

Maschine selbsttätig außer Eingriff treten müssen, z. B. nach Abb. 2209, wo das mit der Verzahnung Z an der Innenfläche des Kranzes K kämmende Ritzel R auf einem steilen Schraubengewinde S sitzt, längs welchem es sich nach rechts schraubt und außer Eingriff kommt, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades größer als die des Ritzels wird.

Zur Verhütung von Unfällen sind alle Schwungräder von Kraftmaschinen, aber auch alle übrigen im Verkehrsbereich liegenden Schwungräder samt den anschließenden

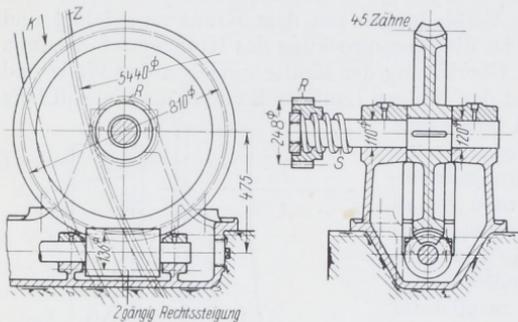


Abb. 2209. Schaltmaschine. M. 1:25.

Riemen- oder Seilzügen zu umfriedigen. Diese Umfriedigungen müssen genügende Höhe und hinreichenden Abstand vom Rad haben oder so beschaffen sein, daß man nicht hindurchgreifen kann. Wegen der Einzelheiten vgl. die Vorschriften der verschiedenen Berufsgenossenschaften [XXVIII, 14]. Z. B. können die Umfriedigungen nach denjenigen der chemischen Industrie aus Geländern mit Zwischenstangen von mindestens einem Meter Höhe und Fußleisten längs der Schwungradgrube von wenigstens 5 cm Höhe bestehen, wenn ihr Abstand von den Schwungradarmen 50 cm oder mehr beträgt. Bei geringerer Entfernung ist die Umfriedung vollwandig oder als genügend enges Gitter bis zum Scheitel des Rades oder bei großen Rädern mindestens 1,8 m hoch auszuführen. Auch hochliegende Schwungräder oder Scheiben sind, soweit sie im Verkehrsbereich noch unterhalb 1,8 m laufen, bis zu dieser Höhe zu schützen.

E. Berechnung der Schwungräder auf Festigkeit.

1. Grundlagen. Die genaueste Untersuchung über die Beanspruchung von Schwungrädern hat K. Reinhardt [XXVIII, 10] durchgeführt. Er betrachtet den Kranz als umlaufenden Ring von rechteckigem Querschnitt, an welchem an den Ansatzstellen der Arme radial nach innen gerichtete Kräfte angreifen und wendet auf ihn die allgemeinen Grundgleichungen der Elastizitätslehre an. Dabei setzt er lediglich einen ebenen Spannungszustand in allen zur Drehachse senkrechten Ebenen voraus. Die Ableitung und der Rechnungsgang sind naturgemäß ziemlich verwickelt. Auf die größte Beanspruchung hat in erster Linie das Verhältnis der Kranzdicke zum Durchmesser Einfluß, in zweiter aber auch die Größe der Strecke, längs welcher die radialen Kräfte wirken, an der also die Arme ansetzen. Lange Ansatzflächen sind günstig. Auf der Theorie der gekrümmten Balken, also der Annahme, daß auch die Querschnitte des Kranzes eben bleiben und hyperbolische Spannungsverteilung gelte, fußen Grashof [XXVIII, 11] und Tolle [XXVIII, 3]. In noch weiterer Vereinfachung nehmen u. a. Goebel [XXVIII, 12] und Schenk [XXVIII, 13] ebene Spannungsverteilung in den Kranzquerschnitten an, benutzen also die für gerade Balken gültigen Beziehungen. Durch eingehende Vergleichsrechnungen wies nun Reinhardt nach, daß die einfacheren Verfahren der zweiten und dritten Art bei starken Kränzen gegenüber der genaueren Rechnung 15 bis 25% Abweichung ergeben. Die Abweichungen wachsen mit zunehmender Dicke der Kränze, können aber in Kauf genommen werden, da die Gußspannungen gegossener Räder erhebliche, durch Rechnung nicht verfolgbare Störungen bedingen und da die Voraussetzung aller Festigkeitsrechnungen, daß Verhältnismäßigkeit zwischen Spannungen und Formänderungen bestehe, für das am häufigsten verwendete Gußeisen nur annähernd zutrifft. Man pflegt diese Umstände, ebenso wie

zusätzliche Spannungen, die durch die konstruktive Durchbildung oder beim Zusammenbau entstehen können, durch niedrige Werte der zulässigen Beanspruchung zu berücksichtigen. Besondere Beachtung verdient die Möglichkeit des Durchgehens mancher Maschinen.

Zu den Spannungen infolge der konstruktiven Durchbildung gehören diejenigen durch Massenanhäufungen im Kranz und Schwächungen des Kranzquerschnittes, Kerbwirkungen an den Übergangstellen zwischen den einzelnen Teilen, namentlich aber die durch Teilung der Räder entstehenden. Sie sind, soweit sie sich rechnerisch verfolgen lassen, in dem Abschnitte über genauere Berechnung von Schwungrädern näher behandelt.

Die beim Zusammenbau, etwa durch nicht genügendes oder zu starkes Anspannen von Schrauben- oder Schrumpferverbindungen entstehenden Störungen der Spannungsverteilung, die namentlich schädlich sind, wenn die Kräfte Hebelarme finden, an denen sie auf Biegung wirken, lassen sich nur auf Grund von meist unsicheren Annahmen rechnerisch verfolgen.

Zum Durchgehen der Maschinen sei bemerkt, daß Kraftmaschinen beim Versagen oder zu spätem Einsetzen der Reglerwirkung, manchmal auch bei plötzlichem Wegfall des Widerstandes eine höhere Drehzahl als die normale annehmen. In der Beziehung ist namentlich der früher häufig benutzte Antrieb des Reglers durch Riemen schon oft verhängnisvoll geworden. Beim Abfallen oder Zerreißen des Riemens sinkt der Regler in die Ruhelage und stellt große Füllung ein, was rasche Steigerung der Drehzahl der Maschine zur Folge hat. Dabei wachsen aber alle von der Umfangsgeschwindigkeit abhängigen Kräfte und Beanspruchungen dem Quadrat der Drehzahl entsprechend; das Rad fliegt, sobald an irgendeiner Stelle die Bruchfestigkeit des Werkstoffes erreicht wird, auseinander und ruft nun Zerstörungen hervor, die der in ihm aufgespeicherten Wucht entsprechen.

Bei Wasserturbinen ist die Steigerung der Drehzahl im Leerlauf beim Versagen des Reglers von der Bauart und etwaigen Schwankungen des Gefälles abhängig: an gewöhnlichen Francisturbinen beträgt die Leerlaufdrehzahl das 1,6 . . . 1,8fache der normalen, einer Steigerung der Beanspruchungen auf das 2,6 . . . 3,2fache entsprechend, an schnelllaufenden Francis- und Propellerturbinen kann die Leerlaufdrehzahl auf das 2,5-, bei Anlagen mit stark wechselndem Gefälle bis zu etwa dem 3fachen der normalen Drehzahl steigen. Die Beanspruchungen wachsen dabei auf das 6,2 . . . 9fache.

