
 SECONDE PARTIE.

CHAPITRE VII.

Examen de la force longitudinale des bois droits, comparée à leur résistance transversale.

LES ponts de bois qui sont d'un seul jet, & les cintres des grandes voûtes, exigent des fermes de charpente très-composées lorsqu'on veut éviter la dépense & les inconvénients des palées intermédiaires.

Ces fermes sont toujours formées d'arbalétriers, de poinçons, d'entrails, de jambes de forces, & de liens ou de courbes qu'on retient ensemble par des doubles moises pendantes auxquelles on donne peu d'épaisseur, parce que ces especes de ligatures n'ayant que cette propriété, le surplus n'est qu'une charge ajoutée au poids du reste de la charpente.

On se figureroit en vain, d'ailleurs, que ces moises ont une autre fonction; elles ont l'air en effet de soutenir l'édifice, mais considérées de plus près, on voit qu'elles n'ont que des points d'appuis précaires, dont l'instabilité est simultanée toutes les fois que le système est en mouvement.

Il paroît donc que ces moyens de lier les fermes de charpente ne remplissent que très-imparfaitement l'objet qu'on en attend: or, les meilleurs systèmes dans ce genre de

construction sont ceux nécessairement dans lesquels toutes les parties concourent, par leur énergie absolue ou relative, à la même utilité.

Pour cela il n'est donc question que de considérer quelle est la forme d'une pièce de bois, & quelles sont ses propriétés statiques.

Dans l'examen de sa forme, on remarque qu'elle a trois dimensions, & dans l'examen de sa propriété on trouve qu'elle peut porter transversalement & longitudinalement, & c'est à ces deux fonctions qu'on s'est borné jusqu'ici.

Cependant, puisque cette pièce a trois dimensions, savoir, sa longueur, par laquelle elle résiste longitudinalement, sa hauteur, par laquelle elle porte transversalement, pourquoi ne seroit-elle pas capable d'une troisième fonction due à sa largeur, en vertu de laquelle elle opposeroit encore une résistance aux efforts d'un écartement latéral ?

Il suit donc de là, que de tous les systèmes de charpente, celui dans lequel on pourra faire concourir ces trois fonctions, sera le plus solide & le plus économique.

C'est donc d'après ces considérations qu'est composée la ferme donnée ici pour exemple (*Figure 2^{eme}*), dans laquelle on peut remarquer que les doubles moises brisées remplissent les vues qu'on vient d'indiquer par leur disposition longitudinale & par leur pénétration transversale, en remplaçant des moises pendantes, qui, en ajoutant beaucoup au poids de cette ferme & à la dépense, n'eussent été propres qu'à la seule fonction d'en lier les pièces d'une manière isolée.

On ne doit donc employer ces sortes de moises que dans des assemblages en forme de voûtes, parce qu'elles servent alors à figurer des voussoirs en coupe dont elles peuvent remplir la jonction en concourant à soutenir l'édifice par leur énergie.

Les attentions qu'on peut donner à ces sortes d'assemblages, ne se bornent même pas à la réforme qu'on propose ici; il est encore d'autres abus qu'on peut rectifier.

Les pieces traversieres qu'on emploie pour prévenir l'écartement des fermes qui composent ces sortes de travées, ne font que la fonction de tirants: or, on ne fait pourquoi on ne fait pas plutôt usage de tirants de fer qui, en remplissant les mêmes vues, peseroient beaucoup moins, ne coûteroient pas davantage, & dureroient bien plus long-temps.

Car on ne peut moins donner à une traversiere, qui auroit 21 pieds de longueur, que 9 à 10 pouces d'équarrissage, & cette piece produit 13 pieds 1 pouce 6 lignes cubes, dont chaque pied (supposé sec) pese 63 livres, & par conséquent les 13 pieds 1 pouce 6 lignes, 826 livres 14 onces.

Or, en remplaçant cette traversiere par un tirant en fer, il n'auroit d'abord que 20 pieds de longueur d'un bordage à l'autre, & il suffiroit qu'il eût 2 pouces de largeur sur 9 lignes d'épaisseur, ce qui ne produit que 360 pouces cubes, dont chacun pesant 4 onces $\frac{2}{3}$, les 360 ne peseront que 105 livres.

On voit donc qu'il y a d'abord un allége sur la charge de 721 livres 14 onces, sur 826 livres 14 onces; & quant

au prix, le pied cube de bois étant évalué à 3 liv. 10 s., & le fer à 5 s. ; il en résulte qu'il y a encore une économie sur la matière de près de moitié.

Il semble néanmoins que les tirants en bois annoncent plus de solidité, parce qu'en leur réservant des entailles ils ont l'air de maintenir le devers des pièces qu'ils embrassent en les traversant ; mais ce prestige n'a d'effet que par les boulons avec lesquels ces traversières sont arrêtées, puisque si les boulons cassoient, ces pièces échapperoient, ou autrement s'ils plioient, les mantonnets éclateroient. Or, ces effets ne sont plus les mêmes avec des tirants en fer, parce que les mêmes boulons auxquels ils seroient arrêtés n'ayant pour cela que la saillie suffisante au-delà de la pénétration des pièces qu'ils traversent, ces boulons auroient moyennant cela 9 à 10 pouces de longueur de levier de moins, en faveur de leur adhérence relative & de l'économie de la matière.

Il est aisé de conclure de là, qu'il y a les mêmes désavantages à ne point faire les garde-fous des ponts de bois en fer, puisque quant au poids, comme il faut 8 pouces cubes de bois pour 1 pouce cube de fer, le prix peut en devenir égal, & qu'enfin la durée en est très-différente.

