhalb derselben. Fig. 393. Ueber der zur Achse parallelen  $AC$

Fig. 392.

Fig. 393.



errichte das Dreieck  $ABC$ , die Punkte  $A, B$  und  $C$  in die Kraft-richtungen legend, suche den Fusspunkt  $D$  desjenigen Lothes auf  $AC$ , von welchem die  $CB$  das Stück  $Dd = Q$  abschneidet, mache  $O.1 \parallel AC$  und  $= CD$ ,  $A.1.3$  normal zu  $AC$ ,  $O.3 \parallel CB$ , so ist  $1.3 = Q$ ,  $A.1 = P_1$ ,  $3.A = P_2$ . Die Kraft  $Q$  ist in zwei Kräfte an den Nabenrändern zu zerlegen, was durch Verbindung der Lotheinschnitte  $C_1$  und  $C_2$  und Ziehung von  $Oc \parallel C_1C_2$  geschieht; es ist nämlich nun  $c.3 =$  der bei  $C_1$ ,  $1.c =$  der

\*) Wählt man die in Berechnung gezogenen Werthe von  $t$  so aus, dass sie durch  $t_1$  aufgehen, so ist die Wurzeltafel der natürlichen Zahlenreihe zu benutzen, und sind wenige Werthe derselben ausreichend, z. B. die der ersten Zahlentafel am Ende des Buches. Berechnet man sofort  $y$  für die grösste der Ordinaten  $t$ , und misst die übrigen auf dieser, indem man dieselbe in 10tel etc. theilt, so ist der Quotient unter der Kubikwurzel immer kleiner als 1, und die zweite Zahlentafel am Schluss des Buches zu verwerthen.

bei  $C_2$  angreifenden Kraft. Das Diagramm zeigt, dass die Achse innerhalb des Achsenkopfes einen Wendepunkt der elastischen Linie besitzt, an welchem die Biegungsbeanspruchung Null ist.

c) Freitragende Achse, die Last ausserhalb der Zapfen. Fig. 394. Zeichne das Dreieck  $ABC$  wie vorhin bei b),

Fig. 394.

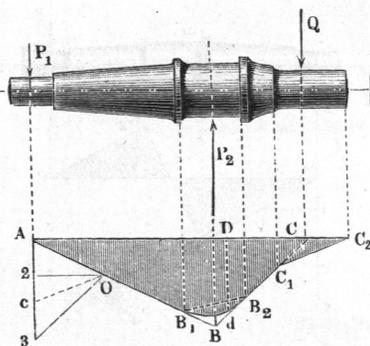
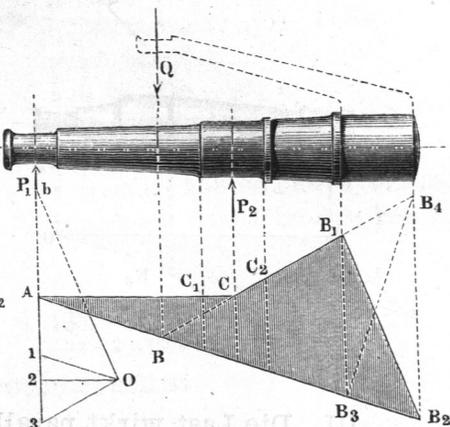


Fig. 395.



suche ebenso  $CD$  so, dass  $Dd = Q$ , mache  $A.3$  normal zu  $AC$ ,  $O.2 = CD$  und  $\parallel AC$ ,  $O.3 \parallel CB$ , so ist wieder  $A.2 = P_1$ ,  $3.A = P_2$ .  $Q$  nach  $C_1$  und  $C_2$  zerlegend, und  $Oc \parallel C_1 C_2$  ziehend, hat man  $c.3$  und  $2.c =$  den bei  $C_1$  und  $C_2$  wirkenden Kräften. Der Zapfen bei  $B$  ist gleichförmig belastet, seine Momentenfläche deshalb durch einen Parabelbogen zu profiliren (s. §. 42).

d) Freitragende Achse, die Last zwischen den Zapfen, Fig. 395. Nachdem das Dreieck  $ABC$  wie bei a) gebildet worden, ist die Zerlegung von  $Q$  nach  $B_1$  und  $B_2$  zu machen, wodurch das Polygon  $ACB_1B_2$  entsteht (welchem das andere  $ACB_4B_3$  gleichwerthig ist). Im Kräftepolygon ist  $1.3 = Q$ ,  $2.1 = P_1$ ,  $3.2 = P_2$ , und nachdem  $Ob \parallel B_2 B_1$  gemacht,  $b.3 =$  der bei  $B_1 B_3$ ,  $1.b =$  der bei  $B_2 B_4$  angreifenden Kraft\*).

**II. Die Last wirkt schief zur Achse.** Fig. 396 (a. f. S.). Kräftepolygon und Seilpolygon werden schief, wie die Richtung von  $Q$  angibt, sonst wie bei I. gezeichnet. Die Vertikalprojektionen

\*) Achsen von der hier behandelten Beanspruchungsweise, obwohl sehr kleiner Belastung, sind die neuen sogenannten Ringspindeln der amerikanischen Spinnstühle.

$aA$  und  $3.c$  geben die Zapfendrucke  $P_1$  und  $P_2$  an; die Horizontalkomponente von  $Q$  wird durch einen oder beide Zapfen, die dafür als Stützapfen wirken, aufgenommen\*).

Fig. 396.

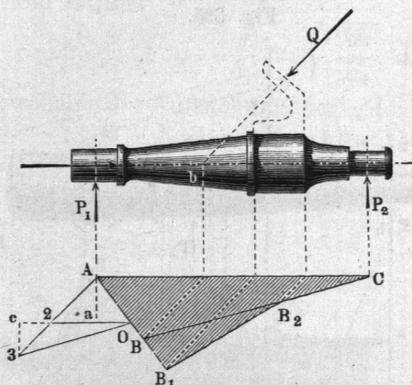
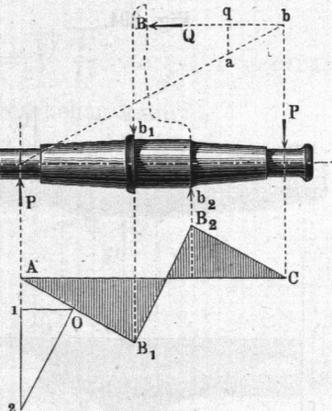


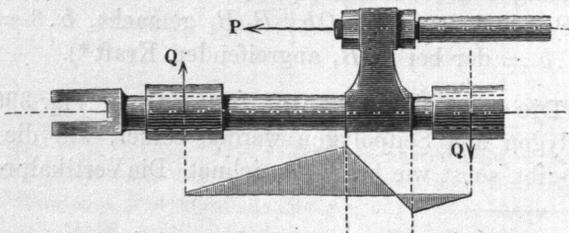
Fig. 397.



III. Die Last wirkt parallel zur Achse. Fig. 397. Es entstehen zwei Kräftepaare, eines aus den gleichgrossen Zapfenbelastungen  $P$ , ein zweites aus den gleichgrossen Nabenbelastungen gebildet. (Vergl. §. 38.) Ziehe von den Zapfenmitteln  $A$  und  $C$  aus die Parallelen  $AB_1$  und  $CB_2$  bis zu den Nabenrandlothen, und verbinde  $B_1$  mit  $B_2$ , so ist  $AB_1B_2C$  die Momentenfläche. Behufs Auffindung der Kräfte verschiebe  $Q$  von  $B$  nach  $bq$  bis zum Lothe  $Cb$ , verbinde  $b$  mit dem anderen Zapfenmittel, und

\*) Eine der obigen ähnliche Aufgabe kommt an dem sogenannten Schieberbayonnet, Fig. 398, vor, welches bei Lokomotiven häufig ange-

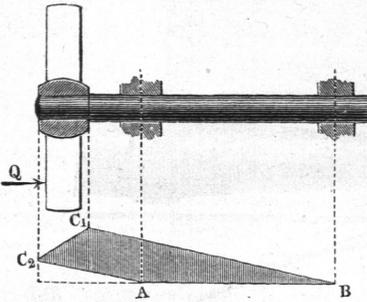
Fig. 398.



wandt ist. Die Beanspruchung wechselt hier periodisch den Richtungssinn unter fortwährender Verlegung der Angriffspunkte an der gegabelten Stange.

ziehe bis zu dieser Verbindungslinie das Loth  $qa$ , so ist dieses  $= P$ . Trägt man dasselbe nach  $A \cdot 1$  auf, zieht  $1 \cdot O \parallel AC$  und

Fig. 399.