In Rücksicht auf die Verwendbarkeit an verschiedenen Maschinen empfiehlt es sich, die Festigkeitsverhältnisse der Schwungräder, ähnlich wie diejenigen der Riemenscheiben, vgl. S. 1201, auf eine obere Grenzgeschwindigkeit oder -drehzahl zu berechnen, gußeisener Speichenschwungräder z. B. auf 30 m/sek.

Die Grundlage der im folgenden angegebenen Berechnung der Speichenschwungräder bilden die Ausführungen über die Berechnung der Riemenscheiben, S. 1200 u. f. Als Unterschiede sind hervorzuheben, daß die auf S. 1201 unter b), c) und d) genannten Kräfte, nämlich zu übertragende Umfangskräfte, der Achsialdruck und der Flächendruck zwischen Riemen und Scheibe, nur in dem Falle in Betracht kommen, daß das Schwungrad gleichzeitig als Riemen- oder Seilscheibe dient, daß aber die unter e) genannten Beschleunigungs- und Verzögerungskräfte dem Zweck der Schwungräder entsprechend eine wichtige Rolle spielen und genau beachtet werden müssen und daß schließlich das Kranzgewicht schwerer Räder in ähnlicher Weise wie der unter c) genannte Achsdruck auf die Arme senkrecht nach unten wirkt und sich im Gegensatz zu Abb. 2088 auf alle Arme verteilt. Die gerade in der oberen Hälfte des Rades liegenden Arme werden auf Druck bzw. auf Druck und Biegung, diejenigen in der unteren Hälfte auf Zug bzw. auf Zug und Biegung meist aber in sehr geringem Maße in Anspruch genommen.

2. Überschlägliche Berechnung von Schwungrädern. Bei dieser für langsam laufende Räder genügenden Berechnung beschränkt man sich, ähnlich wie bei Riemenscheiben, auf die Ermittlung der Zugspannungen im Kranz nach Formel (679), der Biege-

spannungen in den Armen, die bei der Überleitung der Überschußarbeit zwischen der Nabe und dem Kranz und durch etwaige Umfangskräfte entstehen und auf die Berechnung der Verbindungsmittel gesprengter Naben oder geteilter Räder. Für die mittlere Zugspannung im Kranz pflegt man an gußeisernen Schwungrädern gewöhnlich nicht mehr als $k_z = 67 \text{ kg/cm}^2$, einer Kranzgeschwindigkeit:

$$v_k = \sqrt{\frac{g \cdot k_z}{\gamma}} = \sqrt{\frac{981 \cdot 67 \cdot 1000}{7,25}} = 3000 \text{ cm/sek oder } 30 \text{ m/sek}$$

entsprechend, zuzulassen und nur an Kränzen, bei denen die gleichmäßige Inanspruchnahme gesichert ist, bis höchstens 100 kg/cm^2 oder $v = 36,8 \text{ m/sek}$ zu gehen. Beim Austausch der Energie zwischen der

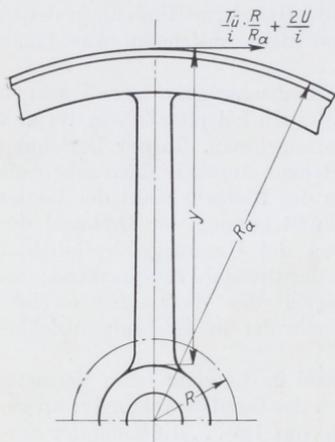


Abb. 2210. Zur Berechnung der Schwungradarme.

Welle und dem Kranz ist der größte überschießende Tangentialdruck maßgebend, dargestellt durch die größte Ordinate der in Abb. 1064 oder 1067 durch senkrechte Strichlage hervorgehobenen Fläche. Hat derselbe die Größe T_a und ist er, wie üblich, auf den Kurbelkreis vom Halbmesser R bezogen, so stellt $\frac{T_a \cdot R}{R_a}$ die Kraft am Umfang des Schwungrades, Abb. 2210, und

$$M_b = \frac{T_a \cdot R}{i \cdot R_a} \cdot y$$

das Biegemoment dar, das einen einzelnen Arm an der Nabe belastet. Hat das Rad auch noch die Leistung der Maschine durch Riemen oder Seile abzugeben, so erhöht sich das Moment entsprechend Formel (680) um $\frac{2U \cdot y}{i}$, so daß das Widerstandsmoment eines Armes:

$$W = \frac{\pi a_1^2 \cdot b_1}{4} = \left(\frac{T_a \cdot R}{R_a} + 2U \right) \frac{y}{i \cdot k_b} \quad (730)$$

sein muß. Bei der Teilung eines Rades längs einer Armebene sind die Armhälften so zu verstärken, daß sie Widerstandsmomente von je $\frac{W}{2}$ aufweisen. Gibt man ihnen halb-elliptischen Querschnitt geometrisch ähnlicher Form wie den ungeteilten Armen, Abb. 2214, so müssen die Halbachsen $a_2 = 1,27 a_1$ und $b_2 = 1,27 b_1$ sein. Auch in den Armen läßt man unter Beachtung der wechselnden Belastung durch die Tangentialdrucke nur mäßige Beanspruchungen, z. B. an gußeisernen Rädern, $k_b = 100 \dots 180 \text{ kg/cm}^2$, zu.

Von den Verbindungsmitteln gesprengter Naben gilt bei leichten Schwungrädern das bei den Riemenscheiben S. 1203 Gesagte. Sie werden häufig auf die Fliehkraft einer Radhälfte berechnet. Ist das Rad geteilt, so muß die Kranzverbindung geeignet sein, mindestens die Kraft $F_k \cdot \sigma_z$ zu übertragen. Bei raschlaufenden Rädern müssen auch die an den Stoßstellen wirkenden Momente, vgl. Berechnungsbeispiel 5, S. 1286 beachtet und in geeigneter Weise aufgenommen werden.

3. Genauere Ermittlung der Beanspruchung von Schwungrädern. Für dieselbe sei in Rücksicht auf die meist größere Stärke der Kränze die Theorie der gekrümmten Balken herangezogen. Dieselbe verlangt zunächst eine Berichtigung der Formel (679), bei deren Ableitung eine gleichmäßige Verteilung der Zugspannung über den Kranzquerschnitt vorausgesetzt war. Schneidet man aus einem Kranz vom Außenhalbmesser R_a und dem Innenhalbmesser R_i , Abb. 2211, ein Stück unter dem Zentriwinkel ψ heraus, so bleibt dieser Winkel, wenn sich der Ring beim Laufen um ϱ_k in radialer Richtung erweitert, unverändert erhalten. Dabei werden sämtliche Ringfasern

um das gleiche Maß $\lambda_k = \delta_k \cdot \psi$ verlängert; verschiedene Beträge nimmt aber die Dehnung an, der die Fasern unterliegen, weil diese verschieden lang sind. An der inneren von der Länge $R_i \cdot \psi$ beträgt:

$$\varepsilon_i = \frac{\lambda_k \cdot \psi}{R_i \cdot \psi} = \frac{\lambda_k}{R_i},$$

an der mittleren $\varepsilon = \frac{\lambda_k}{R_s}$. Wie die Dehnungen verhalten sich aber auch nach dem Proportionalitätsgesetz die Spannungen:

$$\frac{\sigma_{z_i}}{\sigma_z} = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon} = \frac{R_s}{R_i},$$

so daß diejenige längs des Innenrandes auf:

$$\sigma_{z_i} = \sigma_z \cdot \frac{R_s}{R_i} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_i} \quad (731)$$

steigt, die an der Außenfläche aber auf:

$$\sigma_{z_a} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_a} \quad (732)$$

sinkt. Die Spannungsverteilung ist durch ein Hyperbel, Abb. 2211, gekennzeichnet.