On va voir, au surplus, que la composition des charpentes dont il est ici question, ne peut pas être bornée aux règles vulgaires de l'art.

Recherches sur la résistance longitudinale des bois droits , comparée à leur force transversale , avec une application de la théorie & des expériences faites sur cela , au système de la ferme dont il est ici question.

J'appelle force longitudinale , celle qui est diamétralement opposée à l'adhérence absolue des bois , & force transversale , celle qui est prise pour leur adhérence relative , quoique cette dernière ne soit pas conforme à la première dans les corps à ressorts.

Figure première d'une demi-ferme.

(1). Nous ne considérerons dans la ferme de charpente dont il est ici question , que la résistance des décharges RS & PQ qui soutiennent , elles seules , la plus grande partie de la charge qui doit être portée par la ferme entière , au moyen des deux sous poutres qui en forment la clef.

(2). Nous admettrons pour cela , que le point d'appui N est inébranlable , puisque s'il devoit céder à l'effort de la charge , qui se fait suivant la direction de la moise TV , cet effet ne pourroit avoir lieu sans que les points LH , &c. ne remontassent sur leur centre de mouvement qu'on peut supposer au point I , & qu'alors cette charge agiroit négativement.

(3). Cela posé , il est nécessaire de faire voir d'abord comment les décharges RS & PQ résistent relativement à la manière dont elles sont inclinées , & à la manière dont elles sont coupées & assemblées.

Fig. seconde. (4). Soit donc la figure seconde de deux pièces de bois

jointes à un poinçon par le haut, & portant par le bas sur un entrait, ou contre tous autres appuis qui exigent que les abouts de ces pieces soient biaux, sans aucun égard d'abord à des embreuvements qu'on y pratique ordinairement, suivant l'art de la charpente.

(5). Il est démontré que la résistance absolue de l'arbalestier AE est à sa résistance relative, comme CF : CD, & que la diagonale CG est l'expression de la résistance des deux arbalestiers AE & RB ; mais il restoit à ajouter à cette démonstration qu'à cause de la coupe AS, cette résistance relative décroît encore dans le même rapport de CF : CD, puisque le triangle CFD est semblable au triangle SAP.

(6). Ceci suppose encore que la culasse de cet arbalestier seroit affranchie d'équerre, & qu'il porteroit carrément sur son appui comme FQ, puisqu'autrement si cette base est encore biaise, comme FE, le triangle FQE étant encore semblable au triangle CFD, il en résulte que la force absolue de cet arbalestier est à sa force relative :: 3CF : CD.

(7). En sorte que lorsque les coupes de ces pieces sont d'équerre comme SP & FQ, ces forces sont entr'elles simplement, comme CF : CD, & que lorsqu'il y en a une d'équerre & l'autre biaise, elles sont comme 2CF : CD, & enfin :: 3CF : CD, lorsqu'elles sont toutes les deux biaises, ce qu'il falloit d'abord faire connoître.

(8). Mais comme dans les assemblages en charpente la résistance de ces arbalestiers deviendroit inutile, si leurs coupes étoient totalement biaises, parce qu'ils n'agiroient

plus alors que par le frottement, dont on fait abstraction en chariant sur leurs appuis ; on est dans l'usage de tronquer les onglets de ces coupes comme en R & en B, pour leur donner des portées d'équerre par des embreuvements doubles ou simples, suivant le calibre des pieces, en sorte que dans ces cas-là, on ne doit plus considérer la résistance de ces bois, que sous les dimensions de ces équarrissements.

(9). C'est-à-dire que si ces embreuvements ont un pouce $\frac{1}{2}$ de hauteur sur toute la largeur de la piece, & qu'ils soient doubles dans une piece, par exemple, de douze pouces en carré, il ne restera plus pour la base de cette piece, dans quelque situation verticale ou inclinée qu'elle se trouve, que 12 pouces de largeur sur 3 pouces de hauteur, ce qui la réduit net au quart ; d'où il suit que sa résistance, quelle qu'elle soit, absolue ou relative, en est seize fois moindre dans l'hypothese, que lorsque cette base est entiere & entièrement d'équerre, comme nous le démontrerons à la suite, en faisant abstraction de la partie de la résistance due au frottement dans le surplus de la coupe de ces bois.

(10). Il pourroit donc arriver que la résistance absolue de la même piece de bois que nous prenons ici pour exemple fût 32 fois moindre, s'il ne lui restoit qu'un huitieme d'équarrissement à sa culasse en un seul embreuvement d'un pouce & demi, & que si cet équarrissement même ne portoit droit, par l'effet d'un écartement, que sur une moitié de son appui elle pourroit être 64 fois moindre : ainsi, on ne doit plus être étonné après cela des événements désastreux qui

arrivent dans les grandes constructions, lorsqu'on n'a pas prévu tout ce que cette progression a d'imposant.

(11). Maintenant que la construction de la ferme de charpente (*Figure 2^{re}.*) donne 8 pieds 4 pouces de hauteur pour DT, qui est l'expression de la résistance relative de la moise TV, & des deux décharges RS & PQ qui sont dans la même direction, on aura $TV = 37$ pieds pour l'expression de la force absolue.

(12). Ainsi la force absolue de la décharge RS, dont l'about supérieur porte par équarrissement, & celui du bas en biais, seroit à sa force relative, suivant que nous l'avons fait remarquer, comme $2TV : DT$, si cette piece n'étoit assemblée avec la jambe de force par deux embreuvements qui ayant chacun un peu plus d'un pouce & demi d'équarrissement, occupent une moitié de sa base environ.

(13). Et la force absolue de la seconde décharge PQ sera à sa force relative dans la raison simple de TV à DT, parce que cette piece est coupée d'équerre par ses deux bouts.

