

Gehen wir zu den mittleren Fehlern über und nehmen wir für die mittleren Fehler von \bar{U}_w und \bar{U}_e die gleichen Werte an wie im Fall der Beobachtung verschiedener Sterne, so erhält man, da

$$\sin \Phi = \sin p \sin q$$

ist, den Ausdruck:

$$m_\Phi^2 = \frac{1}{2} \sec^2 z \left(m_0^2 + 2 \frac{\sin^2 \Phi}{\sin^2 p} m^{*2} \right). \quad (55b)$$

Die Ausdrücke (54) und (55b) unterscheiden sich nur durch die Komponente, welche von der Unsicherheit m^* des Sternortes herrührt. Der Koeffizient von m^{*2} in (55b) nimmt im allgemeinen wegen $\sin p \sim \sin \Phi$ Werte an, die zwischen 1 und 2 liegen. Der Koeffizient von m^{*2} wird gleich 1, wenn $\Phi = 45^\circ$ und $p = 90^\circ$ ist, das heißt, der Stern müßte in der Zenitdistanz $z = 90^\circ$ beobachtet werden, was – ganz abgesehen vom ungünstigen Einfluß der Refraktion – schon wegen des großen Zeitintervalles zwischen der Ost- und Westbeobachtung nicht in Frage kommt.

Die Beobachtung verschiedener Sterne an Stelle der Beobachtung des gleichen Sternes im Osten und Westen bietet somit folgende Vorteile:

1. Die Grundvoraussetzung der Methode, das ist die Konstanz des Azimutes während der Beobachtungen, kann leichter erfüllt werden.
2. Die Unsicherheit des Sternortes beeinflußt die Polhöhe weniger stark.
3. Der Uhrgang muß weniger genau bestimmt werden.
4. Da die Durchgänge in größeren Zenitdistanzen beobachtet werden dürfen, wird die Aufstellung eines gedrängten Beobachtungsprogrammes erleichtert.
5. Da sich die Beobachtungen der beiden Sterne unmittelbar folgen, können auch kurzdauernde Aufhellungen des Himmels ausgenützt werden.

Zusammenstellung der Reduktionsformeln

α_w, p_w und α_e, p_e scheinbarer Ort des im Westen respektive im Osten beobachteten Sternes,

i Erhebung des nördlichen Achsenendes über dem Horizont,

a_N Azimut des nördlichen Achsenendes, positiv von N nach E,

z halbe Summe der Kontaktbreite und des toten Ganges in Zeitsekunden,

u Uhrkorrektion,

U'_i, U''_i ($i = 1, 2, \dots, n$) die am gleichen Kontakt oder Faden vor und nach dem Umlegen beobachtete Durchgangszeit,

$$\bar{U}_i = \frac{1}{2} (U'_i + U''_i), \quad \bar{U} = \frac{1}{n} [\bar{U}_i], \quad \bar{t}_i = |\bar{U}_i + u - \alpha|,$$

$$m''_i = 2 \sin^2 \frac{U''_i - U'_i}{2} / \sin 1'',$$

$\mu_N + 12^h$ Stundenwinkel } des nördlichen Poles des Achsenäquators.
 ν Poldistanz }

Bei kleinen Werten von i und a_N ist

$$\mu_N = a_N \sec \Phi, \quad \nu = 90^\circ - \Phi.$$

$$dt_i^{\text{sec}} = \text{cosec}(\bar{t}_i \mp \mu_N) \cdot \left(\cos(\bar{t}_i \mp \mu_N) \cdot \frac{m''_i}{15} \pm \kappa \text{cosec } p \text{cosec } \nu \right) \begin{cases} * \text{West} \\ * \text{Ost} \end{cases}$$

$$dt = \frac{1}{n} [dt_i].$$

Meist genügt es mit

$$\left. \begin{aligned} \bar{t} &= \frac{1}{n} [t_i] \\ \bar{m}'' &= \frac{1}{n} [m''_i] \end{aligned} \right\} \text{zu setzen:}$$

$$dt^{\text{sec}} = \text{cosec}(\bar{t} \mp \mu_N) \cdot \left(\cos(\bar{t} \mp \mu_N) \cdot \frac{\bar{m}''}{15} \pm \kappa \text{cosec } p \text{cosec } \nu \right) \begin{cases} * \text{West} \\ * \text{Ost} \end{cases}$$