Die weitere Untersuchung erfolgt zweckmäßigerweise auf dem bei der genaueren Berechnung von Riemenscheiben, S. 1203, angegebenen Wege. Sie sei in kurzen Zügen wiederholt. Man ermittelt zunächst die Kranzerweiterung in radialer Richtung durch die Fliehspannung nach Formel (683) $\varrho_k = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot R_s$, die Verlängerung λ_A der Arme durch die Eigenfliehkraft an Hand von Abb. 2085 und Formel (684) aus $\lambda_A = \alpha_A \cdot \frac{\gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F'' \cdot \xi$ und durch Formänderungsdreiecke nach Abb. 2086 die statisch unbestimmte Längskraft X_A in den Armen aus $X' = \frac{(\varrho_k - \lambda_A) \cdot f_m}{\alpha_A \cdot l}$ und $X'' = \frac{(\varrho_k - \lambda_A) \cdot J_k}{\alpha_k \cdot R_s^3 \cdot C}$. Dabei muß C in Rücksicht auf die an Schwungrädern meist größere Stärke des Kranzes in radialer Richtung genauer nach:

$$C = \frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \varphi/2} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \quad (733)$$

unter Benutzung der folgenden Zahlen (siehe Zusammenstellung 167, S. 1282) bestimmt werden.

Bezüglich der Ableitung der Formel (733) muß auf die Reinhardttsche Arbeit [[XXVIII, 10] verwiesen werden. Bemerkte sei nur, daß die dort auf S. 62 unter Nr (39) angeführte Formel sich mit den hier benutzten Bezeichnungen auf die Form:

$$\alpha_k \cdot R_s \cdot \sigma_z = \lambda_A + \frac{X_A \cdot \alpha_A \cdot l}{f_m} + \frac{X_A \cdot \alpha_k \cdot R_s^3}{J_k} \cdot C$$

Erweiterung des Kranzes
Verlängerung des Arms durch Eigenfliehkraft
Verlängerung des Arms durch X_A
Verchiebung des Kranzes durch X_A

bringen läßt, wobei die Bedeutung der einzelnen Glieder beim Vergleich mit Formel (682) ersichtlich wird. Der Wert von $\frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$ liegt zwar meist in der Nähe von 1, darf aber bei der genaueren Ermittlung der Spannungen nicht unberücksichtigt bleiben, weil C durch den zahlenmäßig kleinen Unterschied von

$$\frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \varphi/2} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$$

gegeben ist. Das gilt um so mehr, je größer die Kranzdicke in radialer Richtung ist.

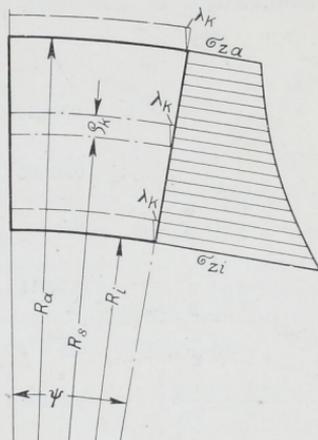


Abb. 2211. Spannungsverteilung in breiten Schwungringen.

Zusammenstellung 167. Hilfswerte bei der Berechnung von Schwungrädern.

| Armzahl i_0 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 16 |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Zentriwinkel φ | 90° | 60° | 45° | 36° | 30° | 22,5° |
| oder | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{5}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{8}$ |
| $\frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ | 0,64270 | 0,95661 | 1,27393 | 1,59190 | 1,91006 | 2,54656 |
| $\frac{1}{\varphi}$ | 0,63662 | 0,95493 | 1,27324 | 1,59155 | 1,90986 | 2,54648 |
| $\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ | 0,5 | 0,86603 | 1,34076 | 1,53884 | 1,86603 | 2,51367 |
| $\frac{1}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$ | 0,70711 | 1,0 | 1,30656 | 1,61800 | 1,93830 | 2,56290 |
| $\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ | 0,5 | 0,25 | 0,14645 | 0,09549 | 0,06699 | 0,03806 |
| $\frac{1}{2} - \frac{\sin \varphi}{2\varphi}$ | 0,18169 | 0,08651 | 0,04984 | 0,03225 | 0,02253 | 0,01276 |
| $\frac{1}{2} \sin \frac{\varphi}{2}$ | 0,35356 | 0,25 | 0,19134 | 0,15451 | 0,12941 | 0,09755 |
| $\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi} \cos \frac{\varphi}{2}$ | 0,18646 | 0,12795 | 0,10100 | 0,07789 | 0,06511 | 0,04895 |

Die durch die Armkraft X_A bedingten Biegemomente im Kranz ergeben sich auf Grund der Theorie der gekrümmten Balken an den Ansatzstellen der Arme:

$$M_{bX} = -X_A \cdot R_s \left(\frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \right), \quad (734)$$

mitten zwischen den Armen:

$$M'_{bX} = +X_A \cdot R_s \left(\frac{1}{2 \sin \varphi/2} - \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \right). \quad (735)$$

Bei der Ermittlung des Biegemomentes M_0 , das durch die starre Verbindung der Arme mit dem Kranz entsteht, ist sowohl die Wirkung von $T_{\bar{u}}$ auf sämtliche, als auch gegebenenfalls diejenige der Umfangskraft U auf die Hälfte der Arme zu berücksichtigen. Demgemäß geht Formel (694) über in:

$$M_0 = \pm \frac{\varphi \left(U + T_{\bar{u}} \cdot \frac{R}{2R_s} \right) y \cdot l \cdot J_k}{2\pi (R_s \cdot \varphi \cdot J_A + l \cdot J_k)}. \quad (736)$$

Die Wirkung von etwaigen Riemern und Seilen wird wiederum aus dem Achsdruck A berechnet. Das Biegemoment über den Ansatzstellen der Arme ist:

$$M_{bA} = + \frac{A \cdot R_s}{2} \left[\sin^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin \varphi}{2\varphi} \right) \right], \quad (737)$$

das mitten dazwischen:

$$M'_{bA} = - \frac{A \cdot R_s}{2} \left[2 \sin^2 \frac{\varphi}{4} - \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin \varphi}{2\varphi} \right) \right]. \quad (738)$$

Außerdem entsteht im Kranzquerschnitt über den Armen eine Druckkraft:

$$N = \frac{A}{2} \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (739)$$

Von den durch die konstruktive Durchbildung bedingten Spannungen lassen sich die Wirkung von Massenanhäufungen oder Schwächungen des Kranzquerschnittes

wiederum genügend genau durch entsprechende Einzelkräfte beurteilen. Eine in der Mitte zwischen zwei Armen sitzende Anhäufung vom Gewicht G' und dem Schwerpunkt-Abstande R' von der Drehachse erzeugt, falls der Kranz durchläuft, an den Ansatzstellen der Arme ein Biegemoment:

$$M_{0G'} = \frac{G'}{g} \omega^2 \cdot R' \cdot R_s \left[\frac{1}{2} \sin \frac{\varphi}{2} - \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi} \cos \frac{\varphi}{2} \right) \right]. \quad (740)$$

Ist die Stoßstelle nicht biegefest, so gilt Formel (691).