$O.2 \parallel B_2B_1$ , so ist 1.2 die Kraft bei  $b_1$  und 2.1 die bei  $b_2$ . — Liegt die Nabe bei übrigens gleichen Umständen ausserhalb der Zapfen, wie es z. B. bei einer freigetragenen, zum Theil austauschenden Schiffschraube der Fall ist, Fig. 399, so nimmt das Diagramm die Gestalt  $ABC_1C_2$  an, wonach die Länge der Hervorragung auf die Biegungsbeanspruchung keinen Einfluss hat.

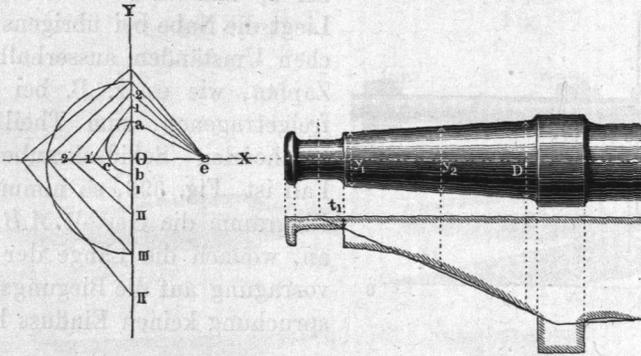
§. 133.

**Probendiagramm.**

Um eine gegebene Achse auf ihre Biegefestigkeit rechnerisch zu untersuchen, hat man die den einzelnen Punkten zukommenden Querschnittmodel zu ermitteln. Sind wie hier alle Querschnitte kreisförmig, so verhalten sich die Model wie die dritten Potenzen der Durchmesser. Man hat also alle Durchmesser zu kubiren. Dies kann unter Benutzung der Lehrsätze in §. 28 sehr gut wie folgt graphisch geschehen. Unter der Voraussetzung, dass das zu erhaltende Diagramm mit einem theoretischen, d. i. einer vorher ermittelten Momentenfläche verglichen werden solle, bringt man am besten das neue Diagramm sofort auf den Maasstab des alten. Zu dem Ende trage von dem Schnittpunkt  $O$  der beiden rechtwinkligen Achsen  $X$  und  $Y$  nach oben die ganze (oder halbe) Zapfendicke  $Oa$  des zu untersuchenden Achsenschenkels, und auf die Rückwärtsverlängerung nach  $Ob$  die zugehörige Ordinate  $t_1$  der theoretischen Momentenfläche, schlage über  $ab$  einen Halbkreis  $acb$ , ziehe  $ae$  normal zu  $ac$ , und betrachte  $Oe$  als Einheit, dann ist  $Ob = (Oa)^3$ . Macht man dann  $O.1 = y$ ,  $O.2 = y_2$  u. s. w. und zieht nach der  $Y$ - und der  $X$ -Achse die Normalen  $1,1'$ ,  $I, 2,2'$ ,  $II$  u. s. w., so sind  $O.I$ ,  $O.II$  u. s. w. die gesuchten Werthe  $y_1^3, y_2^3 \dots$ , die man nun zu einem Diagramm in die Hauptfigur zusammenträgt.

Das so entstehende Probediagramm belehrt sehr deutlich über die Wirkung der angewandten Abrundungen, Zusätze, Aus-

Fig. 400.



kehrungen und etwa begangenen Rechenfehler und zeigt die Schwankungen in der Sicherheit klar an, indem die in Wirklichkeit eintretenden Spannungen sich zu der gewünschten konstanten Spannung verkehrt verhalten wie die Ordinaten des Probediagramms zu denen der theoretischen Momentenfläche. Auch diese Reihenfolge von Verhältnissen kann zeichnerisch aufgetragen werden und liefert dann eine die wirklich eintretenden Spannungen versinnlichende Kurve, die Spannungskurve. Kennt man die Uebereinstimmung des theoretischen mit dem Probediagramme von einer der grösseren Dimensionen, z. B. wie hier von  $D'$ , so ist das Aufsuchen der Einheit besser mittelst dieser Gegebenen auszuführen (wie es auch in unserer Figur angedeutet ist), da dann die Genauigkeit der Einheit  $Oe$  leichter zu erzielen ist.

## §. 134.

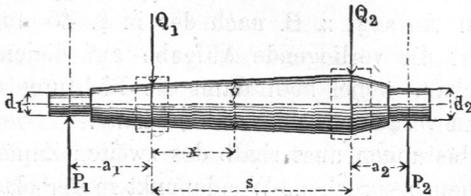
## Achse mit zwei Tragpunkten.

Bei der in Fig. 401 schematisch dargestellten zweifach tragenden Achse heissen die Enden wieder die Schenkel der Achse, das Mittelstück der Schaft derselben. Sind  $Q_1$  und  $Q_2$  die Belastungen,  $s$  die Schaftlänge, so hat man für die Zapfendrucke:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{a_1 + s + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{a_1 + s + a_2}. \quad (125)$$

Aus den auf diese Weise ermittelten Zapfendrucken lassen sich nun die Zapfen  $d_1$  und  $d_2$ , sowie überhaupt die Schenkel  $a_1$

Fig. 401.



und  $a_2$  ganz bestimmen, wobei man zunächst die Durchmesser  $D_1$  und  $D_2$  solcher ideellen Achsenköpfe ermittle, bei welchen  $Q_1$  und  $Q_2$  je auf einen Punkt konzentriert gedacht werden.

Für die dem Schaft an den verschiedenen Stellen zu gebenden Durchmesser hat man alsdann, wenn  $y$  den Durchmesser in der Entfernung  $x$  vom Lastpunkte  $Q_1$  bezeichnet:

$$\frac{y}{D_1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x}{a_1} \left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right)} \dots \dots (126)$$

eine Gleichung, nach welcher das Profil des Schaftes nach zwei kubischen Parabelbogen zu begrenzen ist. Diese können indessen in der Regel durch zwei Geraden ersetzt werden, so dass der Schaft ein Kegelstumpf wird.

Die beiden Achsenköpfe werden gebildet, indem man geringe Verdickungen für die Keilbahnen anbringt, wie es in §. 130 gezeigt wurde, und den Tragstellen die Breite  $b$  gibt, welche das zu tragende Stück vorschreibt. In sehr vielen Fällen ist die vorliegende Achse gleichschenkelig und an beiden Lastpunkten gleichstark belastet, also  $a_1 = a_2$ ,  $Q_1 = Q_2$ . Dann wird:  $P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2$ , und  $y = D$ , also der Schaft cylindrisch. Hierzu gelangt man auch, wenn nur  $P_1 a_1 = P_2 a_2$ .

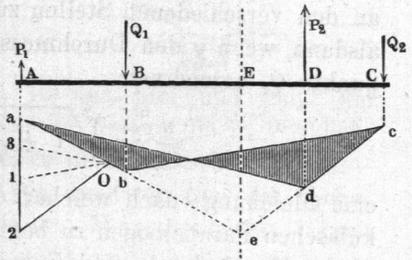
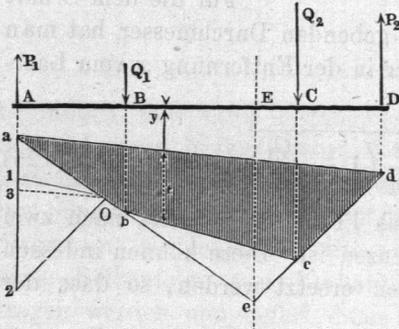
Die graphostatische Behandlung der vorliegenden Aufgabe ist leicht und löst auch unschwer die weniger einfachen Fälle. Sind wie vorhin die normal zur Achse  $AD$  in gleichem Sinne wirkenden Kräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  gegeben, Fig. 402 (a. f. S.), so trage man auf der zu  $AD$  normal gerichteten  $Aa \dots$  die  $a1 = Q_1$ ,  $1.2 = Q_2$  auf, wähle einen Pol  $O$  und ziehe die Strahlen  $Oa$ ,  $O1$ ,  $O2$ ; ziehe dabei die  $aO \dots$  bis zum Schnitte  $b$  mit der Kraft- richtung von  $Q_1$ , darauf  $bc \parallel 1O$ ,  $ed \parallel 2O$ , und verbinde  $d$  mit  $a$ . Durch Ziehung der  $O3 \parallel da$  im Kräftepolygon erhält man dort in  $2.3$  die Kraft  $P_2$  am Zapfen  $D$  und in  $3a$  die Kraft  $P_1$  bei  $A$ , in  $abcd$  aber die Momentenfläche, deren Vertikalordinaten  $t$

wieder zur Bestimmung der in ihrer Verlängerung liegenden Durchmesser  $y$  der Achse, wie es oben bei I. §. 132 gezeigt wurde, dienen. Der Schnittpunkt  $e$  der Verlängerten  $ab$  und  $dc$  liefert einen Punkt  $e$  der Lage  $Ee$  der Mittelkraft von  $Q_1$  und  $Q_2$ . Sucht man die  $Ee$  gleich von Anfang, z. B. nach der in §. 40 angegebenen Methode, so ist die vorliegende Aufgabe auf diejenige in §. 132 I. zurückführbar, wobei man dann die Richtung der Schlusslinie  $ad$  schon im voraus wie dort wählen kann.