(14). Nous ne nous attacherons ici qu'à l'examen de la résistance de ces décharges, comme nous l'avons dit, en regardant le surplus comme accessoire, parce que la résistance de ces pieces ayant plus d'énergie que la force transversale des deux sous-poutres qui leur transmettent la charge, l'analyse des autres pieces seroit superflue.

(15). Il reste seulement à observer qu'ayant égard à la coupe des deux décharges RS, qui ont 15 pouces de hauteur, elles se trouvent réduites à 10 pouces, & celles de

deffous, comme PQ, à 12 pouces, la largeur de ces pieces, étant de 14 pouces par la construction.

(16). Il ne peut plus rester de doute après tout ce que les expériences font connoître que la résistance longitudinale des bois de chêne est, comme leurs épaisseurs élevées à la quatrième puissance, & que cette résistance est d'ailleurs dans la raison inverse du carré de leurs longueurs.

(17). Les expériences de Musschenbroeck, souvent contradictoires d'une édition à l'autre, ne pouvoient que mettre beaucoup d'obscurité dans cette question; mais la manière dont je l'expose ici peut l'éclairer jusqu'à l'évidence.

(18). Cependant comme il résulte de tous les calculs appliqués à la résistance de ces bois, des masses qui permettent qu'on en élague toutes fractions, je me dispenserai de faire attention à tous les nombres rompus qui en proviendront.

(19). Je commencerai par rapporter les expériences que j'ai faites sur la résistance des bois droits dans les différentes situations où ils peuvent être employés, & ensuite celles qui doivent être appliquées à leur force d'élasticité lorsqu'ils sont courbes par contraction.

PREMIERE EXPERIENCE.

Sur la force transversale des bois droits, rapportée à leur force longitudinale.

(20). Je me suis servi, pour cette première expérience, d'une petite pièce de 18 pouces de longueur & de 6 lignes en carré, qui avoit d'ailleurs toutes les qualités & les conditions convenables à mes vues.

(21). Ce barreau a porté 37 livres, sous lesquelles il a rompu après avoir fléchi de 18 lignes.

(22). Je rapporte ici avec soin toutes les fleches de ces courbures, parce que les conséquences que je tire de la force de tous ces bois, sont autant fondées sur les hauteurs de ces fleches que sur leurs ruptures.

(23). En discutant d'abord cette expérience, on trouve que M. Belidor en ayant fait une semblable (rapportée dans la science de l'ingénieur), sur un barreau de la même longueur qui avoit un pouce d'équarrissage, il n'a été rompu que sous une charge de 400 livres; en sorte que comparant ces deux charges de 400 livres & de 37 livres, avec les grosseurs de ces bois, il s'ensuivroit que l'expérience de M. Belidor n'auroit dû produire que 300 livres, un peu moins, ou celle-ci davantage, si les résistances de ces bois sont comme leurs épaisseurs élevées à la troisième puissance dans la situation horizontale.

(24). Mais la question est de savoir quelle étoit la vraie

portée du barreau de M. Belidor dont il ne donne point de connoissance : car , pour qu'une piece de 18 pouces de longueur , & de 1 pouce en carré , puisse être chargée de 400 livres , en fléchissant nécessairement sous cette charge , & en chariant par conséquent sur ses appuis , il faut qu'il ait environ 20 pouces , & le mien en avoit autant , puisqu' autrement la longueur n'auroit pu être comptée que pour 16 ou 17 pouces.

(25). Cependant je n'ai point hésité à m'en rapporter , de préférence à mon expérience , après l'avoir vu confirmée par plusieurs autres.

(26). J'ai sur-tout observé , dans ces différentes expériences , que ces petites pieces fléchissoient sensiblement & assez uniformément sous le commencement de la charge , lorsque cette charge arrivoit à 20 livres , & je me suis déterminé , en conséquence , à fixer leur résistance à ce degré , ce qui retranche environ un tiers (un peu plus) de celles données par la rupture , & les applications qui s'en suivent m'ont prouvé tous les avantages de cette modification.

S E C O N D E E X P É R I E N C E .

Sur la force longitudinale de ces bois, rapportée à leur force transversale.

(27). J'ai fait rompre, dans la situation verticale, plusieurs piéces de même longueur & de même équarrissage que les précédentes.

L'appareil dont je me suis servi a consisté dans un levier, gradué comme une romaine, sous lequel ces piéces étoient emboîtées d'une ligne & demie par le haut & de la même maniere par le bas, sur une base qui les maintenoit droites & bien aplomb.

(28). La résistance de ces piéces a été jusqu'à 204 livres, mais elles ne pouvoient porter que 80 livres, en fléchissant aussi sensiblement que celles de l'expérience précédente; en sorte que me fondant sur ces observations, il en résulte que la résistance de ces bois ainsi modifiée est dans le rapport de 1 à 4 sous ce calibre.

TROISIEME EXPERIENCE.

Sur la résistance longitudinale de ces mêmes pièces, lorsque leurs longueurs sont doubles des premières.

(29). Dans cette troisième expérience, les pièces dont je me suis servi avoient 3 pieds de longueur, & elles étoient du même équarrissage.

Une de ces pièces a rompu sous la charge de 48 livres en courbant de 4 lignes, & une autre sous celle de 60 livres avec une fleche de 18 lignes, & c'est sous le poids de 20 livres qu'elles résistoient en courbant dans la même proportion que celles qui précédent.

Il suit donc de là, qu'à longueurs simples & doubles leurs résistances sont entr'elles comme 1 à 4, & que par conséquent elles diminuent, ainsi modifiées, dans la raison inverse du carré des longueurs, ce qui est conforme, à cet égard, aux expériences de Muschenbroek.