Die Verbindungsmittel an den Kranzstoßstellen sind in erster Linie auf die Längskraft im Kranz $F_k \cdot \sigma_z = \frac{F_k \cdot \gamma \cdot v_k^2}{g}$ zu berechnen. Wie sie aber auch zur Aufnahme der an diesen Stellen wirkenden Biegemomente herangezogen werden können, ist in Beispiel 5 unter b) gezeigt. Bietet die Aufnahme dieser Biegemomente Schwierigkeiten, so erhöhen sich die Beanspruchungen der Querschnitte A und B , Abb. 2217. Erhebliche Zusatzspannungen kann die Anordnung der Verbindungsmittel außerhalb der Kranzschwerlinie bedingen, wenn die entsprechenden Formänderungen möglich sind. Vgl. hierzu die Ausführungen zu Abb. 2081 auf S. 1206.

Kränze von Schwungrädern, die als Polträger von Dynamomaschinen ausgebildet sind, werden zusätzlich durch die Fliehkräfte, welche die Pole entwickeln, belastet. Ihre Wirkung kann man sich in erster Annäherung gleichmäßig auf alle Kranzquerschnitte verteilt denken. Sind z Pole im gleichen Abstand voneinander vorhanden, so ist der Zentriwinkel, auf den ein Pol entfällt $\varphi_0 = \frac{2\pi}{z}$ und die Länge des Bogens, auf welcher die Fliehkraft Z_p eines Pols längs des Schwerpunktkreises zu verteilen ist, $\varphi_0 \cdot R_s$. Somit entfallen auf einen Zentimeter dieses Bogens $\frac{Z_p}{\varphi_0 \cdot R_s} = \frac{z \cdot Z_p}{2\pi R_s}$ kg, während die Fliehkraft, die ein Kranzstück von 1 cm Länge entwickelt $Z_{1\text{cm}} = F_k \cdot \frac{1 \cdot \gamma \cdot v_k^2}{g R_s}$ ist. Mithin wird die mittlere Fliehspannung $\sigma_z = \frac{z}{g} v_k^2$ im Kranz auf:

$$\sigma'_z = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{Z_{1\text{cm}} + \frac{z \cdot Z_p}{2\pi R_s}}{Z_{1\text{cm}}} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} + \frac{z \cdot Z_p}{2\pi \cdot F_k} \quad (741)$$

erhöht. Die größte Zugspannung am Innenrand des Kranzes steigt entsprechend Formel (731) auf:

$$\sigma'_{zi} = \sigma'_z \cdot \frac{R_s}{R_i}. \quad (742)$$

Diese in allen Kranzquerschnitten gleichen Spannungen sind Mittelwerte. In Wirklichkeit wird die durch die Eigenfliehkraft des Kranzes entstehende Grundspannung überlagert durch Spannungswellen, welche die einzelnen Pole erzeugen. Unter den Befestigungsschrauben oder im Falle der Befestigung der Pole durch Schwalbenschwänze, unter den Randzacken, entstehen dabei um so beträchtlichere Spannungserhöhungen, je kleiner die Polzahl und je geringer die Stärke und Widerstandsfähigkeit des Kranzes gegenüber Biegung ist, vgl. [XXVIII, 15].

Die genauere Berechnung der Arme hat neben der Wirkung der Tangentialdrucke und etwaiger Umfangskräfte nach (730) noch die Wirkung der Eigenfliehkraft Z_A nach Formel (695) und der Längskraft X_A zu berücksichtigen, die an der Nabe Zugspannungen in Höhe von $\sigma_z = \frac{Z_A + X_A}{f_n}$, am Kranz von $\sigma_z = \frac{X_A}{f_e}$ erzeugen. Hier bedingt das Biegemoment M_0 noch $\sigma_{e0} = \pm \frac{M_0}{W_e}$.

Die Wirkung des Achsdruckes auf die Arme in den Fällen, wo das Schwungrad auch zur Abgabe der Maschinenleistung durch Riemen oder Seile dient, ist von untergeordneter

Bedeutung und darf meist vernachlässigt werden. Dasselbe gilt von der Inanspruchnahme durch das Eigengewicht G_k der Kränze.

4. Beispiele. **Berechnungsbeispiel 3.** Das Schwungrad der Wasserwerkmaschine Tafel I ist bei einem Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_s = 1/20$ zu berechnen und durchzubilden. Werkstoff: Gußeisen.

Bei dem in Abb. 1067 dargestellten Verlauf der Drehkraftlinie ist die Überschußfläche am linken Ende am größten und deshalb für die Berechnung des Schwungrades maßgebend. Inhalt 2,11

cm^2 . Bei einem Kraftmaßstab $1 \text{ cm} = 4000 \text{ kg}$ und einem Längenmaßstab $1 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$ (vgl. Abb. 1064), entspricht 1 cm^2 640 kgm. Somit wird die Überschußarbeit:

$$A_s = 2,11 \cdot 640 = 1350 \text{ kgm.}$$

Außendurchmesser des Schwungrades $D_a = 5R = 5 \cdot 800 = 4000 \text{ mm}$. Abstand des Schwerpunkts von der Drehachse R_s geschätzt zu 1910 mm. Kranzgeschwindigkeit v_k bei der normalen Drehzahl der Maschine von $n = 50$ Umläufen je Minute:

$$v_k = \frac{\pi n}{30} \cdot R_s = \frac{\pi \cdot 50}{30} \cdot 1,91 = 10,0 \text{ m/sek.}$$

Kranzgewicht nach (717):

$$G_k = 8,83 \frac{A_s}{v_k^2 \cdot \delta_s} = 8,83 \cdot 1350 \cdot 20 = 2380 \text{ kg.}$$

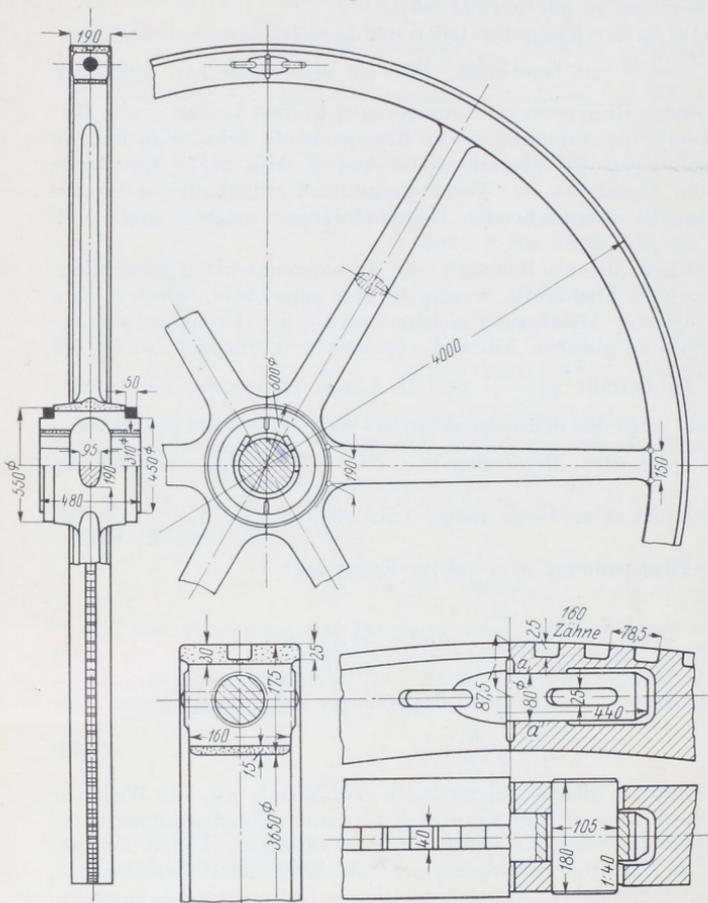


Abb. 2212. Schwungrad der Wasserwerkmaschine Tafel I. M. 1:30 und 1:10.