Wirkt eine der Belastungen ausserhalb des zweiten Zapfens, Fig. 403, so kann der oben besprochene Wendepunkt in der elasti-

Fig. 402.

Fig. 403.

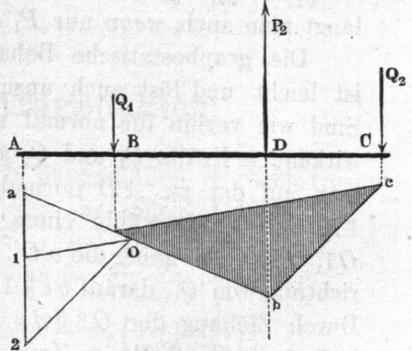
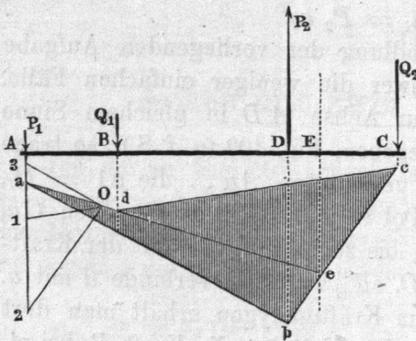


schen Linie entstehen; es geschieht, wenn die Mittelkraft von  $Q_1$  und  $Q_2$  zwischen die Stützen  $A$  und  $D$  fällt. Vergl. die Aufgabe §. 132 I. b. Die oben erwähnte scheinende Kraft wird durch 1.3 dargestellt.

Liegt die Mittelkraft von  $Q_1$  und  $Q_2$  ausserhalb der beiden

Fig. 404.

Fig. 405.



Zapfen, wie bei Fig. 404, so entsteht jener Wendepunkt nicht, die Kraft  $P_1$  wird aber mit  $Q_1$  und  $Q_2$  gleichgerichtet; im übrigen

ist das einzuschlagende Verfahren nach wie vor dasselbe. Die Mittelkraft kann endlich auch gerade auf die Stütze  $D$  treffen, wie in Fig. 405. Alsdann werden die biegenden Kraftmomente in dem Stücke  $AB$ , welche bei der vorigen Aufgabe sehr klein waren, völlig Null; die beiden Begrenzungslinien der Momentenfläche fallen zusammen. Für den Schenkel  $AB$  und den Zapfen bei  $A$  bedeutet dies, dass beide nur den zufällig auf sie kommenden oder etwaigen anderen als den zur Berechnung gegebenen Kräften entsprechend zu machen sind, unter Umständen also sehr leicht und dünn ausgeführt werden dürfen. Die Zerlegung der einzelnen Belastungen auf die Nabenränder, welche je nach der Lage der Nabe das Diagramm wesentlich umgestalten kann, geschieht wie in §. 132 gezeigt wurde. — Andere Variationen als die betrachteten erhält man noch, wenn man die Kräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  mit entgegengesetztem Sinne (oder Vorzeichen) einführt, obige Beispiele erklären aber das Verfahren auch dafür zur Genüge.

## §. 135.

### Schief belastete zweifach tragende Achsen. Eisenbahnwagenachse. Kranpfosten.

Bei schiefer Richtung der Kräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  wird die zeichnerische Auflösung der vorliegenden Aufgabe kaum weniger einfach als vorher. Die schiefe Krafrichtung kommt unter anderem bei den Achsen mancher Gelenkgeradfürungen, sodann auch bei den Eisenbahnwagenachsen vor, weshalb wir eine solche als Beispiel nehmen.

Ausser der im Wagenschwerpunkt  $S$ , Fig. 406 (a. f. S.), angreifenden Vertikalbelastung  $Q$  der Achse wirkt an demselben Punkte zu Zeiten eine durch Zentrifugalkraft und Schwankungen hervorgerufene Horizontalkraft  $H$ , welche nach Scheffler\*) gemäss den Wöhler'schen Versuchen auf  $0,4 Q$  steigen kann, so dass eine schief gerichtete Mittelkraft  $R$  gegen die Achse hin drückt. Da der Werth  $0,4 Q$  durch Wöhler vermöge unmittelbar am Wagen selbst auf langen Fahrten angestellte Versuche ermittelt ist, schliesst er die Einwirkungen der Schienenüberhöhung in Kurven bereits ein. Diese Kraft  $R$  wird sowohl nach den

\*) Ad. Scheffler, Eisenbahnwagenachsen. Braunschweig.

Schienenköpfen  $K_1$  und  $K_2$  hin, als nach den Zapfen  $A$  und  $D$  hin zerlegt. Bei der ersten Zerlegung ist zu beachten, dass die

Fig. 406.

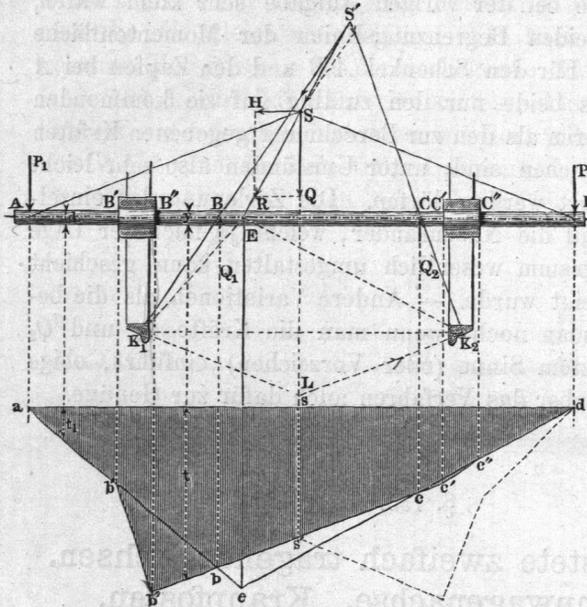
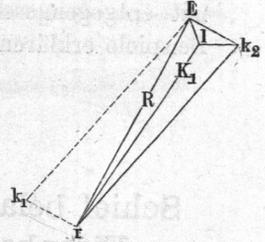


Fig. 407.



von  $H$  abgewendete Schiene  $K_2$  nur normal (oder innerhalb des Reibungskegels) auf die Erzeugende des Radreifenkegels drücken kann, so dass  $\angle L K_2 S' = 90^\circ$  zu machen ist. In den Durchschnittpunkten  $B$  und  $C$  der Schienenkräfte mit der Achse rufen die letzteren die Vertikalkräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  und vernachlässigbare Horizontalkräfte hervor; die schiefen Zapfenpressungen werden ebenfalls in ausser Betracht fallende Horizontalkräfte und Vertikaldrucke  $P_1$  und  $P_2$  zerlegt. Aus diesen werden die Zapfen  $d_1$  und  $d_2$  berechnet und das grössere Resultat beibehalten. Darauf fälle man aus dem Angriffspunkt  $E$  der Mittelkraft  $R$  ein Loth  $Ee$  auf die zur Achse parallel gezogene  $ad$ ; ziehe  $ea$  und  $ed$ , verlängere die Richtungen von  $Q_1$  und  $Q_2$  bis  $b$  und  $c$ , und lege durch  $b$  und  $c$  eine Gerade. Hierauf fälle man aus den Nabensrandpunkten  $B' B''$ ,  $C' C''$  Lothe nach  $b'$ ,  $b''$ ,  $c'$ ,  $c''$  und ziehe  $b'b''$ ,  $c'c''$ , so ist  $ab'b''c'c''d$  das Seilpolygon für die vorliegende Beanspruchung der Achse. Die Ordinaten  $t$  desselben dienen wie oben zur Berechnung der entsprechenden Dicken  $y$  aus der bekannten Zapfendicke  $d_1$  und der Ordinate  $t_1$  an der Zapfenwurzel.