Suivant ce système (23) & (26), la force transversale d'un barreau de 1 pouce & de 18 pouces de longueur n'est que de 200 livres. Suivant la table ci-après, la force longitudinale d'un pareil barreau debout doit être de 600 livres.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

Sur la force longitudinale des piéces de 28 pouces de longueur, mais dont les épaisseurs sont doubles de celles employées aux expériences précédentes.

(30). Dans cette expérience, ces piéces n'ont commencées à fléchir que sous la charge moyenne de 534 livres, & elles ont rompues sous celle de 638 livres réduite.

Cette quatrième expérience induit donc à croire que leur résistance est comme leur épaisseur, élevée à la quatrième puissance modifiée d'après ce qui suit.

(31). Maintenant que nous venons de voir que la résistance longitudinale & la résistance transversale de ces bois doivent être considérées sous le rapport de 4 à 1, nous pourrons adapter ce rapport aux expériences de M. de Buffon sur la force des bois rompus dans la situation horizontale: car, puisque cette force est comme leur épaisseur, élevée à la troisième puissance, & qu'elle est comme la quatrième puissance pour ceux qui sont debout, on pourra prendre le carré de la hauteur des premiers, en le multipliant par leur largeur pour l'expression de la force transversale, & le carré du produit des dimensions des seconds pour l'expression de leur force longitudinale, l'une & l'autre expression multipliée par son exposant.

(32). Il résultera donc du rapport de ces forces, qu'en doublant les dimensions de ces bois, elles devroient augmenter

dans la situation horizontale, suivant le rapport de 1 à 8, & dans la situation verticale, comme 1 à 16, ce qui donne deux progressions dont il est possible de former une table telle que celle qui suit, pour la facilité & pour la vérification des calculs qu'on emploie à la recherche de ces forces, & qui sont d'une grande étendue.

(33). Cette table peut donc être fondée sur la première & la seconde expérience qu'on vient de voir, suivant lesquelles les expressions de ces forces sont comme $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$, & leur rapport d'intensité comme 1 à 4; en sorte que la seconde colonne contenant les expressions des forces transversales depuis 1 jusqu'à 16 pouces, la troisième donne les expressions des forces longitudinales, multipliées l'une & l'autre par les exposants de leur puissance, & la quatrième colonne établit le rapport des premières aux secondes.

(34). Mais, comme les expériences de M. de Buffon ont été conduites jusqu'à la rupture, & que d'ailleurs la règle du carré de la hauteur est trop forte pour les pièces horizontales, & que par cet événement ces expressions se trouvent multipliées par un nombre plus grand que l'unité, ce sera la même chose de les laisser subsister dans leur état, si on ne multiplie plus celles des forces longitudinales que par 3, puisque le rapport de 1 à 4 & celui de 1 — $\frac{1}{4}$ à 3 sont égaux.

Ainsi, ces forces résultantes des expériences qui précédent, doivent donc se réduire encore au rapport de 1 à 3 sous le calibre de 1 pouce & sous la même longueur de 18 pouces,

par rapport à la progression de la table qui suit, puisqu'elle a été confirmée, comme on le verra par la somme de toutes ces expériences concentrées.

Table du rapport des forces longitudinales des bois, à leur force transversale.

Indications des équarriffages.		Expressions des forces transversales.	Expressions des forces longitudinales.	Rapport de ces forces, en prenant les premières pour unités.
pouc.	pouc.			
1	sur 1	1	3	3
2	& 2	8	48	6
3	& 3	27	243	9
4	& 4	64	768	12
5	& 5	125	1875	15
6	& 6	216	3888	18
7	& 7	343	7203	21
8	& 8	512	12288	24
9	& 9	729	19683	27
10	& 10	1000	30000	30
11	& 11	1331	43923	33
12	& 12	1728	62208	36
13	& 13	2197	85683	39
14	& 14	2744	307328	42
15	& 15			45
16	& 16			48

(35). Il ne fera donc plus question, avec le secours de cette table, que d'ouvrir celle de M. de Buffon pour trouver tout d'un coup la résistance longitudinale d'une pièce dont la force transversale est donnée par ces tables, en réduisant cette pièce à 18 pouces de longueur, & opérant ensuite par la règle de la raison inverse du carré de sa hauteur, en observant que lorsque les dimensions de ces pièces ne seront pas égales, les expressions de leurs forces correspondent à la plus forte de ces dimensions.

Comparaison de la table qui précède avec les règles tirées des expériences sur lesquelles elle est fondée.

(36). Nous supposons ici qu'il est question de chercher la force longitudinale d'une pièce de 10 pouces de hauteur d'équarrissage & de 14 pouces de largeur, qui auroit 9 pieds & demi de longueur, telle que la décharge RS de la demi-ferme dont il a été question (15).

(37). Puisque nous avons vu que la résistance longitudinale d'une pièce de 18 pouces de longueur & de 6 lignes en carré, étoit de 80 livres, & qu'elle augmente comme son épaisseur élevée à la quatrième puissance (29), on aura, par la force d'une pièce de la même longueur qui auroit 10 pouces de hauteur & 14 pouces de largeur, cette proportion $\frac{1}{16} : 80 :: 19600 \text{ pouces} : 25088000 \text{ livres (a)}$.