Kranzquerschnitt (718):

$$F_k = 0,22 \frac{G_k}{R_s} = 0,22 \cdot \frac{2380}{1,91} = 274 \text{ cm}^2.$$

Gewählt $160 \cdot 175 \text{ mm}$ Querschnitt von 280 cm^2 Inhalt, Abb. 2212. (Die schmalen Seitenränder gleichen sich annähernd mit den Lücken der Schaltverzahnung aus.)

Schwerpunkt Abstand $R_s = 2000 - 87,5 = 1912,5 \text{ mm}$ in genügender Übereinstimmung mit dem oben geschätzten Maße. Das Rad ist mit sechs Armen versehen und durch eine zwischen den Armen angeordnete Sprengfuge geteilt. Auf der Welle wird es durch Tangenteile und Schrumpfinge gehalten. Das Trägheitsmoment beträgt nach S. 1269

1004 m kg sek², das Schwungmoment $GD^2 = 39380 \text{ kgm}^2$. Die Festigkeitsberechnung ist in Beispiel 5 auf S. 1286 durchgeführt.

Berechnungsbeispiel 4. Für die auf den gleichen Grundlagen wie die Wasserwerkmaschine nach S. 138 durchgebildete Betriebsmaschine ist das Seilscheibenschwungrad für eine Höchstleistung von $N_e = \eta \cdot N_i = 0,85 \cdot 313 \approx 270 \text{ PS}_e$ bei $D = 4000 \text{ mm}$ Durchmesser und einem Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_s = 1/40$ zu berechnen und zu entwerfen. Vergleichshalber sei die gleiche Umlaufzahl der Maschine von 50 in der Minute zugrunde gelegt.

Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi n}{30} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\pi \cdot 50}{30} \cdot 2 = 10,47 \text{ m/sek.}$$

Umfangskraft:

$$U = \frac{75 \cdot N_e}{v} = \frac{75 \cdot 270}{10,47} = 1940 \text{ kg.}$$

Gewählt: Beste Hanfseile von $d = 50 \text{ mm}$ Durchmesser; Belastungszahl $k_n = 10 \text{ kg/cm}^2$.

Seilzahl:

$$i = \frac{4U}{\pi d^2 \cdot k_n} = \frac{4 \cdot 1940}{\pi \cdot 5^2 \cdot 10} = 9,9 \text{ Seile.}$$

Ausgeführt 12 Seile. Dadurch sinkt die spezifische Belastung auf $k_n = 8,25 \text{ kg/cm}^2$. Seilscheibenbreite unter Benutzung der normalen Rillenprofile nach DIN 121 $b = 810 \text{ mm}$, Abb. 2213. (Ein Doppelriemen müßte bei $k_n = 14,5 \text{ kg/cm}$ Belastung $b' = 134 \text{ cm}$ Breite erhalten.)

Kranzgewicht aus der an Abb. 1064 ermittelten Überschußarbeit $A_s = 1130 \text{ mkg}$ nach (717):

$$G_k = 8,83 \frac{A_s}{v_k^2 \cdot \delta_s} = 8,83 \frac{1130 \cdot 40}{10,21^2} = 3830 \text{ kg,}$$

wobei die Kranzgeschwindigkeit v_k unter Schätzung des Halbmessers des Schwerpunktkreises $R_s = 1950 \text{ mm}$ zu $v_k = 10,21 \text{ m/sek}$ angenommen ist.

Kranzquerschnitt (718):

$$F_k = 0,22 \cdot \frac{G_k}{R_s} = \frac{0,22 \cdot 3830}{1,95} = 432 \text{ cm}^2.$$

Ausgeführt 450 cm², vgl. Abb. 2213. Die sich dabei ergebende Kranzstärke von 23 mm am Grunde der Rillen ist gießtechnisch gerade noch ausführbar.

Das Rad, Abb. 2214, ist längs zweier Arme geteilt und der Kranz mit zwei kräftigen Versteifungstippen versehen, an denen die beiden sechsarmigen Speichensterne ansetzen. Dadurch

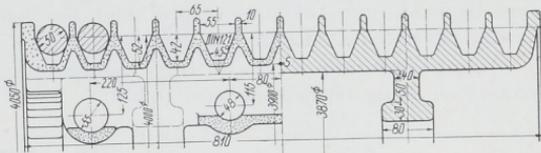


Abb. 2213. Kranz des Seilscheibenschwungrades zur Betriebsmaschine Beispiel 4. M. 1:10.

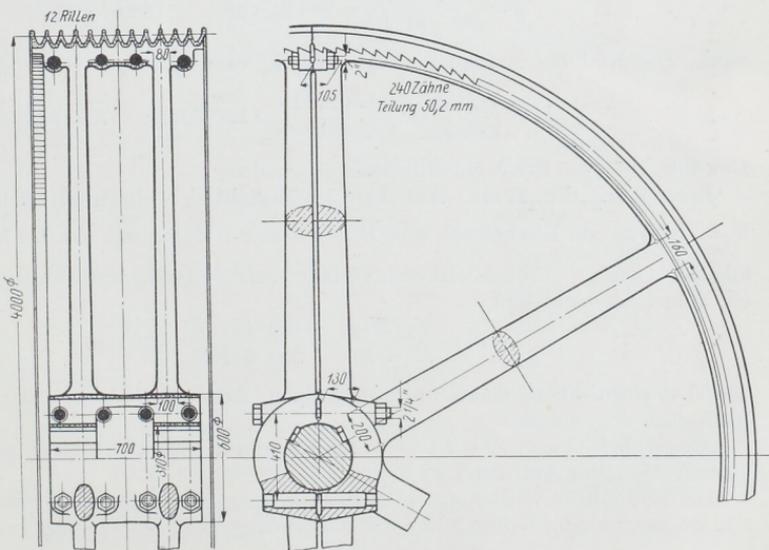


Abb. 2214. Seilscheibenschwungrad zur Betriebsmaschine Beispiel 4. M. 1:30.

wird eine günstige Anordnung der Verbindungsschrauben ermöglicht und der Kranz geringen Biegespannungen ausgesetzt. Das Rad wird unter Einschaltung einer Sprengfuge längs eines Armpaares gegossen.

Berechnungsbeispiel 5. Berechnung des Schwungrades der Wasserwerkmaschine Tafel I, Abb. 2212, auf Festigkeit.