Die Krafrichtung  $K_1 B$  kann auch noch einfacher, als mittelst Aufsuchung des oft unbequem fallenden Punktes  $S'$  bestimmt werden. Man verbinde irgend einen Punkt der Richtungslinie von  $R$ , z. B.  $E$  mit den Schienenköpfen  $K_1$  und  $K_2$  und zerlege  $R = Er$ , Fig. 407, nach den Richtungen  $EK_1$  und  $EK_2$  in  $Ek_2$  und  $k_2 r = Ek_1$ , ziehe die  $k_2 l$  horizontal und die  $El \parallel$  der bekannten Krafrichtung  $K_2 S'$ , so ist  $lE$  die Kraft in  $K_2$  und  $rl$  die in  $K_1$ , deren Richtung gesucht wurde, indem  $Ek_2$  und  $k_2 l$  die inneren Kräfte an der Ecke  $K_2$  des Seilpolygons  $EK_2 K_1$  sind, und mit der Kraft von der bekannten Richtung  $K_2 S'$  ins Gleichgewicht treten u. s. w.

Da die Horizontalkraft  $H$  sowohl links als rechts gerichtet sein kann, so wird, wie die Punktirung rechts andeutet, die grössere Seite  $as's'b''b'$  des Polygons für beide Achsenhälften benutzt. Ausserdem suche man auch das Seilpolygon für die blossе Vertikalbelastung  $Q$  auf. Liefert dasselbe für den Schaft eine grössere Ordinate als  $s's'$  ist, so wird sie benutzt; die Totalform des Schaftes wird ein in der Schaftmitte verdünnter Drehkörper. Die Zapfen der Eisenbahnwagenachsen haben 250 bis 300 minutliche Umdrehungen. Es ergibt sich deshalb für sie, wenn aus Schmiedeeisen, das Längenverhältniss 2. Die Anläufe der beiden Zapfen vertreten hier Stützzapfen, und werden in Bahnkurven wegen der oben besprochenen Seitenkraft  $H$  nicht unbedeutend beansprucht. Man findet die Anlaufhöhe  $e = \frac{1}{7}d$  bis  $\frac{1}{6}d$ , also stärker als bei gewöhnlichen Stirnzapfen gemacht.

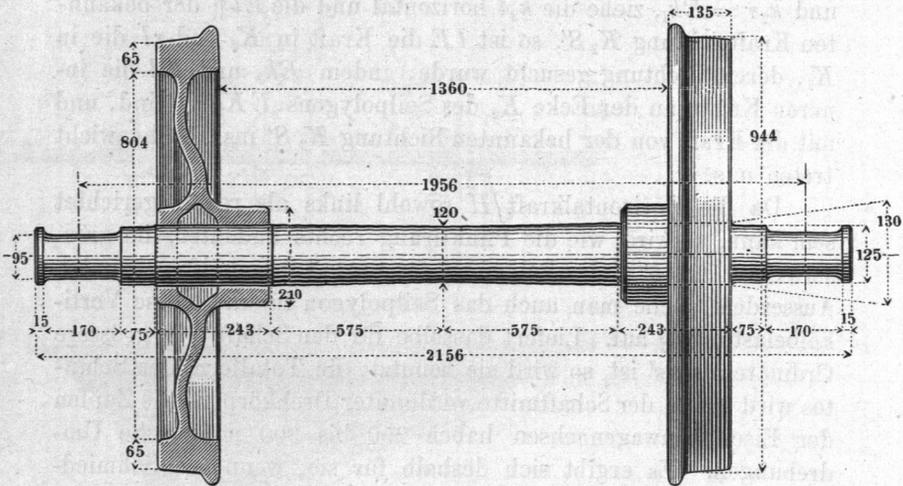
In verschiedenen Ländern bestehen Vorschriften oder Vereinbarungen, nach welchen die Achsen der Eisenbahnwagen auszuführen sind. Für die preussischen Bahnen ist Folgendes festgesetzt. Es soll genommen werden bei der Gesamtbelastung  $Q$  der Achsen, wenn

$Q = 3800$ kg	$D = 100$ mm	$d = 65$ mm
„ 5500 „	„ 115 „	„ 75 „
„ 8000 „	„ 130 „	„ 85 „
„ 10000 „	„ 140 „	„ 95 „

Die Zapfenlänge  $l$  kann dabei gewählt werden zwischen  $1\frac{3}{4}$  und  $2\frac{1}{4}d$ ; es ist also zweckmässiger Weise hier eine gewisse Freiheit gelassen. Als Material ist Schmiedeeisen vorausgesetzt; wird statt dessen Gussstahl angewandt, so kann  $Q$  um 20 Proz. erhöht werden. Man hat nach dem Früheren anzunehmen, dass die Maximalbelastung eines einzelnen Zapfens etwa  $= \frac{2}{3}Q$  wird. Führt

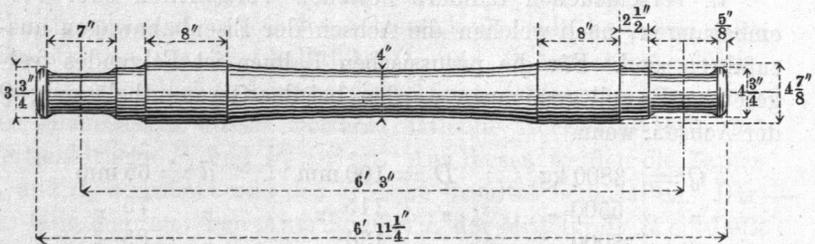
man damit eine Proberechnung aus, so findet man, dass  $\mathcal{S}$  zwischen 6,4 und 8,3, und  $p$  zwischen 0,30 und 0,41 schwankt. Eine gussstählerne Wagenachse der königl. Ostbahn, versehen mit ihren Rädern, stellt Fig. 408 dar.

Fig. 408.



In England ist eine schmiedeiserne Normalachse von den in Fig. 409 angegebenen Maassen in Gebrauch\*). Die nordamerikanische Normalachse stimmt mit der englischen überein\*\*). Die

Fig. 409.



zulässige Belastung  $Q$  scheint etwa  $\approx 10\,000$  kg vorausgesetzt zu sein. — In Frankreich hat eine Vereinbarung über die Abmessungen der Bahnwagenachsen noch nicht stattgefunden; dagegen haben die einzelnen grossen Bahnen Normalien gewählt. Die Lyon-Mittelmeer-Bahn benutzt nach Couche acht Achsentypen. Bei

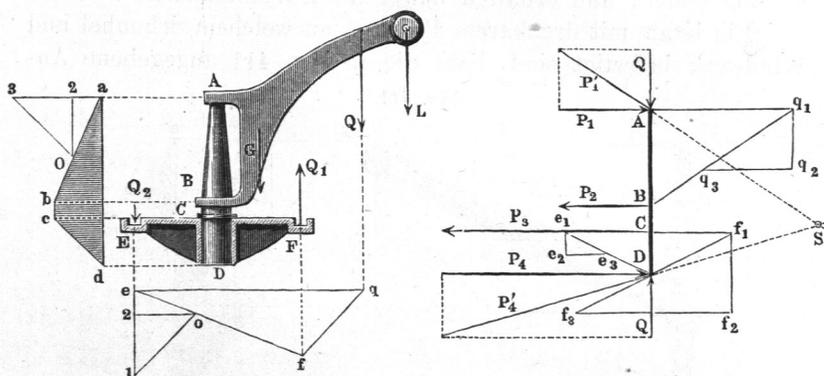
\*) Nach Engineer 1873, November.

\*\*) Nach Engineer 1873, Juni.

Typus No. 8 ist  $d = 85$ ,  $l = 170$ , die Länge zwischen den Zapfenmitteln 1925, die Schenkeldicke in den Naben 125, die Schaftdicke in der Mitte 105 mm.

Die Kranpfosten sind gewöhnlich schief belastete, mehrfach tragende Achsen, wie folgende Beispiele zeigen. Ein Uferkran mit feststehendem Pfosten, Fig. 410, ist durch die Last  $L$  und das Eigengewicht  $G$  des Windwerks und Schnabels belastet, wodurch

Fig. 410.