(38). Or, on trouve, par les expériences de M. de Buffon,

(a) Le rapport de $\frac{1}{16}$ à 80, est le même que celui de 1 à 80×16 .

ou autrement par celles dont nous donnerons connoissance à la suite, qu'une piece de pareille longueur de 18 pouces, & de 3 pouces en carré, peut porter 11519 livres dans la situation horizontale, parce que sa résistance, à 12 pieds de longueur, est de 1200 livres, on aura donc, par ce principe, pour une piece de 10 & 14 pouces d'équarrissage, qui auroit également 18 pouces de longueur, 597331 livres pour sa force transversale: or, si on divise la force longitudinale de la même piece (qui est de 25088000 livres) par sa force transversale (de 597331 livres), on trouvera qu'elles sont entr'elles précisément: $1 : 42$, qui répond dans notre table à la dimension de 14 pouces; en sorte qu'il eût suffi de multiplier cette force transversale de 597331 par 42, pour avoir sa force longitudinale = 25088000.

(39). Et si au lieu de chercher la force longitudinale de ces pieces qui seroit donnée, on vouloit avoir leur force transversale, il suffiroit de diviser la premiere par l'exposant du rapport qui répond à la plus grande de ses dimensions, le quotient donneroit cette force = 597331 (38).

Voici encore un exemple tiré de ces tables.

(40). Prenant une piece de 6 pouces en carré & de 18 pouces de longueur, on aura, pour sa force longitudinale, cette proportion $\frac{1}{18} : 80 :: 1296$ pouces à 1658880 livres. Divisez cette force par le nombre 18 de la quatrième colonne de la table qui répond à 6 pouces d'équarrissage, vous aurez 92160 livres pour la force transversale de cette piece; si ensuite on veut avoir cette même force pour une longueur

de 12 pieds, le rapport de 18 à 12 étant comme 1 à 8, elle sera, suivant la raison inverse des longueurs, de 11520 livres, dont retranchant un cinquième, conformément aux modifications connues, il reste 9216 livres = 9000 livres qu'on trouve dans la table de M. deBuffon; on ne peut donc pas trouver d'égalité plus conforme dans des masses de résistances aussi prodigieuses.

(41). Et si on vouloit avoir la force longitudinale de cette pièce dont la longueur seroit de 12 pieds, le rapport de 1 à 8 deviendra de 1 à 64, qui donne 25920 livres, cette force longitudinale sera donc à la force transversale comme 324 : 115 à peu près triple, & enfin à 24 pieds de longueur, la force transversale de cette pièce sera de 3780 livres, & sa force longitudinale de 6480 livres à peu près double; en sorte que ces forces se croisent nécessairement à une plus grande longueur, & que, passé cette limite, les forces transversales l'emportent sur les forces longitudinales.

(42). Il ne resteroit donc plus qu'à continuer cette table pour avoir les mêmes rapports pour toutes les longueurs.

(43). Revenant actuellement à la résistance de la décharge RS (36), nous savons qu'elle doit diminuer dans la raison inverse du carré de 18 pouces à celui de 9 pieds & demi, qui sont entr'eux :: 1 : 40 $\frac{1}{2}$, il ne restera donc plus pour cette décharge que 625462 livres au lieu de 25088000 (37).

(44). Et si la culasse de cette pièce se trouve réduite à la moitié de la hauteur de son équarrissage, par ses embreuvements, parce que le surplus n'agit plus qu'en fuyant sous

la charge (12), elle fera quatre fois moins forte, ce qui la réduira à 156365 livres.

(45). Outre cela, cette décharge étant inclinée dans le rapport de 37 à $8\frac{1}{2}$ de hauteur (11), cette force se trouvera encore réduite à 37217 livres; ce qui fait pour les deux décharges semblables de la ferme, 70434 livres.

(46). Cherchons actuellement la force longitudinale de la décharge PQ (1) qui porte par équarrissement par ses bouts, & dont la hauteur d'équarrissage est réduite à 12 pouces à sa culasse qui est à mi-bois.

(47) Cette piece a 14 pieds de longueur & 14 pouces de largeur comme la précédente; on trouvera par les mêmes règles (40), que sa force transversale pour 18 pouces de longueur est de 860160 livres (a), laquelle étant multipliée par le nombre 42 de la table, donne pour sa force longitudinale 36126720 livres, qu'il faut réduire dans la raison inverse du carré de 18 pouces à celui de 14 pieds, qui sont entr'eux comme 9 & 724; cette force ne fera plus que de 414720 livres, qui doivent encore être réduites dans la

(a) Une piece de 12 pieds & de 8 pouces d'équarrissage, donne 23450; on aura donc par cette proportion $512 : 23450 :: 1400 : 64121$ livres.

En réduisant cette piece à 6 pieds, on a le double, à quoi il faut ajouter un cinquieme (un peu moins), il vient 153890 livres.

En la réduisant encore à 3 pieds, on a le double & un peu moins du cinquieme en sus.

Et enfin, en la réduisant à 18 pouces, on a le double & un peu moins du cinquieme de plus; en sorte qu'on arrive à 860160 livres, & au plus à 886406, en employant le cinquieme en entier; donc, &c.

raison simple de 37 à $8\frac{1}{3}$ à cause de son inclinaison (7) ; il ne lui restera donc plus que 93403 livres, ce qui fait pour la résistance de ces deux décharges ensemble, 186806 livres.

Application de la résistance de ces décharges, à la ferme dont il est ici question.

(48). Il résulte donc de ces expériences & des règles qui en sont tirées, qu'une ferme composée comme celle dont l'épure est ci-jointe, résisteroit à une charge de 257240 livres, & qu'une travée pour laquelle il faut ordinairement 5 fermes semblables, peut porter 1287200 livres.