Die folgenden Rechnungen sind auf Grund der höchsten bei Gußeisen üblichen Kranzgeschwindigkeit von $v_k = 30$ m/sek, einer Winkelgeschwindigkeit $\omega = 15,7$ /sek oder einer Drehzahl von 150/min entsprechend, durchgeführt. In Klammern sind die Werte bei der normalen Drehzahl von 50/min oder $v_k = 10$ m/sek beigefügt.

a) Angenäherte Berechnung. Zugspannung im Kranz, wenn derselbe als geschlossener Ring betrachtet wird (679):

$$\sigma_z = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} = \frac{7,25 \cdot 3000^2}{1000 \cdot 981} = 66,5 \text{ kg/cm}^2 \quad (7,39 \text{ kg/cm}^2).$$

Kranzverbindung durch Bolzen und Keil. Im Kranzquerschnitt wirksame Kraft:

$$P = F_k \cdot \sigma_z = 280 \cdot 66,5 = 18620 \text{ kg} \quad (2070 \text{ kg}).$$

Geschätzt: Bolzendurchmesser $d = 80$ mm, Keilstärke $s = 25$ mm. Zugbeanspruchung des Bolzens im Restquerschnitt neben dem Keilschlitz:

$$\sigma_z = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2 - d \cdot s} = \frac{18620}{\frac{\pi}{4} 8^2 - 8 \cdot 2,5} = 615 \text{ kg/cm}^2 \quad (68,3 \text{ kg/cm}^2).$$

Zur Verminderung des Flächendrucks zwischen Keil und Bolzen sind Verstärkungsnocken, Abb. 2212 unten, angebracht, wobei:

$$p = \frac{18620}{(18-8) \cdot 2,5} = 745 \text{ kg/cm}^2 \quad (82,8 \text{ kg/cm}^2)$$

wird. Die Keilhöhe h folgt bei $k_b = 1000$ kg/cm² zulässiger Biegebeanspruchung aus:

$$h^2 = \frac{6 \cdot P \cdot L}{8 \cdot s \cdot k_b} = \frac{6 \cdot 18620 \cdot 18}{8 \cdot 2,5 \cdot 1000} = 100,5 \text{ cm}^2; \quad h = 10,03 \text{ cm}.$$

Gewählt 105 mm Höhe einschließlich Abrundung.

Berechnung der Arme. Aus Abb. 1067 ergibt sich eine größte Überschußkraft von $T_{\bar{u}} = 5400$ kg am Kurbelkreis von $R = 400$ mm Halbmesser. Die Umfangskraft $\frac{T_{\bar{u}} \cdot R}{R_s}$ am Hebelarm $y = 170$ cm wirkend, verlangt bei $k_b = 100$ kg/cm² zulässiger Biegespannung ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{T_{\bar{u}} \cdot R \cdot y}{R_s \cdot i \cdot k_b} = \frac{5400 \cdot 40 \cdot 170}{200 \cdot 6 \cdot 100} = 306 \text{ cm}^3$$

oder bei elliptischem Querschnitt und einem Achsenverhältnis $a : b = 2 : 1$ eine große Halbachse $a = 9,2$ cm.

Ausgeführt: $2a = 190$, $2b = 95$ mm an der Nabe; 150 und 75 mm am Kranz bei einer Verjüngung von rund 4 : 5.

Die Radhälften werden an der Nabe durch zwei Schrumpfringe von 5×5 cm² Querschnitt zusammengehalten. Bei der näherungsweise Berechnung auf die volle Fliehkraft einer Radhälfte von $\frac{G}{2} = 1885$ kg Gewicht nach S. 1203 ergeben sich folgende Zahlen. Fliehkraft einer Radhälfte:

$$Z = \frac{G}{2g} \cdot \omega^2 \cdot \xi \frac{2R_s}{\pi} = \frac{1885}{981} \cdot 15,7^2 \cdot 0,79 \cdot 0,637 \cdot 191,25 = 45600 \text{ kg}.$$

Beanspruchung der Schrumpringe:

$$\sigma_z = \frac{Z}{4F} = \frac{45600}{4 \cdot 5 \cdot 5} = 456 \text{ kg/cm}^2 \quad (50,7 \text{ kg/cm}^2).$$

b) Genauere Nachrechnung des Schwungrades auf Grund der Theorie der gekrümmten Balken. Durch Pluszeichen sind im folgenden Zug-, durch Minuszeichen Druckspannungen, durch die oben stehende Zahl die Beanspruchung an der Außenfläche des Kranzes, durch die untenstehende diejenige an der Innenfläche gekennzeichnet. $F_k = 280 \text{ cm}^2$, $J_k = 7146 \text{ cm}^4$, $W_k = 817 \text{ cm}^3$, Armlänge $l = 1530 \text{ mm}$, $\varphi = 60^\circ$, Trägheitsmoment des Armquerschnitts am Kranze $J_A = 1242 \text{ cm}^4$.

Beanspruchung des Kranzes an der Innenfläche:

$$\sigma_{zi} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_i} = 66,5 \cdot \frac{191,3}{182,5} = 69,7 \text{ kg/cm}^2 \quad (7,75 \text{ kg/cm}^2),$$

an der Außenfläche:

$$\sigma_{za} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_a} = 66,5 \cdot \frac{191,3}{200} = 63,6 \text{ kg/cm}^2 \quad (7,06 \text{ kg/cm}^2).$$

Ermittlung der Längskraft X_A in den Armen.
Radiale Kranzerweiterung nach Formel (683)

$$q_k = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot R_s = \frac{66,5 \cdot 191,3}{1000000} = 0,0127 \text{ cm}.$$

Armverlängerung durch die Eigenfliehkraft nach Abb. 2215 bei einem Abszissenmaßstab 1 cm = 10 cm, einem Ordinatenmaßstab 1 cm = 20 cm, $F = 65 \text{ cm}^2$ Flächeninhalt, der also tatsächlich $65 \cdot 200 = 13000 \text{ cm}^2$ darstellt und $\xi = 93,5 \text{ cm}$ Schwerpunktabstand:

$$\lambda_A = \alpha_A \cdot \frac{\gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F \cdot \xi = \frac{0,00725 \cdot 15,7^2}{1000000 \cdot 981} 13000 \cdot 93,5 = 0,00221 \text{ cm}.$$

Die Formänderungsdreiecke, Abb. 2216, sind mit:

$$X' = \frac{(q_k - \lambda_A) \cdot f_m}{\alpha_A \cdot l} = \frac{1000000 \cdot 0,01049 \cdot \pi \cdot 8,5 \cdot 4,25}{153} = 7780 \text{ kg}$$

und

$$X'' = \frac{(q_k - \lambda_A) \cdot J_k}{\alpha_k \cdot R_s^3 \cdot C} = \frac{1000000 \cdot 0,01049 \cdot 7146}{191,3^3 \cdot 0,001681} = 6370 \text{ kg}$$

aufgezeichnet, wobei sich C aus Formel (733):

$$C = \frac{1}{8 \sin^2 \varphi/2} + \frac{1}{4} \text{ctg} \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} = 0,95661 - 0,95493 \cdot \frac{280 \cdot 191,3^2}{280 \cdot 191,3^2 + 7146} = 0,001681$$

ergab. Der in den folgenden Rechnungen wiederholt benutzte Wert $\frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$ ist gleich 0,9993. Abb. 2216 liefert $X_A = 3500 \text{ kg}$. Dieses erzeugt in den durchlaufenden Kranzabschnitten die folgenden Spannungen: an den Ansatzstellen der Arme herrührend von:

$$M_{bX} = -X_A \cdot R_s \left(\frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} - \frac{1}{2} \text{ctg} \frac{\varphi}{2} \right) = -3500 \cdot 191,3 \cdot \left(\frac{3}{\pi} \cdot 0,9993 - \frac{1}{2} \text{ctg} 30^\circ \right) = -59070 \text{ cmkg}; \quad \sigma_{bX} = -\frac{59070}{817} = \mp 72,3 \text{ kg/cm}^2,$$

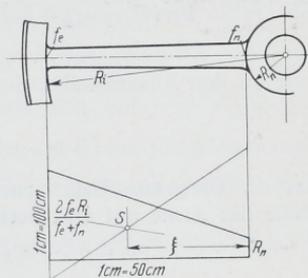


Abb. 2215. Ermittlung der Verlängerung der Arme durch die Eigenfliehkraft.