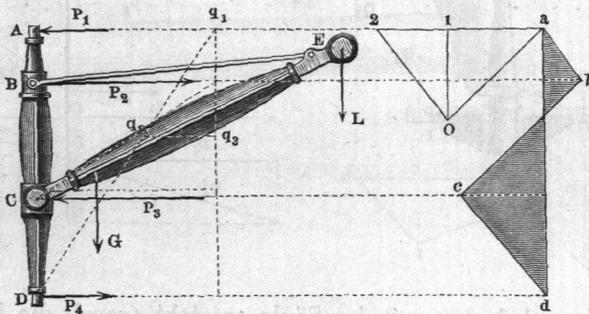
die Gesamtbelastung  $Q$  der Säule entsteht (vergl. die Beispiele §. 34 und die Anmerkung S. 100). Bei  $A$  und  $B$  sind Drehzapfen, bei  $CD$  ist der Pfosten in ein gusseisernes Kreuz eingesetzt, welches bei  $E$  und  $F$  festgehalten sei. Zuerst die Kräfte bei  $E$  und  $F$  aufsuchend, ziehen wir das Seilpolygon  $efq$  und das Kräftepolygon  $e210$ , worin  $21 = Q$ ,  $1e =$  der Kraft  $Q_1$  bei  $F$ ,  $e2 =$  der Kraft  $Q_2$  bei  $E$ . Alle drei äusseren Belastungen wirken parallel der Achse, weshalb wir uns der bei Fig. 397 benutzten Methode bedienen können. Wir machen in der Hilfsfigur  $q_1q_2 = Q$ , und  $q_2q_3 \parallel Aq_1$  normal zu  $AB$ . Diese Strecke liefert dann die Horizontalkräfte  $P_1$  und  $P_2$  bei  $A$  und  $B$ . Der Zapfen bei  $A$  soll die ganze Vertikalbelastung aufnehmen; es gesellt sich daher zu  $P_1$  noch  $Q$  in  $A$ , die schief gerichtete Resultante  $P_1'$  liefernd. Ferner machen wir wieder  $Cf_1$  normal zu  $AC$ ,  $f_2f_1 = Q_1$ , ziehen die  $f_1D \dots$  und die zu  $Cf_1$  parallele  $f_2f_3$ , so ist  $f_2f_3$  die Grösse einer bei  $C$  nach links und einer bei  $D$  nach rechts wirkenden Kraft. Trägt man ganz entsprechend  $Q_2$  nach  $e_1e_2$ , und zieht die  $e_1D$  und die  $e_2e_3$ , letztere  $\parallel e_1C$ , so liefert  $e_2e_3$  die Grösse einer bei  $C$  ebenfalls nach links, bei  $D$  nach rechts wirkenden Kraft. Wir haben deshalb  $P_3 = f_2f_3 + e_3e_2$  und  $P_4 = e_2e_3 + f_3f_2$  zu

machen. Der Vertikaldruck des Pfostens werde ganz bei  $D$  aufgenommen; dann kommt dort die Vertikalcomponente  $Q = f_2 f_1 - e_1 e_2$  zu  $P_4$  hinzu, mit ihr die Resultante  $P_4'$  liefernd. (Probe: der Schnittpunkt  $S$  der  $P_1'$  und  $P_4'$  muss auf die Resultante der  $P_2$  und  $P_3$  fallen.)

Indem wir nun wieder wie früher die Zusammenpressung der Achse vernachlässigen, können wir aus  $P_1, P_2, P_3, P_4$  das in Fig. 410 links in verjüngtem Maassstab eingetragene Kräftepolygon  $a 2 3 O$  bilden, und erhalten damit die Momentenfläche  $abcd$ .

Ein Kran mit drehbarem Pfosten, an welchem Schnabel und Windwerk befestigt sind, habe die in Fig. 411 angegebene An-

Fig. 411.



ordnung. Die Lage von  $Q = L + G$  wieder als gegeben betrachtend, verlegen wir  $Q$  nach  $q_1 q_3$  an die zur Achse normal gerichtete  $A q_1$ , ziehen die  $q_1 D$ , und  $\parallel A q_1$  die  $q_3 q_2$  bis zum Schnitte mit  $q_1 D$ . Dann stellt die  $q_3 q_2$  die Horizontalkraft  $P_1$  bei  $A$ ,  $q_2 q_3$  die ebenfalls horizontale  $P_4$  bei  $D$  dar. Liegt dort ein Stützapfen zur Aufnahme der Last  $Q$ , so setzt sich diese letztere mit  $P_4$  zu einer schiefer Kraft zusammen.

Durch ganz ähnliche Zerlegung von  $Q$  nach  $B$  und  $C$  erhält man die dort wirkenden gleichen, aber entgegengesetzt wirkenden Horizontalkräfte  $P_2$  und  $P_3$ , von denen letztere, wofern bei  $B$  ein Gelenk für die Stange  $BE$  vorhanden ist, sich mit der Gegenwirkung  $Q$  zu einer schiefergerichteten Mittelkraft zusammensetzt. Die vier gefundenen Horizontalkräfte haben ganz dieselbe Anordnung wie die Normalbelastungen der Achse in Fig. 397. Wir erhalten eine jener ganz ähnliche Momentenfläche  $abcd$ , welcher zufolge zwischen  $B$  und  $D$  ein Nullpunkt für die biegenden Momente und demnach also Vorwärtsbiegung oberhalb, Rückwärtsbiegung unterhalb derselben entsteht. Im Kräftepolygon ist  $2 a = P_2$ ,  $a 2 = P_3$ ,  $2 1 = P_4$  und  $1 2 = P_1$ .

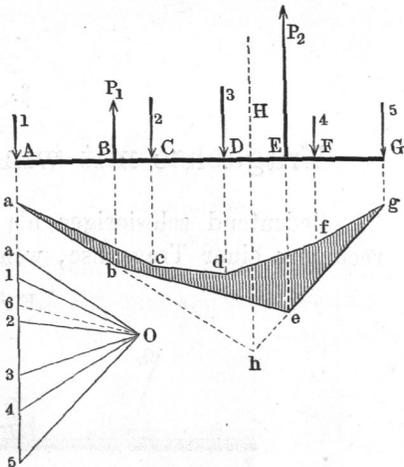
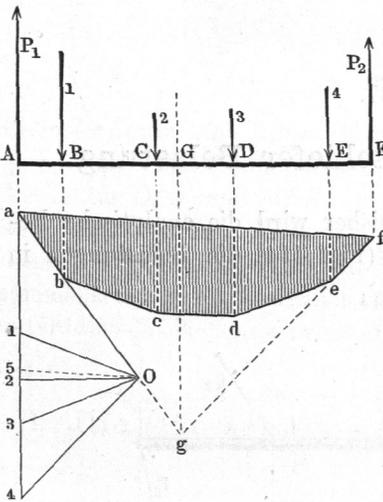
§. 136.

**Achse mit drei und mehr Tragpunkten.**

Die Zahl der Tragstellen der Achsen wird oft bis zu vier ausgedehnt. Zeichnerische Aufsuchung der Kräfte und Momente wie folgt. Man bilde (Fig. 412), unter dem Stützpunkt  $a$  beginnend, aus den gegebenen Kräften 1 bis 5 das Kräftepolygon  $a_5 O$ ,

Fig. 412.

Fig. 413.



und daraus nach §. 40 das Gelenkpolygon  $abcdefg$ , und trage die zur Schlusslinie  $ga$  parallele  $O6$  in das Kräftepolygon ein, worauf  $56 =$  der Kraft  $P_2$  bei  $G$ ,  $6a =$  der Kraft  $P_1$  bei  $A$  ist. Aus  $P_1$  und  $P_3$  können die Zapfen  $d_1$  und  $d_2$  bei  $A$  und  $G$  berechnet werden, während die Ordinaten des Seilpolygones wie bisher zur Berechnung der Durchmesser der Achse dienen.

Der Schnittpunkt  $h$  der verlängerten  $ab$  und  $gf$  ist ein Punkt der Richtungslinie  $Hh$  der Mittelkraft der Kräfte 1 bis 5. Will man die Mittelkraftlage zu Anfang durch aufeinanderfolgendes Zusammensetzen der Belastungen bestimmen (s. §. 40), so lässt sich  $O$  sehr bequem so legen, dass  $ag$  parallel  $AG$  fällt. Auch kann man das gefundene schiefliegende Gelenkpolygon leicht auf eine zu  $AG$  parallele Schlusslinie niederklappen.

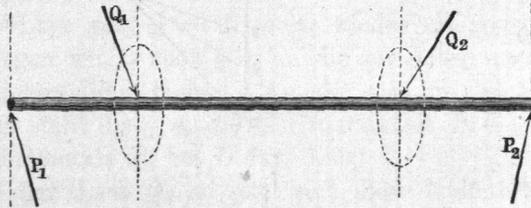
Hat die vielfach belastete Achse freitragende Schenkel, wie in Fig. 413 angenommen ist, so verfährt man ganz ähnlich wie oben, indem man, wieder bei dem ersten Kraftpunkte  $a$  beginnend, das Kräftepolygon  $a5O$  aufträgt, die erste Seilpolygonseite  $ba$  nach dem Lothe der ersten Kraft, die zweite nach dem Lothe  $Cc$  der zweiten Kraft zieht, und so bis zur Schlusslinie  $eb$  fortfährt. Die erste und  $n$ te Seilrichtung schneiden sich nach wie vor auf der Richtung  $Hh$  der Mittelkraft. Variationen dieser Aufgaben ergeben sich, wenn die Belastungen von entgegengesetzter Richtung, und wenn sie schief gerichtet sind. Die früher vorgeführten Beispiele deuten den einzuschlagenden Weg zur Genüge an.