(49). Or, quand on supposeroit que la charge d'une pareille travée seroit de 80 milliers réduits à son centre de gravité, ce qui donneroit 16000 livres pour chaque ferme, comme il est aisé de le calculer, & ainsi qu'on l'évalue, la résistance donnée seroit encore au poids comme 16 : 1, ou autrement :: 8 à 1, si on juge qu'il convienne de réduire la force de ces bois à la moitié pour se conformer à la doctrine enseignée sur cela, indépendamment des modifications apportées dans les éléments de cette question.

Il ne reste donc plus qu'à examiner quelle est la force des sous-poutres qui reçoivent & transmettent cette charge aux décharges : or, les règles que nous avons suivies par rapport aux forces transversales, établissent qu'elle est pour ces deux pièces ensemble, de 97301 livres, à quoi il faut ajouter un quart pour l'intensité que cette force acquiert par la direction suivant laquelle ces sous-poutres sont soutenues & par la

maniere dont elles sont comprimées par leurs bouts, on a 121626 livres, dont, prenant aussi la moitié, il reste 60813 livres à balancer avec 16000 livres.

Rien ne peut donc résister à ces démonstrations, si le système d'une telle charpente est conditionné suivant les regles prescrites; & on peut même en tirer la conséquence qu'une travée double, c'est-à-dire, de 154 pieds d'ouverture dont les bois auroient le même équarrissage, résisteroit encore avec avantage à sa charge, parce que nous n'avons point fait état de la fonction des moises ni des fers, non plus que de la force des poutres qui, en agissant cependant comme des leviers du premier genre (2), sont encore capables d'une résistance accessoire, aisée à apprécier au besoin; mais cette travée alors n'auroit pas la même durée, & c'est ce qu'il faut encore démontrer.

Car si de ceci on tiroit la conséquence que les proportions actuelles sont trop fortes dans l'objet d'obtenir une plus grande économie sur leur prix, cette conséquence seroit vicieuse.

(50). Nous avons dit que la résistance de la décharge RS étoit de 35217 livres (45), & celle de la décharge PQ, de 93403 livres (47), & que le poids soutenu par ces deux décharges étoit de 8000 livres, parce que celui qui porte sur les quatre décharges ensemble, est de 16000 livres (49); si on divise ce poids dans le rapport de 93403 livres à 35217 livres, on trouve 5810 livres pour la fonction de la décharge PQ.

(51). Maintenant que les résistances longitudinales sont entr'elles comme les carrés du produit des dimensions de leur équarrissage, on aura celui du produit des dimensions de l'équarrissage cherché pour la décharge PQ par l'analyse qui suit.

(52). La résistance donnée de PQ (47) est au carré du produit des dimensions de son équarrissage (qui est égal à 28224 pouces), comme sa charge donnée, (qui est de 5810 livres), est au quatrième terme qui fera le carré du produit des dimensions de l'équarrissage cherché, lequel équivaut à 1754 pouces, & dont la racine peut être prise pour 42 pouces, qui, étant divisée dans le rapport de 12 & 14 pouces, donne 6 & 7 pouces pour les dimensions de cette décharge dans l'état d'équilibre; puisque pour le prouver, il faut que 5810 liv. multipliées par 16, donne 93403 liv. (50), parce que les dimensions de 12 & 14 pouces sont doubles de 6 & 7 pouces (32).

Mais comme les circonstances physiques font varier la force de ces bois, on risqueroit beaucoup en se renfermant dans le cercle étroit de ces proportions.

Car puisque leur résistance longitudinale est en général comme leur épaisseur élevée à la quatrième puissance, il s'en suit qu'en comparant des pièces de dimensions doubles, avec d'autres dont les dimensions seroient de moitié si elles avoient des vices de contexture semblables & égaux de chacune à chacune, l'impression en seroit, dans l'hypothèse, seize fois plus forte dans les secondes pièces que dans les premières.

Il est même de plus puissants motifs qui s'opposent à ce qu'on réduise les dimensions des bois exposés à l'air, à leurs dimensions requises par les regles.

On fait que le croupissement de la partie alkaline qu'ils contiennent, en atténue les parties constituantes par une progression assez rapide, en sorte que la masse se trouve bientôt réduite à l'intégrité des dimensions nécessaires pour leur état d'équilibre, & que c'est à cette limite que périssent d'une manière irrésistible les édifices qui en sont composés.

On voit donc par-là combien il importe que les dimensions de ces bois soient autant conciliées avec les regles de leur résistance actuelle, qu'avec celles de leur durée; en sorte que pour parvenir à la solution d'un problème de ce genre, dans lequel on se proposeroit d'avoir des dimensions convenables à toutes ces circonstances, il faut multiplier la charge par la somme de ces événements, ou autrement par 16, si on veut avoir des dimensions doubles de celles exigées par les regles.

D'après toutes ces démonstrations, si on vouloit encore avoir une confirmation des regles que nous venons d'établir par l'expérience d'un modele du même systême (*Fig. 3^{me}.*), & dans lequel toutes les expériences qui précédent se trouveroient rassemblées, on pourroit, en suivant la même marche que nous avons tenue, déterminer le poids sous lequel ce modele pourroit rompre; en sorte qu'il deviendroit évident que ces regles sont certaines, si le succès le démontreroit.

Soit donc la figure troisieme de ce modele, dans lequel les décharges RS & PQ sont isolées de tout concours, de forces & de tous liens, comme on l'a posé, figure premiere, la

longueur de la décharge RS fera de 9 pouces 6 lignes, parce que ce modele fera de 12 lignes par pied en général.

(53). Le carré de cette longueur fera à celui de 18 pouces, comme 1296 est à 361.

La largeur de cette piece fera de 14 lignes proportionnellement à celle donnée par la décharge semblable ; mais la hauteur de son équarrissage, qui auroit dû être de 5 lignes pour se trouver conforme en tout aux proportions de la figure première, ne fera que de 2 ligne $\frac{1}{2}$ à la culasse en deux embreuvements d'une ligne $\frac{1}{4}$ chacun.

