

Vorrede.

Nach Entdeckung der planetarischen Bewegungsgesetze fehlten dem Geiste Kepler's die Mittel nicht, um die Elemente der einzelnen Planeten aus den Beobachtungen abzuleiten. Tycho Brahe, von dem die praktische Astronomie zu einer bis dahin ungekannten Höhe erhoben war, hatte alle Planeten eine lange Reihe von Jahren hindurch mit grösster Sorgfalt und einer solchen Ausdauer beobachtet, dass für Kepler, als eines solchen Schatzes würdigsten Erben, nur die Sorge der Auswahl dessen verblieb, was zur Schaffung einer Vorlage behuf Erreichung jeden Zieles geeignet war. Diese Arbeit wurde gar sehr dadurch erleichtert, dass die mittleren Bewegungen der Planeten schon lange mit grösster Schärfe durch die ältesten Beobachtungen bestimmt waren.

Die Astronomen, welche später als Kepler es unternahmen, die Planetenbahnen auf Grund neuerer und vollkommenerer Beobachtungen noch genauer auszumessen, wurden dabei durch die nämlichen, oder durch noch bessere Hilfsmittel unterstützt. Denn es handelte sich nicht mehr darum, noch gänzlich unbekannte Elemente zu ermitteln, sondern es brauchten nur die bekannten um Kleinigkeiten verbessert und in engere Grenzen eingeschlossen zu werden.

Das von dem grossen Newton entdeckte Princip der allgemeinen Schwere eröffnete ein ganz neues Feld und lehrte, dass denselben Gesetzen, welche nach Kepler's Erfahrung die fünf Planeten regierten, nur mit einer kleinen Aenderung alle Himmelskörper nothwendig gehorchen müssen, wenigstens die, deren Bewegungen nur von der Kraft der Sonne gelenkt werden. Es hatte nämlich, auf das Zeugnis der Beobachtungen sich verlassend, Kepler ausgesprochen, dass die Bahn eines jeden Planeten eine Ellipse sei, in der die

*

Flächenräume um die, den einen Brennpunkt der Ellipse einnehmende Sonne gleichförmig und zwar so beschrieben werden, dass die Quadrate der Umlaufzeiten in verschiedenen Ellipsen sich verhalten wie die Cubikzahlen der grossen Halbachsen. Dagegen zeigte Newton, durch Aufstellung des Princips der allgemeinen Schwere, *a priori*, dass alle, von der anziehenden Kraft der Sonne regierten Körper in Kegelschnitten sich bewegen müssen, von denen uns die Planeten zwar nur eine Art, nämlich die Ellipsen zeigen, während die übrigen Arten, Parabeln und Hyperbeln, für gleich möglich gehalten werden müssen, falls nur Körper da sind, die der Kraft der Sonne mit der erforderlichen Geschwindigkeit entgegentreten; dass die Sonne stets den einen Brennpunkt des Kegelschnitts einnimmt; dass die Flächen, welche derselbe Körper in verschiedenen Zeiten um die Sonne beschreibt, diesen Zeiten proportional sind, und dass endlich die von verschiedenen Körpern in gleichen Zeiten um die Sonne beschriebenen Flächen sich wie die Quadratwurzeln der Halbachsenparameter der Bahnen verhalten. Dies letztere Gesetz, welches bei der elliptischen Bewegung identisch mit dem letzten Kepler'schen Gesetze ist, erstreckt sich auch auf die parabolische und hyperbolische Bewegung, auf welche das Kepler'sche in Ermangelung der Umlaufzeiten sich nicht anwenden lässt. Jetzt war der Faden gefunden, unter dessen Leitung es möglich wurde, in das vorher unzugängliche Labyrinth der Cometenbewegungen einzudringen. Dies gelang so glücklich, dass zur Erklärung aller genau beobachteten Cometenbewegungen die einzige Hypothese, dass ihre Bahnen parabolisch seien, genügt. So hatte das System der allgemeinen Schwere der Analysis neue und glänzende Triumphe bereitet, und die Cometen, die bis dahin ungebändigt waren, oder die, wenn sie besiegt schienen, bald aufständisch und (v) rebellisch wurden, liessen sich den Zügel anlegen, wurden Freunde aus Feinden und verfolgten ihren Weg in den von der Rechnung vorgezeichneten Bahnen, denselben ewigen Gesetzen wie die Planeten gläubig gehorchend.

Nun entstanden bei der Bestimmung der parabolischen Cometenbahnen aus den Beobachtungen weit grössere Schwierigkeiten, als bei Berechnung der elliptischen Planetenbahnen, hauptsächlich deshalb, weil die Cometen vermöge des kürzeren Zeitraumes ihrer Sichtbarkeit eine Auswahl von zu diesem oder jenem bequemen Beobachtungen nicht gestatteten, sondern den Geometer zwangen, diejenigen Beobachtungen zu benutzen, die der Zufall dargeboten

hatte, so dass man die besondern, bei den Planetenrechnungen angewandten Methoden kaum jemals gebrauchen konnte. Selbst der grosse Newton, der erste Geometer seines Jahrhunderts, verkannte die Schwierigkeit des Problems nicht, ging aber doch, wie sich das erwarten liess, auch aus diesem Kampfe siegreich hervor. Viele Geometer nach Newton wendeten ihre Bestrebungen diesem Probleme, wenn gleich mit verschiedenem Glücke, doch so zu, dass unseren Zeiten wenig zu wünschen übrig geblieben ist.