## §. 137.

**Tragachse mit windschiefer Belastung.**

Bedeutend schwieriger als bisher wird die analytische Berechnung einer Tragachse, wenn (Fig. 414) die Belastungen in

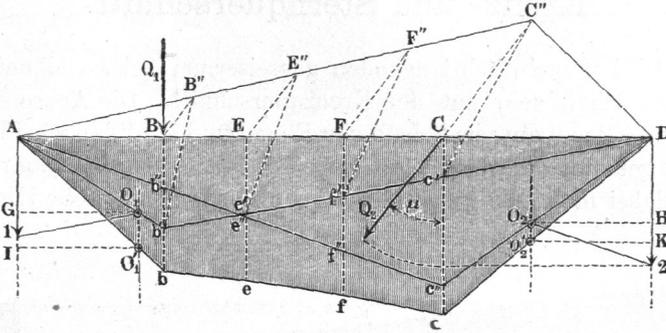
Fig. 414.



verschiedenen Ebenen wirken; mit der graphostatischen Methode dagegen sind die Schwierigkeiten leicht zu überwinden. Man trage zunächst, Fig. 415, die Kräftepolygone  $A O_1 1$  und  $D O_2 2$  für die Kräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  bei gleichem Polabstand  $G O_1 = H O_2$  so auf, dass beide Schlusslinien der alsdann zu zeichnenden Seilpolygone  $A b' D$  und  $A c'' D$  in  $AD$  zusammenfallen, bringe darauf das zweite Seilpolygon auf die schiefwinkligen Ordinaten  $BB'' = Bb''$ ,  $CC'' = Cc''$  u. s. w., so zwar, dass dieselben mit den (vertikalen) Ordinaten des ersten Polygons den Winkel  $\mu$  der Kräfteebenen einschliessen, und ausserdem von den Anfangspunkten  $B, C, E \dots$  rückwärts getragen werden. Hierauf mache man  $Bb = B''b'$ ,  $Cc = C''c'$ ,  $Ee = E''e'$  u. s. w., und ziehe das Seilpolygon

$AbefcD$ , so geben dessen Vertikalordinaten (nach §. 44) die wie bisher zu benutzenden biegenden Momente für die Achse an. Die

Fig. 415.



Linie  $befc$  ist eine Kurve (Hyperbel),  $Ab$  und  $cD$  dagegen sind geradlinig. Zieht man noch  $O_1 O_1' \parallel A1$ ,  $O_2 O_2' \parallel D2$ , und fällt die Lothe  $O_1' J$  und  $O_2' K$ , so ist  $AJ$  die Zapfenkraft  $P_1$ ,  $DK$  die Zapfenkraft  $P_2$ , beide mit dem in den Kräftepolygone benutzten Maassstab zu messen. Ihre Richtungen sind durch Zusammensetzung von beziehlich  $AG$  mit  $H2$  und von  $DH$  mit  $G1$  unter dem Winkel  $\mu$  zu ermitteln.

## B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

### §. 138.

## Kreisringquerschnitt.

Will man eine Achse mit dem Kreisringquerschnitt, also rohrförmig ausführen, so berechne man vorerst die Zapfen als hohle Zapfen nach den Angaben in §. 90 und beziehe dann, unter Beibehaltung des bei den Zapfen angewandten Hohlungsverhältnisses, sämtliche Abmessungen ebenso auf die Dicke der hohlen Zapfen, wie es bisher für die vollen gezeigt wurde. Das gebräuchlichste Hohlungsverhältniss ist 0,6. Oder: man bestimme sämtliche Dimensionen der Achse unter Zugrundelegung des vollen Kreisquerschnittes, wähle sodann das Hohlungsverhältniss, und vergrössere alle einzelnen Durchmesser nach Maassgabe des aus Formel (95) zu entnehmenden Koeffizienten. Vergl. übrigens auch §. 141.

§. 139.

**Kreuz- und Sternquerschnitt.**

Bei den mehrfach tragenden gusseisernen Achsen eignet sich für den Schaft sehr gut der Kreuzquerschnitt. Die Achse erhält bei seiner Benutzung im Schaft vier Flügel und wird danach Flügelachse genannt (vergl. „Flügelzapfen“ §. 102). Den Schenkeln gibt man dabei meist die gewöhnliche konoidische Form, siehe Fig. 416.

Fig. 416.

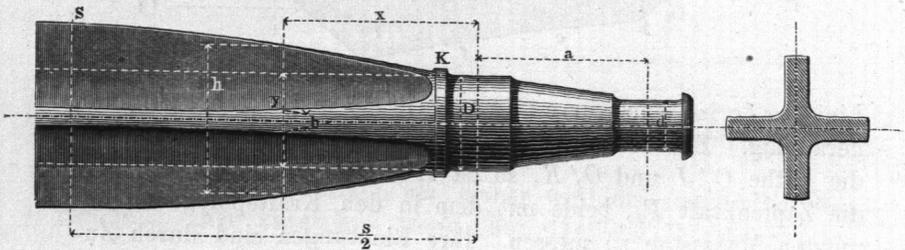
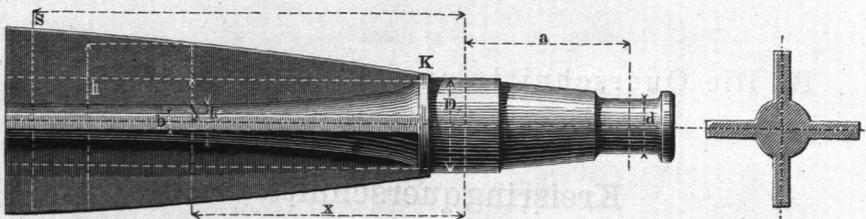


Fig. 417.



Die hier sichtbare Anschwellung der Flügeldicke nach den Köpfen hin wird manchmal durch Einschaltung eines runden Kernes ersetzt, Fig. 417.

Beim Entwerfen wird der Schaft zuerst (punktirt) so verzeichnet, als ob er den vollen Kreisquerschnitt erhalten solle, darauf das Profil  $KS \dots$  der Flügel, in  $K$  an den Achsenkopf anschließend, mit einer Anschwellung (s. §. 142) von dem einen Schenkel zum anderen geführt. Ist dann für irgend eine Stelle ( $x$ ) des Schaftes

$y$  der Durchmesser der ideellen runden Achse oder des gleichwerthigen Konoids,

$h$  die Rippenhöhe,  $b$  die Rippen-,  $k$  die Kerndicke,

so wähle man die Abmessungen derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\left(\frac{k}{h}\right)^4 + \frac{16}{3\pi} \left\{ \left(\frac{b}{h}\right)^3 \left(1 - \frac{k}{h}\right) + \frac{b}{h} \left(1 - \left(\frac{k}{h}\right)^3 \right) \right\}}. \quad (127)$$

welche Formel auch für den reinen Kreuzquerschnitt genügend genaue Resultate giebt, wenn man  $k = b$  einführt. Die Zahlen-ergebnisse unterscheiden sich zudem dann kaum von denjenigen für  $k = 0,2h$ , weshalb die folgende Tabelle für beide Querschnitte dienen kann.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{h}{y}$ , wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,30	1,40	1,50	1,61	1,72	1,84	1,94	2,04	2,15	2,18	2,22	2,26	2,27
0,06	1,30	1,39	1,48	1,58	1,68	1,79	1,87	1,95	2,02	2,07	2,11	2,13	2,14
0,07	1,29	1,38	1,46	1,56	1,65	1,74	1,82	1,89	1,94	1,98	2,00	2,02	2,02
0,08	1,28	1,36	1,45	1,53	1,62	1,70	1,76	1,83	1,87	1,91	1,93	1,93	1,93
0,09	1,27	1,35	1,43	1,51	1,59	1,66	1,72	1,77	1,81	1,84	1,86	1,87	1,87
0,10	1,27	1,34	1,42	1,49	1,56	1,63	1,68	1,72	1,75	1,78	1,80	1,80	1,81
0,11	1,26	1,33	1,40	1,47	1,54	1,60	1,64	1,68	1,71	1,73	1,74	1,75	1,75
0,12	1,25	1,32	1,39	1,45	1,51	1,57	1,61	1,64	1,67	1,68	1,69	1,70	1,70
0,13	1,25	1,31	1,38	1,43	1,49	1,54	1,58	1,61	1,63	1,64	1,65	1,65	1,65
0,14	1,24	1,30	1,36	1,42	1,47	1,51	1,55	1,57	1,59	1,60	1,61	1,61	1,61
0,15	1,23	1,29	1,35	1,40	1,45	1,48	1,52	1,54	1,56	1,57	1,58	1,58	1,58
0,16	1,23	1,28	1,34	1,38	1,43	1,46	1,49	1,52	1,53	1,54	1,55	1,55	1,55
0,17	1,22	1,27	1,33	1,37	1,41	1,45	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52	1,52	1,52