On aura donc pour la force longitudinale de cette piece dans sa situation verticale $\frac{1}{18} : 80 :: 0$ pouces 0 lignes 8 points $\frac{1}{2} : 76$ livres.

(54). Il faut actuellement augmenter cette force dans le rapport de 1296 à 361 (53), & on aura 273 livres (un peu moins.)

Il faut ensuite avoir la force relative de cette piece qui est à sa force absolue, comme $8 \frac{1}{2}$ à 37 (11) ; elle se réduira donc à 61 livres $\frac{1}{2}$, ce qui fera pour les deux décharges 123 livres.

La longueur de la décharge PQ étant de 14 pouces, & la hauteur de son équarrissage de 12 lignes, & sa largeur de 14 lignes dans toutes les proportions de la figure première, on aura pour sa force longitudinale dans sa situation verticale $\frac{1}{18} : 80 :: 1$ pouce 4 lignes 4 points à 1742 livres.

Il faut actuellement augmenter cette force dans le rapport du carré de sa longueur, à celui de 18 pouces, qui sont entr'eux comme 81 à 69, & on aura 2044 livres.

Il faut ensuite chercher la force relative de cette piece qui est inclinée comme la précédente , & on aura finalement 460 livres, ce qui donnera pour les deux décharges ensemble 920 livres ; en sorte que récapitulant ces forces , elles seront en total de 1043 livres.

A l'égard de la force des sous-poutres qui reçoivent & transmettent la charge dans ce modele, on la trouvera suivant les regles établies pour les forces transversales, de 812 livres ; à quoi ajoutant le quart , conformément à ce que donne l'expérience qui suit , on a 1015 livres.

Expérience faite sur la force & la résistance du modele dont il vient d'être question.

Ce modele bien conditionné suivant les dimensions qui viennent d'être détaillées, a porté 1025 liv. jusqu'au moment prochain de sa rupture dans l'ordre des charges qui suivent.

Charges.	Affaiblissements sous ces charges.	Fleches des sous-poutres.	OBSERVATIONS.
300 liv.	1 lig. $\frac{1}{2}$.	»	Sous l'avant-derniere charge, les sous-poutres ont commencé à éclater, & elles ont marqué leur éclat à la dernière charge.
405	6	»	
505	7	»	
605	7	1	Et les décharges supérieures se font démanchées à leurs culasses, en ne portant plus que sur l'onglet du bas ; & au surplus, ce modele n'a pas été totalement rompu.
655	8	2	
705	9	3	
835	14	6	
1025	16	7	

On a donc pu remarquer par l'étude de ces effets, que puisque les sous-poutres n'ont rompues que sous la charge de 1025 livres, & que leur force isolée n'étoit que de 812 liv., cette force s'est trouvée augmentée de 213 livres par la manière dont elles étoient assemblées & comprimées par leurs bouts; & comme on fait que cette force augmente d'une moitié en sus dans les cas où les bouts de ces pieces sont infixés, il s'ensuit que cet excès se réduit au quart, lorsqu'ils sont simplement comprimés suivant cette forme.

On voit donc que la résistance que ce modele a donné étant conforme à toutes les regles, on peut les regarder comme suffisamment confirmées.

Si les décharges comme RS eussent eu dans ce modele une hauteur d'équarrissage proportionnelle à celle de ces mêmes décharges en grand, il est évident que leur résistance eût été quadruple, & partant de 492 livres au lieu de 123 livres (54), & qu'alors toute la force du modele eût été de 1412 livres, sous la charge desquelles les sous-poutres n'auroient pu résister, puisque le maximum de leur force n'est que de 1025 livres.

Si on compare actuellement les forces des décharges & des sous-poutres de ce modele, avec celles des décharges & des sous-poutres de la ferme, on en tire ces deux rapports $257240 : 97301 :: 1412 : 812$, dans lesquels on voit que la force des décharges de la ferme est à la force des sous-poutres :: 8 : 3 (à peu près), & que dans le modele ces deux forces sont :: 7 à 4; en sorte qu'elles se dépassent, ainsi que cela doit être en effet, puisque les unes décroissant comme la

quatrième

quatrième puissance, & les autres comme la troisième, elles doivent se croiser suivant que les autres règles qui les modifient, y mettent plus ou moins d'obstacles; & c'est là sans doute la difficulté qui fait que les artistes qui s'en rapportent le plus souvent à ces modèles pour connaître le produit des machines en grand, échouent ordinairement, ou ne réussissent qu'aux dépens de la matière.

Nous avons dit (55), que le maximum de la force des deux sous-poutres de ce modèle ne devoit être que de 1025 livres, & que cette force n'étoit que de 812 livres, en calculant ce que chacune des deux pièces isolées peut porter en proportion de sa longueur; mais il convient d'entrer ici dans un plus grand détail sur ce qu'elles acquièrent lorsqu'elles sont jointes ensemble par des entailles, en suivant la même théorie que celle que nous avons établie par ce qui précède.

Soit la figure quatrième de 2 pièces de 5 pieds de longueur chacune dont on a une moitié de A en B, & dont l'équarrissage est d'un pouce, armées & jointes ensemble par des redans qui ont 4 lignes de hauteur.

Il faut pour cela que la hauteur de l'équarrissage de chaque pièce soit de 14 lignes, comme on le verra, pour qu'il reste toujours un pouce de K en C, & de C en A au milieu.

Divisez sur l'épure les deux pièces assemblées par la ligne du milieu EF, qui laisse GE & BF comme EH & FD, d'un pouce de hauteur.

