

CHAPITRE VI.

Examen de la poussée des fermes du pont contre des culées en pierres, suivant les différentes impressions de cette poussée.

JE ne me bornerai point ici à examiner cette question d'une manière purement géométrique; elle est compliquée de circonstances physiques que je développerai dans toutes les situations, sans m'arrêter aux hypothèses qui nous ont été données sur cela, & qui sont insuffisantes, ainsi que je le démontre (a).

Je considère d'abord que la travée dont il est question, est composée, suivant le résumé qui précède, de 18471 solives 4 pieds de bois de chêne, qui produisent 56225 pieds cubes, dont chacun pèse 72 livres, y compris le poids des fers, comme nous l'avons dit, & je remarque ensuite que toute la masse de cette travée agit uniformément contre les culées, indépendamment des vuides & des entrevous des fermes, en regardant ces culées comme inflexibles, par les attentions données à leur construction.

En effet, si le poids d'une ferme est isolé, les parties intermédiaires qui ne reçoivent aucune charge directe, n'en

(a) Voyez ci-après la seconde note collective.

opposent pas moins la même résistance en la partageant ; en sorte que ces culées doivent être vues comme supportant la masse d'une plate-bande bombée de 75 toises de corde, de 30 pieds de hauteur de fleche ou montée, & de 27 pieds 5 pouces de largeur, du dehors d'une ferme de bordage à l'autre.

Or, si on divise les 56225 pieds cubes de bois par la somme des éléments, on aura 2050 pieds pour un des éléments de cette masse, dont chaque pied pesera 72 livres, comme on l'a dit.

Et comme toute cette charge porte sur les deux courbes du bandeau de cette plate-bande, il y en a une moitié qui agit contre chaque culée, où elle se décharge par la tangente, comme dans les voûtes en pierre ; ce qui donne, pour l'élément sur lequel nous opérerons, 1025 pieds.

Mais comme nous supposons ici que le poids de la maçonnerie est double de celui du bois fixé à 72 livres, cet élément rendu homogène avec celui de la culée qui doit résister à son effort, se réduit à 512 livres $\frac{1}{2}$, ou 512 livres, pour faire abstraction des onces.

La question ainsi disposée, soit la figure indicative de cette travée & de la culée, dont il faut déterminer l'épaisseur, (*Planche-2^e.*) en supposant, comme il apparôit, que cette culée ait 12 pieds de hauteur de pied droit, depuis la plate-forme de sa fondation, jusqu'aux naissances de la plate-bande, qui est la limite des eaux ordinaires ainsi indiquées.

Dans

Dans cette hypothèse, nous aurons par la construction,

KL = a = 225 pieds.

LA = b = 858 9 pouces.

KA = q = 828 9

HP = d = 40 d'une hauteur posée réduite.

SL = f = 12

ML = f = 28

SR = c = 44 4 lignes.

SP = y

PR = c - y

SV = r = 6

YP = y - r

MZ = pp = 67

LX = nn = 512

SOLUTION PREMIÈRE.

En considérant l'effort que fait la plate-bande pour renverser les culées, comme celui qu'exerceroit un coin au point L, l'effort de l'élément EXML contre la culée MP, fera exprimé par $\frac{bnn}{a} = 1954$, lequel effort doit être multiplié par le bras de levier OP pour avoir son moment.

Or, tous les triangles étant semblables dans cette figure supposée en proportion, on aura par l'analogie $b : a :: c - y : \frac{ac - ay}{b} = OP$; ainsi la poussée fera $\frac{nnb}{a}$, & son moment $nn c - nny$.

L'énergie de la culée qu'on suppose combinée avec un revêtement de pierre de taille de 12 pieds d'épaisseur, dans lequel on laissera des gaines de 6 pieds de profondeur pour recevoir le pied des fermes, sera $\frac{dy}{2} + ppy - ppr$, parce que chaque pied de l'élément MV, doit peser 26 livres de

plus que la maçonnerie du derrière, attendu qu'on suppose en général que le rapport du poids de ces matériaux est comme 170 à 144; circonstance à laquelle personne n'a eu d'égard jusqu'à ce moment (a).

Partant, l'élément additionnel MV contenant 480 pieds, si on les multiplie par 26 livres, on a 12480 livres, lesquelles, divisées par 170, donnent 73 pieds $\frac{7}{7}$, qui aggravent la culée de tout le poids pp par cette seule circonstance physique; le moment de cette pression sera donc $ppy - ppr$; nous ne prendrons néanmoins 70 $\frac{7}{7}$, que pour 67, à cause de l'anticipation de la pierre de taille sur l'élément du moellon par sa liaison; l'équation sera donc $nnc - nny = \frac{dy}{2} + ppy - ppr$, d'où l'on tire $\frac{2nnc + 2ppr}{d} = yy + \frac{2nny + 2ppy}{d}$; & faisant $\frac{2nnc + 2ppr}{d} = h^2$ & $\frac{2nny + 2ppy}{d} = t$, on aura $h^2 = yy + ty$, qui donne $\sqrt{h^2 + \frac{1}{4}tt} - \frac{1}{2}t = y = 22$ pieds 4 pouces, il suit de là que $\frac{ac - ay}{b} = 5$ pieds 8 pouces, qui est la valeur du levier OP , qui doit servir à la preuve numérique.