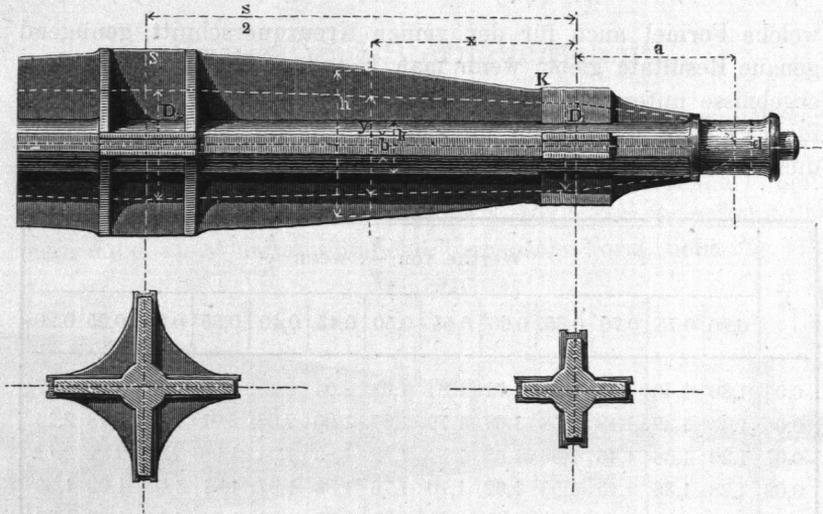
1. *Beispiel.* Reiner Kreuzquerschnitt. Hat das Flügelprofil an irgend einer Stelle das Zweifache des Durchmessers  $y$  des ideellen Konoids zur Höhe, so ist daselbst gemäss Zeile 3, letzte und erste Spalte die Rippendicke  $b = 0,07$  der Rippenhöhe zu nehmen.

2. *Beispiel.* Ist ein Kern anzuwenden und ist diesem an einer Stelle, wo  $h = 1,5y$  die Dicke  $k = 0,6h$  gegeben, so ist daselbst gemäss Z. 8, Spalte 6 und 1 die Rippendicke  $b = 0,12$  der dort gewählten Rippenhöhe  $h$  zu nehmen.

3. *Beispiel.* Man kann auch  $b$  konstant wählen und die Kerndicke  $k$  entsprechend ermitteln, oder auch  $k$  konstant wählen und die Rippendicke ermitteln. Letzteres ist bei der in Fig. 418 (a. f. S.) dargestellten Achse vorausgesetzt. Hier sind auch die Schenkel in Sternquerschnitt aus-

geführt. Die Köpfe erhalten, wie die beiden Durchschnitte verdeutlichen, eine Verdickung zur Aufnahme der Keilbahnen, ausserdem gibt man auch

Fig. 418.



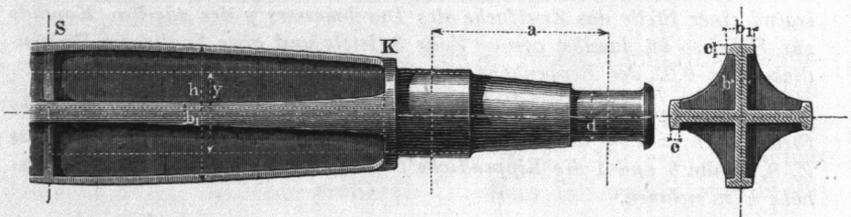
gern an den höchsten Profilstellen den Rippen Versteifungen, wie hier angegeben. Dem Zapfen ist ein kleiner Hilfszapfen, welcher beim Aufstellen sehr nützlich ist, angegossen gedacht.

## §. 140.

## Die beränderte Flügelachse.

Sehr brauchbar für stark belastete Achsen ist die in Fig. 419 angewandte Querschnittform, bei welcher die Flügel der Achse

Fig. 419.



eine Saumnerve erhalten. Fairbairn hat bei seinen ausgezeichneten Wasserrädern diese Form benutzt. Auch Rieter & Co. in Winterthur haben schöne Wasserräder mit solchen Achsen gebaut.

Man wählt auch hier wieder nach geschehener Bestimmung des ideellen runden Schaftes von den Dicken  $y$  das Profil, also die Höhen  $h$  für alle Querschnitte. Wir machen alsdann in jedem Querschnitte die Randdicke  $c =$  der Flügeldicke  $b$ , und haben darauf bei Anwendung der Form Fig. 419 für die Saumbreite  $b_1$  zu nehmen:

$$\frac{b_1}{b} = 1 + \frac{\frac{3}{16} \pi \left(\frac{y}{h}\right)^3 - \frac{b}{h} - \left(\frac{b}{h}\right)^3}{6 \left(\frac{b}{h}\right)^2 - 12 \left(\frac{b}{h}\right)^3} \dots \dots (128)$$

nach welcher Formel die folgende Tabelle berechnet ist.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{b_1}{b}$ , wenn $\frac{h}{y}$									
	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
0,05	—	—	—	—	—	7,94	6,17	4,81	3,64	2,75
0,06	—	—	—	—	6,99	5,38	4,13	3,17	2,34	1,07
0,07	—	—	—	6,70	5,12	3,91	3,45	2,24	1,61	1,01
0,08	—	—	6,82	5,16	3,91	2,96	2,22	1,65	1,17	—
0,09	—	—	5,45	4,11	3,10	2,33	1,73	1,01	—	—
0,10	—	6,00	4,48	3,37	2,53	1,89	1,39	—	—	—
0,11	—	5,05	3,77	2,82	2,11	1,57	1,15	—	—	—
0,12	6,56	4,34	3,23	2,42	1,80	1,34	—	—	—	—
0,13	5,73	3,78	2,81	2,10	1,56	1,15	—	—	—	—
0,14	5,06	3,34	2,48	1,85	1,38	1,01	—	—	—	—

Ueber 6 bis 7 und unter 1 wird  $b_1 : b$  nicht gemacht, weshalb die Tabelle nicht über diese Werthe hinausgeht. Man sucht einige Saumprofilpunkte auf und verbindet sie durch eine stetige Linie.

§. 141.

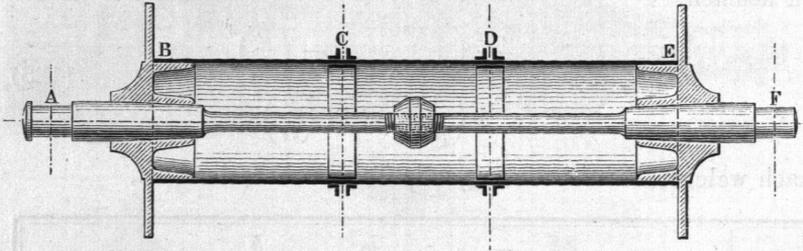
**Zusammengesetzte Wasserradachse.**

Die Fig. 420 (a. f. S.) stellt eine aus Guss- und Schmiedeisen zusammengesetzte Wasserradachse dar, welche bei einem Wasserrad von 10 m Höhe und 6 m Breite an die Stelle einer gebroche-

nen schmiedeisernen Achse gesetzt worden ist\*). Die Belastungen betragen an den vier Tragpunkten

<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
16 090	5420	5420	10 390 kg,

Fig. 420.



zusammen 37 320 kg\*\*). Der Schaft ist eine Trommel aus Eisenblech von 10 mm Dicke und 1120 mm äusserem Durchmesser und ist aus drei Schüssen zusammengesetzt, die durch Laschennietung bei den Mittelrosetten verbunden sind. Die Zapfenstiele sind in die gusseisernen Endrosetten schwach konisch eingepasst und haben jeder eine Verlängerung, die bis zur Achsenmitte reicht, woselbst die beiden Stiele mit Links- und Rechtsgewinde in eine Mutter treten. Zapfendicke und -Länge 200 und 280 mm. Den Verbindungslaschen gegenüber stehen auf der Aussenwand der Trommel Winkeleisen, welche zur Befestigung der Rosetten dienen. Die durch die Biegung in der Trommelwand hervorgerufene Spannung beträgt nur 2,2 kg, in der Nietnath indessen etwa 4,5 kg.