$$t_w = \frac{1}{n} [t_i]_w + dt_w; \quad t_e = \frac{1}{n} [t_i]_e + dt_e;$$

$$t_0 = \frac{1}{2} (t_w + t_e); \quad \Delta t = \frac{1}{2} (t_w - t_e);$$

$$\text{tg}(\Delta t - \mu_N) = \text{cotg } t_0 \frac{\sin(p_w - p_e)}{\sin(p_w + p_e)},$$

$$\mu_N = \Delta t - (\Delta t - \mu_N),$$

$$\cos \mu_N \text{tg } \Phi_0 = \text{tg } p_w \cos(t_w - \mu_N) \equiv \text{tg } p_e \cos(t_e + \mu_N),$$

$$\Phi = \Phi_0 - i.$$

Bleibt die Neigung nicht völlig konstant, so kann die Durchgangszeit des einen Sternes auf die beim Durchgang des anderen Sternes vorhandene Neigung mittels der Beziehung (9b) Seite 40, reduziert werden.

ERSTES ZAHLENBEISPIEL

Ort: Astronomische Anstalt der Universität Basel in Binningen.

Instrument: Bambergisches Passageninstrument mit unpersönlichem Mikrometer und mit automatischer Nachführung des Fernrohres in Zenitdistanz; Vergrößerung 86fach.

Beobachter: Dr. J. O. FLECKENSTEIN.

Zeit: 26. November 1940.

Im Westen ist α Cyg, im Osten λ Andr an je 11 Kontakten vor und nach dem Umlagen beobachtet worden. Die folgende Tabelle 1 enthält die Werte von \bar{U}_i und von $\vartheta_i = \frac{1}{2} (U''_i - U'_i)$.

Tabelle 1

α Cyg W			λ Andr E		
\bar{U}_i	ϑ_i	m_i''	\bar{U}_i	ϑ_i	m_i
22 ^h 13 ^m 43 ^s 11	1 ^m 39 ^s 81	5,33	22 ^h 24 ^m 09 ^s 34	1 ^m 56 ^s 64	7,42
43,29	34,91	4,91	08,87	50,27	6,03
43,48	29,58	4,38	08,76	43,42	5,83
43,50	24,82	3,92	08,81	37,01	5,13
43,40	18,96	3,40	08,54	30,16	4,42
43,83	14,75	3,05	08,31	23,01	3,77
44,00	09,82	2,65	08,32	16,50	3,19
43,92	04,53	2,27	07,98	10,35	2,70
43,90	0 59,62	1,93	07,94	04,04	2,23
44,20	54,03	1,59	08,36	0 56,06	1,71
44,59	48,21	1,27	08,09	49,68	1,34
Mittel 43,747		3,15	Mittel 08,484		3,98

Es beträgt die genäherte Uhrkorrektur $u = - 30,36$
 die Neigung der Achse $i = + 0,82$
 (Kontaktbreite + toter Gang): 2 $\varkappa = + 0,047$
 das Azimut des Nordendes der Achse $\alpha_N = + 1,0$

Ferner ist $\Phi = 42^{\circ}27'33''$
 und genähert: $\mu_N = \alpha_N \sec \Phi = + 1,4$
 $\nu = 47^{\circ}32'27''$.

Die Berechnung der Reduktion der Durchgangszeiten auf den Achsenäquator und die Berechnung der Polhöhe ist in den beiden folgenden Tabellen 2 und 3 dargestellt.