J'ai considéré dans ce problème que le point L étoit celui d'impression, parce qu'il est évident que dans le plus petit affaiblissement que la travée subira, l'effort se fera sur ce point, puisque le contact par l'extrados doit se relâcher en proportion de cette contraction au point Q .

S E C O N D E S O L U T I O N .

Comme il est démontré que l'effort que fait cette plattebande au point L , suivant la direction LR , est le concours

(a) Voyez ci-après la seconde note collective.

des deux puissances ML & KL, cet effort pourra se décomposer dans ces deux rapports; en sorte que ce qu'on peut appeller la poussée horizontale, dont l'effort est dans la direction KL, se trouvera exprimée par $\frac{nnq}{a}$, puisqu'on a par l'analogie $b : q :: \frac{nnb}{a} : \frac{nnbq}{ab} = \frac{nnq}{a}$.

On a ensuite pour la puissance qui agit perpendiculairement, suivant ML, $q : a :: \frac{nnq}{a} : \frac{nnqa}{aq} = nn$.

R E M A R Q U E.

On voit donc que l'effort de la puissance ML se réduit à son propre poids; mais on doit faire attention ici que cette puissance ne peut être anéantie à cause de la pénétration du plan vertical MS; en sorte qu'à cause de cette communication, elle est en faveur de la résistance, puisqu'elle agit par pression sur la culée dans laquelle la partie qui lui fait équilibre est une fonction de l'énergie même de cette culée; d'où il suit que le centre de cette pression est dans le plan vertical MS, & qu'ayant $SP = y$ pour levier, son moment est $nn y$.

A l'égard de la puissance KL $= \frac{nnq}{a}$, il est évident que son levier est FP ou LS $= f$, & son moment $\frac{nnqf}{a}$.

La formule sera donc $\frac{nnqf}{a} = \frac{dyy}{2} + nny + ppy - ppr$; d'où on tire $\frac{2nnqf}{ad} + \frac{2ppr}{d} = yy + \frac{2nny + 2ppy}{d}$; & faisant $\frac{2nn + 2pp}{d} = t$, comme $\frac{2ppr}{d} + \frac{2nnqf}{ad} = g^2$, on a $\sqrt{g^2 + \frac{1}{2} tt} - \frac{1}{2} t = y$, qui donne pour cette valeur de y , 22 pieds 4 pouces; ce qui est entièrement conforme à la première hypothèse.

On voit donc par cette solution, que la poussée horizontale suivant la direction LR, n'apporte aucun changement à la these par la circonstance de la pression nn sur la culée.

COROLLAIRE, ET TROISIEME SOLUTION
par l'effet des frottements, en supposant les pieds-droits
immuables.

Si on ne considère que l'effet des frottements dans cette question, & qu'on suppose le pied-droit LS inébranlable par l'adhérence des murs de quai qu'on est dans l'usage d'élever à la même hauteur avant de monter les voûtes, ou qu'enfin la plate-bande se trouve fondée dès ses naissances sur une plate-forme de maçonnerie LR, il est évident que la fonction des leviers devient nulle, que la valeur de d se change en $f = 28$ pieds, & que (pp) devient dans le rapport de 28 à 40 = $\frac{7}{5}$ qu'on peut négliger.

En ce cas, la formule précédente se réduit à $\frac{nnq}{a} = fy + nn$, ce qui donneroit 49 pieds pour l'épaisseur de la culée, si la puissance étoit égale au poids, comme dans les maçonneries incohérentes & compressibles, dont les mortiers sont d'une dessiccation tardive; mais comme au contraire la valeur de y s'anéantit par rapport à la pression nn , qui devient prépondérante dans les maçonneries bien construites, on peut réduire cette épaisseur de 49 pieds à la moitié, en la fixant à 24 pieds 6 pouces indifféremment pour les trois cas qui ont été posés, en s'appuyant pour cela des expériences que

je donne là-dessus (a), indépendamment de ce que ces culées doivent être évuidées par une poterne qui devient nécessaire à la desserte des réparations qu'une pareille construction exige, parce qu'on ne doit pas supposer que la maçonnerie de ces culées doive être vicieuse.

Je pense donc avoir suffisamment développé cette première question qu'il importoit de résoudre dans une circonstance où l'épaisseur des culées est un des premiers points qu'il étoit nécessaire de connoître.

J'ai fait voir d'ailleurs par ces trois solutions, que de quelque manière qu'on considère la poussée des voûtes, elle se rapporte toujours à la première hypothèse sur laquelle elle a été fondée, en y ajoutant la considération due à la pesanteur spécifique des matériaux dont elles sont composées.

Avant de traiter de la force des bois courbés qui doivent être employés à la travée dont il est ici question, il a paru nécessaire d'examiner leur résistance sous les autres formes, & ce qui en résulte dans des assemblages.

(a) Voyez ci-après la troisième note collective.