## §. 142.

## Verzeichnung der Flügelprofile.

Zur Verzeichnung der schwachgekrümmten Linie, nach welcher die Profile der Achsenflügel begrenzt werden, kann man sich einer der folgenden Methoden bedienen. In den zugehörigen Fi-

\*) Das Rad gehört der Société des Eaux du Rhône in Genf. Siehe Annales du Génie civil 1866 und ebenda 1872; der Neubau ist durch Ingenieur Achard in Genf ausgeführt worden.

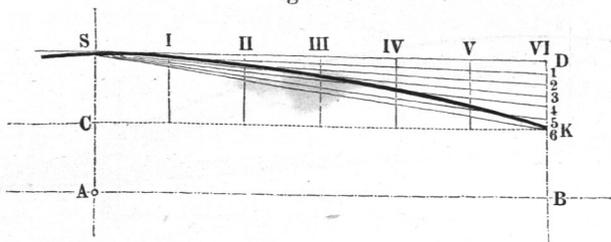
\*\*) Vergl. das Diagramm Fig. 412, wo vorstehende Verhältnisse zu Grunde gelegt sind.

guren bezeichnet  $AB$  die geometrische Achse des Stückes,  $S$  den (bekannten) Scheitelpunkt der Profilkurve,  $K$  den ebenfalls bekannten oder gewählten Ansatzpunkt derselben am Achsenkopf.

1) Kreisbogen. Nur bei Zeichnungen in kleinem Maassstab ist derselbe, wenn er mit dem Zirkel oder nach Kreisschablonen gezogen werden kann, zweckmässig und empfehlenswerth.

2) Parabel. (Fig. 421.)  $SD \parallel AB \parallel CK$ ; theile  $SD$  in  $n$ , z. B. in sechs gleiche Theile, ebenso  $DK$ ; fälle von den Theil-

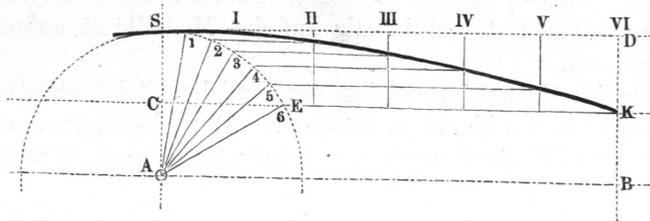
Fig. 421.



punkten I, II, III . . . Lothe auf  $CK$ , und ziehe aus  $S$  die Geraden  $S1, S2, S3 \dots$ , so liefern deren Schnittpunkte mit den Lothen I, II, III . . . die gesuchten Parabelpunkte.

3) Sinoide. (Fig. 422.)  $SD \parallel AB \parallel CK$ ; beschreibe mit  $AS$  einen Kreis um  $A$ , theile den durch  $CK$  abgeschnittenen Bogen

Fig. 422.



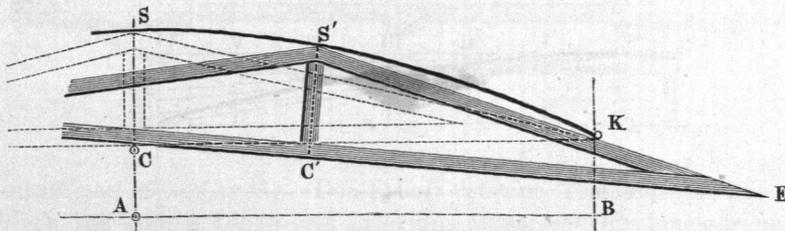
$SE$  desselben in  $n$ , z. B. sechs gleiche Theile, ebenso die Gerade  $SD$ , ziehe aus den Theilpunkten 1, 2, 3 . . . Parallelen zu  $AB$ , und aus I, II, III . . . Lothe zu  $AB$ , so liefern die Schnitte der letzteren mit den ersteren die gesuchten Sinoidenpunkte.

4) Elastische Linie. Man biege eine sorgfältig prismatisch gearbeitete Ruthe von quadratischem Querschnitt durch Druck an den Punkten  $K_1, K_2$  und  $S$  derart, dass die Pfeilhöhe  $CS$  die verlangte Grösse erhält, und verzeichne dann die Kurve, indem man die Ruthe als Lehre benutzt. Für grosse Ausführungen ist die Ruthe etwa 20 bis 30 mm dick zu nehmen und unter Wasser

aufzubewahren. Bei kleinen Zeichnungen für das gewöhnliche Zeichenbrett ist zu empfehlen, sie nicht unter 5 mm dick zu wählen.

5) Kardioide. Die folgende in vielen Fabriken gebräuchliche Methode eignet sich vorzugsweise gut zum Aufreißen der Kurve auf das zum Modell vorgerichtete Brett. Man fertigt behufs der Verzeichnung eine hölzerne Schablone  $S'KEC$  (Fig. 423) an, bei welcher  $EC$  und  $ES'$  gerade Kanten sind, und deren Ab-

Fig. 423.



messungen  $C'S' = CS$  und  $CE = CK$  durch die Lage der zu verbindenden Punkte  $S$  und  $K$  gegeben sind. Man bringe sodann in  $C$  und  $K$  feste Stifte an, und führe die Kante  $CE$  längs dem Stift  $C$ , die Kante  $S'E$  längs dem Stift  $K$ , so beschreibt der Punkt  $S'$  der Schablone von  $S$  nach  $K$  einen Bogen einer verkürzten (Peri-) Kardioide, welches Bogenstück sich sehr gut zu dem vorliegenden Zwecke eignet, und durch Führung eines Bleistiftes in  $S'$  unmittelbar fest und kräftig auf das Modellbrett aufgerissen werden kann.

Für das Entwerfen auf dem gewöhnlichen Zeichenbrett ist es sehr bequem, die Kurve nach 2) oder 3) zu bestimmen und sie darauf mit Hilfe einer angelegten dünnen Ruthe nach 4) zu ziehen.

§. 143.

## Hölzerne Achsen.

Die Wasserräder erhalten noch vielfach Achsen aus Eichenholz, denen man ein regelmässiges Vieleck zum Querschnitt gibt. Sie werden bis auf die, durch die anzuwendende Zapfenverbindung (siehe §. 102) vorgeschriebenen Schenkelenden prismatisch und demnach so dick gemacht, wie die stärkst beanspruchte Stelle es verlangt. Man findet für die Eichenholz-Achse die Dicke, indem

man für die gleichbelastete gusseiserne Achse die Achsenkopfdicke aufsucht (siehe §. 130 ff.) und diese mit 1,55 (d. i. mit der  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$  aus dem Verhältniss der Tragmodel 7,5 für Gusseisen, 2 für Holz) multipliziert. Der so erhaltene Durchmesser kann für einzelne Fälle zu klein ausfallen, wenn nämlich etwa die Arme in den Achsenkörper eingesteckt, überhaupt der Baum verschwächt werden muss, reicht aber bei Belastung des vollen Querschnittes aus. Fällt er kleiner aus, als es die Zapfenverbindung, siehe §. 102, verlangt, so ist der von dieser geforderte Durchmesser des Achsenchenkels für die ganze Achse maassgebend. Die Wahl zwischen eisernen und hölzernen Wasserradachsen muss sich nach lokalen Preisen und Verhältnissen richten.

*Beispiel.* Eine Wasserradachse von 2700 mm Schenkellänge sei so belastet, dass sie gusseiserne Zapfen von 90 mm Dicke und danach von 135 mm Länge erhalten müsse. Gemäss §. 130 ist dann die Achsenkopfdicke zu nehmen:  $D = 90 \cdot \sqrt[3]{2700 : 68} \sim 90 \cdot \sqrt[3]{40} = 308$  mm. Bei der Ausführung in Holz ist daher mindestens zu machen:  $D' = 1,55 \cdot 308 = 477$  mm.

## Neuntes Kapitel.

### W E L L E N.

#### §. 144.

#### Berechnungsart der cylindrischen Wellen.

Der Maschinenbau versteht unter Wellen diejenigen Achsen, welche verdrehende Kraftmomente zu übertragen bestimmt sind. Dieselben müssen für diesen Zweck solche Abmessungen erhalten, dass sie 1) fest genug sind, und dass sie 2) durch die verdrehende Kraft nicht zu stark verwunden werden. In der Regel erfahren die Wellen ausser der Beanspruchung auf Drehung auch noch solche auf Biegung durch die Gewichte und Pressungen der auf ihnen sitzenden Räder, Rollen, Hebel u. s. w. Vorerst soll indessen hierauf keine Rücksicht genommen und auch nur für die vollen cylindrischen schmied- und gusseisernen Wellen die Berechnungsart angegeben werden.