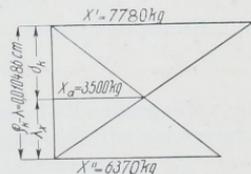


Abb. 2216. Formänderungsdreiecke zur Bestimmung der Längskraft X_A in den Armen des Schwungrades Abb. 2212.

mitten zwischen den Armen durch:

$$M'_{b,x} = + X_A \cdot R_s \left(\frac{1}{2 \cdot \sin \varphi/2} - \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \right) = + 3500 \cdot 191,3 \left(\frac{1}{2 \cdot \sin 30^\circ} - \frac{3}{\pi} \cdot 0,9993 \right) \\ = + 30610 \text{ cmkg}; \quad \sigma'_{b,x} = \frac{30610}{817} = \pm 37,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Das durch die starre Verbindung der Arme mit dem Kranz bedingte Moment:

$$M_0 = \pm \frac{\varphi \left(U + T_u \cdot \frac{R}{2} R_a \right) \cdot y \cdot l \cdot J_k}{2\pi (R_s \cdot \varphi \cdot J_A + l \cdot J_k)} = \pm \frac{\left(0 + 5400 \cdot \frac{40}{2} \cdot 200 \right) \cdot 170 \cdot 153 \cdot 7146}{6 \left(191,3 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1242 + 153 \cdot 7146 \right)} = 12460 \text{ kgcm}$$

ruft an den Ansatzstellen der Arme ungünstigstenfalls:

$$\sigma_{b,0} = \mp \frac{12460}{817} = \mp 15,3 \text{ kg/cm}^2$$

hervor. Die größte Beanspruchung auf Zug an der Kranzinnenfläche tritt an der Ansatzstelle der Arme auf und beträgt:

$$\sigma_i = \sigma_{z,i} + \sigma_{b,x} + \sigma_{b,0} = 69,6 + 72,3 + 15,3 = 157,2 \text{ kg/cm}^2,$$

während diejenige an der Außenfläche mitten zwischen zwei Armen:

$$\text{ist.} \quad \sigma_a = \sigma_{z,a} + \sigma'_{b,x} = 63,5 + 37,5 = 101 \text{ kg/cm}^2$$

Die zusätzliche Beanspruchung des Kranzes in den Feldern mit Kranzverbindungen ergibt sich daraus, daß die durch die Armkräfte X_A an den Stoßstellen bedingten Momente nicht oder nur unvollkommen aufgenommen werden können. Je weniger das der Fall ist, um so mehr nähert sich die Beanspruchung dem oberen Grenzwert, der sich aus Abb. 2217 ergibt, wenn die Stücke AC und BC als gleichmäßig durch je $X_A/2$ belastete Freitragler aufgefaßt werden. Dabei entstehen in A und B Biegemomente:

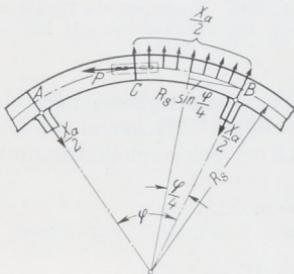


Abb. 2217. Zur Berechnung der Nebenbeanspruchung des Kranzes.

$$M_{b,s} \leq \frac{X_A \cdot R_s (1 - \cos \varphi/2)}{\varphi} = \frac{3500 \cdot 191,3 (1 - \cos 30^\circ)}{\pi/3} = 85520 \text{ kgcm}$$

und Beanspruchungen:

$$\sigma_{b,s} \leq \mp \frac{85520}{817} = \mp 104,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Am vorliegenden Rade kann demnach die größte Zugspannung am Innérand bei 30 m/sek Laufgeschwindigkeit ungünstigstenfalls $157,2 + 104,7 = 261,9 \text{ kg/cm}^2$ erreichen.

Was die Möglichkeit anlangt, Biegemomente an den Stoßstellen aufzunehmen, so kann dazu die Vorspannung der Verbindungsmittel benutzt werden, die so zu bemessen ist, daß die Stoßfuge selbst bei der größten Geschwindigkeit nicht zu klaffen beginnt. Einen Anhalt über die dazu nötigen Kräfte gibt folgende Betrachtung. Dem mitten zwischen den Armen wirkenden Moment $M'_{b,x}$ kann nach Abb. 2218 durch ein Kräftepaar $D' \cdot a'$ das Gleichgewicht gehalten werden, wobei $a' = 15,2 \text{ cm}$ den mittleren Abstand der beiden Sprengflächen bedeutet. Um nun in der äußeren $D' = \frac{M'_{b,x}}{a'} = \frac{30610}{15,2} = 2014 \text{ kg}$ zu erzeugen, müssen im

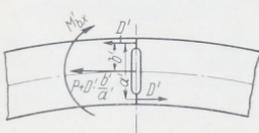


Abb. 2218. Aufnahme des Biegemomentes $M'_{b,x}$.

Um nun in der äußeren $D' = \frac{M'_{b,x}}{a'} = \frac{30610}{15,2} = 2014 \text{ kg}$ zu erzeugen, müssen im

Bolzen bei der höchsten Laufgeschwindigkeit mindestens $P + \frac{D' \cdot a'}{b'} = 18620 + \frac{2014 \cdot 15,2}{7,25}$

$= 22840$ kg wirken. Der Bolzen ist dabei mit $\sigma_z = \frac{P + D' \cdot \frac{a'}{b'}}{\frac{\pi}{4} d^2 - d \cdot s} = \frac{22840}{30,3} = 754$ kg/cm² im

Restquerschnitt neben dem Keilschlitz beansprucht. Die Vorspannkraft kann nach S. 235 zufolge der elastischen Formänderung der Bolzen, Keile und Kranzen kleiner sein; doch ist sowohl ihre Berechnung wegen der zu machenden Annahmen, als auch ihre Erzeugung in der notwendigen Größe beim Zusammenbau unsicher.

Die Beanspruchung der Arme an der Nabe von $\sigma_b = 101,6$ kg/cm² wird durch die Kraft X_A um $\sigma_{zA} = \frac{X_A}{f_n} = \frac{3500}{126,8} = 27,6$ kg/cm² erhöht, durch das Moment M_0 um

$\sigma_{b0} = \frac{M_0}{W_n} = \frac{12460 \cdot 4}{\pi \cdot 9,5^2 \cdot 4,75} = 37$ kg/cm² vermindert, stellt sich also auf $\sigma_b + \sigma_{zA} - \sigma_{b0}$

$= 101,6 + 27,6 - 37 = 92,2$ kg/cm². Der Ansatzquerschnitt am Kranz unterliegt einer Zugspannung $\sigma'_{zA} = \frac{X_A}{f_e} = \frac{3500}{88,4} = 39,6$ kg/cm² und einer Biegespannung zufolge des

Moments M_0 $\sigma_{b0} = \frac{M_0}{W_e} = \frac{12460}{165,7} = 75,2$ kg/cm² also einer höchsten Beanspruchung von $\sigma'_{zA} + \sigma_{b0} = 39,6 + 75,2 = 114,8$ kg/cm².