Tabelle 2

	α Cyg W	λ Andr E
$\bar{U} =$	22 ^h 13 ^m 43 ^s 747	22 ^h 24 ^m 08 ^s 484
$u =$	- 30,36	- 30,36
$\bar{U} + u =$	22 13 13,387	22 23 38,124
$\alpha =$	20 39 24,57	23 34 41,10
$\bar{i} =$	1 33 48,817	1 11 02,976
$\phi =$	44 ^o 55'30,90	43 ^o 51'25,67
$\mp \mu_N =$	- 1 ^s 4	+ 1 ^s 4
$\bar{i} \mp \mu_N =$	1 ^h 33 ^m 47,4	1 ^h 11 ^m 04,4
$\operatorname{cosec} \phi =$	1,416	1,443
$\operatorname{cosec} \nu =$	1,356	1,356
$\operatorname{cosec} (\bar{i} \mp \mu_N) =$	2,513	3,277
$\operatorname{cosec} \phi \operatorname{cosec} \nu \operatorname{cosec} (\bar{i} \mp \mu_N) =$	4,824	6,411
$\operatorname{cotg} (\bar{i} \mp \mu_N) =$	2,306	3,120
$\frac{1}{15} \bar{m}'' =$	0,210	0,265
$\operatorname{cotg} (\bar{i} \mp \mu_N) \frac{\bar{m}''}{15} =$	+ 0,484	+ 0,826
$\pm \varkappa \operatorname{cosec} \phi \operatorname{cosec} \nu \operatorname{cosec} (\bar{i} \mp \mu_N) =$	+ 0,227	- 0,301
$\bar{d}t =$	+ 0,711	+ 0,525
$\bar{t}_w, \bar{t}_e =$	1 ^h 33 ^m 49,53	1 ^h 11 ^m 03,50

Tabelle 3

$t_0 = \frac{1}{2}(t_w + t_e) = 1^{\text{h}}22^{\text{m}}26^{\text{s}}.515$; $p_w + p_e = 88^{\circ}46'56''.57$ $\Delta t = \frac{1}{2}(t_w - t_e) = 0 \ 11 \ 23,015$; $p_w - p_e = + 1 \ 04 \ 05,23$			
cotg t_0	0,4247151	$\Delta t - \mu_N = 0^{\text{h}}11^{\text{m}}21^{\text{s}}.183$	
sin $(p_w - p_e)$	8,2704721	$\mu_N = + 1,832$	
cosec $(p_w + p_e)$	0,0000981	$t_w - \mu_N = 1^{\text{h}}33^{\text{m}}47^{\text{s}}.70$	
tg $(\Delta t - \mu_N)$	8,6952853	$t_e + \mu_N = 1 \ 11 \ 05,33$	
cos $(t_w - \mu_N)$	9,9625665	cos $(t_e + \mu_N)$	9,9787636
tg p_w	9,9988668	tg p_e	9,9826699
cos μ_N tg Φ_0	9,9614333	cos μ_N tg Φ_0	9,9614335
$\cos \mu_N = 1$; $\Phi_0 = 42^{\circ}27'33''.54$ $- i = - 0''.82$ $\Phi = 42 \ 27 \ 32''.72$			

ZWEITES ZAHLENBEISPIEL (STRUVESCHE METHODE)

Wird der gleiche Stern nach der Struveschen Methode im Osten und Westen beobachtet, so ergibt sich die Poldistanz Φ nach den folgenden Beziehungen.

Nach der Beziehung (49b) ist wegen $p_e = p_w = p$

$$\Delta t - \mu_N = 0,$$

also

$$\mu_N = \frac{1}{2}(t_w - t_e).$$

Es wird dann

$$\text{tg } \Phi_0 = \text{tg } p \cos t_0 \sec \mu_N$$

mit

$$t_0 = \frac{1}{2}(t_w + t_e),$$

und

$$\Phi = \Phi_0 - i \sec \mu_N.$$

Wir entnehmen dem Band 10 der Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz, Seite 157, die folgenden Daten:

Station: Suchet (Triangulationspunkt erster Ordnung des schweizerischen Dreiecknetzes); $\Phi = 43^{\circ}13'44''$.

Instrument: Repsold'sches Universalinstrument; 72fache Vergrößerung.

Beobachter: TH. NIETHAMMER.

Am 25. Juli 1900 ist der Stern α Cyg vor und nach dem Umlegen an je 4 Fäden des festen Netzes nach der Aug- und Ohrmethode beobachtet worden. Der scheinbare Ort des Sternes ist:

$$\alpha = 20^{\text{h}}10^{\text{m}}32^{\text{s}}.79; \quad p = 43^{\circ}33'28''.07.$$

In der folgenden Tabelle sind die auf Sternzeit reduzierten Durchgangszeiten

$$\bar{U} = \frac{1}{2}(U' + U'')$$

und die halben Differenzen

$$\vartheta = \frac{1}{2}(U'' - U')$$

zusammengestellt; ferner sind die vor und nach dem Umlegen bestimmten Neigungen i' und i'' angeben.