Tirez la diagonale CD du sommet C au point d'appui D.

Divisez ensuite la hauteur CK qui est de 12 lignes, par KD

G

qui est de 30 pouces, vous aurez 4 points $\frac{1}{3}$ de pente par pouce; en sorte que divisant ensuite cette diagonale en sept parties de 4 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ chacune = CL, les intervalles *lm*, *mn* & *nF* feront de 8 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, qui donnent 3 lignes 4 points $\frac{1}{3}$ pour la hauteur des redans, dont une ligne 8 points $\frac{1}{3}$ pour l'entaille de chaque redan respectif, & cette distribution de redans donneroit 2 pieds 10 pouces une ligne $\frac{2}{3}$ pour ceux d'une poutre ainsi armée qui auroit 20 pieds de longueur; en sorte que si les deux pieces de cet assemblage avoient 10 pouces de hauteur, qui donne un pouce de pente par pied, la hauteur entiere des redans seroit de 2 pouces 10 lignes, dont un pouce 5 lignes pour la hauteur de chaque redan; cette proportion étant celle du trait ordinaire, qui ne doit pas excéder un pouce & demi pour des pieces de ce calibre.

Il est donc évident que par cette construction, l'action & la réaction ne portent point au vuide, & qu'elles se dirigent sur le point d'appui; en sorte que la charge se décomposant, elle s'étend par les pôles en comprimant les entailles.

En considérant donc ces deux pieces jointes comme si elles étoient pénétrées par un parallépipede AC & ED, qui auroit pour hauteur d'équarrissage celle des trois redans ensemble, & pour largeur celle des deux pieces ainsi engrenées, on-pourra démontrer que la force théorique de cette piece est égale à celle que donne l'expérience par les mêmes regles que nous avons suivies jusqu'ici.

Car, suivant cette construction, la base de ce paralléli-

pipe de sera de 0 pouce 10 lignes $\frac{1}{2}$, & son carré de 0 pouce 8 lignes $\frac{7}{12}$; en sorte qu'on aura pour sa force absolue cette proportion $\frac{1}{16} : 80 :: 0 \text{ pouce } 8 \text{ lignes } \frac{7}{12} : 906 \text{ livres } 10 \text{ onces } 4 \text{ gros}$.

On se rappellera ici que cette force absolue est pour 18 pouces de hauteur verticale, suivant l'expérience sur laquelle elle est fondée, mais que le produit n'en doit pas moins subsister dans la thèse actuelle, parce que le parallélogramme AC FD étant adhérent & partie intégrante de la masse des deux pièces armées, cette force ne peut diminuer dans la raison inverse du carré des hauteurs, comme dans le cas où elle seroit isolée.

Il ne reste donc plus pour avoir la force relative de cette pièce, qu'à la diviser par 30 pouces, puisque cette force & la force absolue sont entr'elles comme KD & CD, & on aura 30 livres 2 onces 4 gros pour la résistance de chaque côté, & par conséquent 60 livres 5 onces pour les deux côtés qui agissent ensemble.

Mais si cette théorie doit être comparée à une expérience conduite jusqu'à la rupture, il est évident qu'il faudra augmenter du tiers, puisqu'on a vu par la table qui est à la suite du paragraphe 34, qu'au premier rapport donné pour un pouce d'équarrissage, les forces transversales & longitudinales sont entr'elles :: 1 — $\frac{1}{4}$ à 3, après avoir été modifiées du rapport de 1 à 4; ainsi cette force sera de 80 livres 6 onces 5 gros.

Il reste donc à trouver actuellement la force du recul des

trois boulons intermédiaires, qui ayant une ligne de diamètre, & 24 lignes de hauteur prises ensemble, puisqu'il y a action & réaction, équivalent à la base d'une piece qui auroit 6 lignes en carré; ce qui donne, par la même regle que la précédente, 320 livres, lesquelles divisées par 30, donnent pour la force relative de ce recul, 10 livres $\frac{2}{3}$, & partant 21 livres $\frac{1}{3}$, ou 21 livres 5 onces pour les deux côtés opposés, lesquelles ajoutées à 80 livres 6 onces 5 gros, donnent 101 livres 11 onces 5 gros; ce qui est absolument conforme à l'expérience.

Suivant cette expérience, deux barreaux du même calibre & de la même longueur que ceux donnés par la même figure quatrième, ont porté ainsi engrenés 320 livres avant le moment de leur rupture, & il est connu qu'un de ces barreaux isolé ne peut porter au-delà de 100 livres.

La force de deux barreaux semblables ne peut donc être que de 200 livres, en sorte qu'en les réunissant comme par adhésion au moyen des redans dont il a été question, & en les arrêtant avec six boulons, tels que ceux qui sont indiqués par la figure quatrième, la force de ces deux pieces augmente précisément du tiers.

Or, suivant les expériences qui nous ont été données par tous les auteurs qui se sont occupés de la force des bois, celle-ci augmente déjà du tiers lorsqu'ils sont infixés par leurs bouts, & du quart lorsqu'ils sont simplement comprimés; ces forces, dans le premier cas, sont donc entr'elles comme 4 : 9, & dans le second, comme 4 : 8; & c'est ce que nous nous étions proposé de démontrer.

On doit se promettre d'ailleurs plus de résistance de la texture & de la nervure des bois dans les grosses pieces, que dans celles d'un plus petit calibre, en considérant que ces dernieres sur lesquelles on fait des expériences, sont des bois de sciage dont les fibres étant contranchées, il y a solution de cohésion ; de maniere que les regles fondées sur ces expériences, sont toujours favorables aux effets qu'on en attend.