Die Inanspruchnahme der Schrumpfringe ist, abgesehen von den durch die Tangentkeile erzeugten Spannungen durch die Wirkung der Eigenfliehkräfte $Z_A = 3190$ kg und der Längskräfte $X_A = 3500$ kg in den drei Armen einer Radhälfte:

$$(Z_A + X_A)(1 + 2 \cdot \sin 30^\circ) = (3190 + 3500)(1 + 2 \cdot 0,5) = 13374 \text{ kg,}$$

die Eigenfliehkraft der Nabe 970 kg sowie diejenige der Schrumpfringe 228 kg, in Summe 14572 kg gegeben. Sie erzeugen 146 kg/cm² Nutztension.

Berechnungsbeispiel 6. Zum Vergleich seien die wichtigsten am Seilscheibenschwungrad, Abb. 2214, ermittelten Zahlen bei einer größten Seilgeschwindigkeit von 30 m/sek sowie in Klammern bei 10,47 m/sek zusammengestellt.

Mittlere Zugspannung im Kranz $\sigma_z = 66,5$ (7,39) kg/cm², größte an der Innenfläche $\sigma_{zi} = 69,9$ (7,77) kg/cm², an der Außenfläche $\sigma_{za} = 64$ (7,12) kg/cm².

Kranzerweiterung $q_k = 0,0130$ cm, Armverlängerung durch die Eigenfliehkraft $\lambda_k = 0,00237$ cm, Kranzquerschnitt $F_k = 450$ cm², Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse $R_k = 195$ cm, Trägheitsmoment $J_k = 6400$ cm⁴.

$$\frac{F_k \cdot R_k^2}{F_k \cdot R_k^2 + J_k} = \frac{450 \cdot 195^2}{450 \cdot 195^2 + 6400} = 0,9996.$$

Längskraft in einem Armpaare $X_A = 4150$ kg.

Beanspruchung des Kranzes an den Ansatzstellen der Arme:

durch X_A $\sigma_{bX} = \mp 106,3$ kg/cm², durch M_0 $\sigma_{bM_0} = \mp 65,6$ kg/cm².

Der Ermittlung von M_0 sind die Zahlen der Betriebsmaschine bei $n = 50$ Umdr/min. zugrundegelegt, insbesondere ist $U = \frac{75N}{v} = \frac{75 \cdot 270}{10,47} = 1940$ kg und $T_{\bar{u}} = 6500$ kg aus Abb. 1064 eingesetzt worden.

Der Achsdruck oder der Auflagedruck der Seile bedingt $\sigma_{bA} = \pm 126,8$ kg/cm² über den Ansatzstellen der Arme.

Druckspannung im Kranz durch die Seile $-\sigma_d = -3,6$ kg/cm².

Größte Zugspannung am inneren Rand:

$$\sigma_{zi} + \sigma_{bX} + \sigma_{b0} - \sigma_d = 69,9 + 106,3 + 65,5 - 3,6 = 238,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Beanspruchung des Kranzes mitten zwischen den Armen:

$$\text{durch } X_A \quad \sigma'_{bX} = \pm 54,6 \text{ kg/cm}^2, \text{ durch den Achsdruck } \sigma'_{bA} = \mp 36,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Größte Zugspannung an der Außenfläche: $\sigma_{za} + \sigma'_{bX} = 64 + 54,6 = 118,6 \text{ kg/cm}^2$.

Beanspruchung der Arme an der Nabe bei einem Widerstandsmoment eines Armpaares $W_n = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot a_1^2 \cdot b_1 = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 \cdot 5 = 785 \text{ cm}^3$ nach (730) unter Benutzung der vorstehend angeführten Werte für U und T_u :

$$\sigma_b = \left(\frac{2U}{i_0} + \frac{T_u \cdot R}{i_0 \cdot R_n} \right) \cdot \frac{y}{W_n} = \left(\frac{2 \cdot 1940}{6} + \frac{6500 \cdot 40}{6 \cdot 200} \right) \frac{170}{785} = 187 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_{b0} = \frac{M_0}{W_n} = \frac{44200}{785} = 56,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Zugspannung durch die Längskraft X_A in den ungeteilten Armen:

$$\sigma_{zA} = \frac{X_A}{2f_n} = \frac{4150}{2 \cdot 157} = 13,2 \text{ kg/cm}^2.$$

Größte Spannung: $\sigma_b + \sigma_{zA} - \sigma_{b0} = 187 + 13,2 - 56,3 = 143,9 \text{ kg/cm}^2$.

Beanspruchung der Arme am Kranz: durch M_0 $\sigma_{b0} = 109,9 \text{ kg/cm}^2$, durch X_A $\sigma_z = 20,6 \text{ kg/cm}^2$. Größte Spannung $109,9 + 20,6 = 130,5 \text{ kg/cm}^2$.

Die geteilten Arme genügen der auf S. 1144 geforderten Bedingung; ihre Hälften weisen $\frac{J}{e'} = \frac{1615}{7,5} = 215 \text{ cm}^3$ auf, das, wie verlangt, rund halb so groß wie das Widerstandsmoment eines vollen Armes ist.

Von den Verbindungsmitteln der beiden Scheibenhälften werden die Kranzschrauben durch die Kraft $F_k \cdot \sigma_z = 450 \cdot 66,5 = 29900 \text{ kg}$ mit $\sigma_z = 570 \text{ kg/cm}^2$ auf Zug beansprucht. Die acht Schrauben an der Nabe sind durch die Kräfte X_A und die Eigenfliehkräfte Z zweier Armpaare von zusammen 27200 kg , sowie durch die Fliehkraft der halben Nabe von 1870 kg mit 192 kg/cm^2 belastet. Auf die Fliehkraft einer Radhälfte von 77000 kg berechnet, sind sie mit 510 kg/cm^2 beansprucht.

Neunundzwanzigster Abschnitt.

Schaufeln, Trommeln, Scheiben und Räder an rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen.

I. Allgemeines und Arten der rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen.

Die rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen haben in neuerer Zeit durch ihre Vorteile: unmittelbare Erzeugung oder Ausnutzung gleichförmiger Drehbewegung, Einfachheit und billige Ausführung, geringen Raumbedarf und die Möglichkeit, sehr große Leistungen zu beherrschen, technisch und wirtschaftlich größte Bedeutung gewonnen. Sie verdrängen die Kolbenmaschinen mit den hin- und hergehenden, durch Triebkräfte und Massenwirkung ungünstig beanspruchten Gestängen auf immer weiteren Gebieten. Sehr gefördert wurde ihre Entwicklung durch die Elektrotechnik, welche, bei ihren eigenen Maschinen auf Drehbewegung angewiesen, bestrebt sein mußte, diese Art der Bewegung auch auf allen Anwendungsgebieten elektrischer Maschinen zur Geltung zu bringen, namentlich da für beide Maschinenarten hohe Laufgeschwindigkeit vorteilhaft ist. Selbst die gegenüber den Kolbenmaschinen in manchen Fällen niedrigeren Wirkungsgrade der rotierenden, z. B. der Kreiselpumpen, sind nicht immer ausschlaggebend.