Man darf vor allen Dingen nicht ausser Acht lassen, dass auch bei diesem Probleme die Schwierigkeit glücklicher Weise durch die Kenntniss eines Elementes des Kegelschnittes vermindert wird, indem eben durch Voraussetzung einer parabolischen Bahn die grosse Axe als unendlich gross gesetzt wird. Denn alle Parabeln, wenn man von ihrer Lage absieht, unterscheiden sich von einander lediglich durch den grösseren oder kleineren Abstand ihres Scheitels vom Brennpunkte, während die Kegelschnitte, allgemein betrachtet, eine unendlich grössere Verschiedenheit zulassen. Zwar war kein genügender Grund zu der Annahme vorhanden, weshalb die Lauflinien der Cometen mit absoluter Genauigkeit parabolisch sein sollten; ja es war vielmehr unendlich wenig wahrscheinlich, dass die Natur jemals in eine solche Voraussetzung eingewilligt habe. Dennoch aber stand es fest, dass die Erscheinung eines Himmelskörpers, der sich in einer Ellipse oder Hyperbel^(VI) bewegt, deren grosse Axe im Verhältniss zum Parameter ausserordentlich lang ist, in der Nähe des Perihels sehr wenig von der Bewegung in einer Parabel abweicht, die einen gleichen Abstand des Scheitels vom Brennpunkte hat, und dass dieser Unterschied um so kleiner herauskommt, je grösser jenes Verhältniss der Axe zum Parameter ist. Da ferner die Erfahrung gelehrt hatte, dass zwischen der beobachteten Bewegung und der für die parabolische Bahn berechneten Bewegung kaum jemals grössere Unterschiede übrig bleiben, als mit Sicherheit auf die Beobachtungsfehler (die hier gemeiniglich merklich genug sind) geschoben werden können, so hielten es die Astronomen für angemessen, bei der Parabel stehen zu bleiben. Und zwar mit Recht, da es an Hilfsmitteln fehlte, aus denen sich mit hinreichender Sicherheit schliessen liess, ob überhaupt und wie gross der Unterschied von der Parabel war. Ausnehmen muss man dabei den bekannten Halley'schen Cometen, der, als eine sehr gestreckte Ellipse beschreibend und in seiner Rückkehr zum Perihel

Flächenräume um die, den einen Brennpunkt der Ellipse einnehmende Sonne gleichförmig und zwar so beschrieben werden, dass die Quadrate der Umlaufzeiten in verschiedenen Ellipsen sich verhalten wie die Cubikzahlen der grossen Halbachsen. Dagegen zeigte Newton, durch Aufstellung des Princips der allgemeinen Schwere, *a priori*, dass alle, von der anziehenden Kraft der Sonne regierten Körper in Kegelschnitten sich bewegen müssen, von denen uns die Planeten zwar nur eine Art, nämlich die Ellipsen zeigen, während die übrigen Arten, Parabeln und Hyperbeln, für gleich möglich gehalten werden müssen, falls nur Körper da sind, die der Kraft der Sonne mit der erforderlichen Geschwindigkeit entgegentreten; dass die Sonne stets den einen Brennpunkt des Kegelschnitts einnimmt; dass die Flächen, welche derselbe Körper in verschiedenen Zeiten um die Sonne beschreibt, diesen Zeiten proportional sind, und dass endlich die von verschiedenen Körpern in gleichen Zeiten um die Sonne beschriebenen Flächen sich wie die Quadratwurzeln der Halbachsenparameter der Bahnen verhalten. Dies letztere Gesetz, welches bei der elliptischen Bewegung identisch mit dem letzten Kepler'schen Gesetze ist, erstreckt sich auch auf die parabolische und hyperbolische Bewegung, auf welche das Kepler'sche in Ermangelung der Umlaufzeiten sich nicht anwenden lässt. Jetzt war der Faden gefunden, unter dessen Leitung es möglich wurde, in das vorher unzugängliche Labyrinth der Cometenbewegungen einzudringen. Dies gelang so glücklich, dass zur Erklärung aller genau beobachteten Cometenbewegungen die einzige Hypothese, dass ihre Bahnen parabolisch seien, genügt. So hatte das System der allgemeinen Schwere der Analysis neue und glänzende Triumphe bereitet, und die Cometen, die bis dahin ungebändigt waren, oder die, wenn sie besiegt schienen, bald aufständisch und (v) rebellisch wurden, liessen sich den Zügel anlegen, wurden Freunde aus Feinden und verfolgten ihren Weg in den von der Rechnung vorgezeichneten Bahnen, denselben ewigen Gesetzen wie die Planeten gläubig gehorchend.

Nun entstanden bei der Bestimmung der parabolischen Cometenbahnen aus den Beobachtungen weit grössere Schwierigkeiten, als bei Berechnung der elliptischen Planetenbahnen, hauptsächlich deshalb, weil die Cometen vermöge des kürzeren Zeitraumes ihrer Sichtbarkeit eine Auswahl von zu diesem oder jenem bequemen Beobachtungen nicht gestatteten, sondern den Geometer zwangen, diejenigen Beobachtungen zu benutzen, die der Zufall dargeboten

hatte, so dass man die besondern, bei den Planetenrechnungen angewandten Methoden kaum jemals gebrauchen konnte. Selbst der grosse Newton, der erste Geometer seines Jahrhunderts, verkannte die Schwierigkeit des Problems nicht, ging aber doch, wie sich das erwarten liess, auch aus diesem Kampfe siegreich hervor. Viele Geometer nach Newton wendeten ihre Bestrebungen diesem Probleme, wenn gleich mit verschiedenem Glücke, doch so zu, dass unseren Zeiten wenig zu wünschen übrig geblieben ist.

Man darf vor allen Dingen nicht ausser Acht lassen, dass auch bei diesem Probleme die Schwierigkeit glücklicher Weise durch die Kenntniss eines Elementes des Kegelschnittes vermindert wird, indem eben durch Voraussetzung einer parabolischen Bahn die grosse Axe als unendlich gross gesetzt wird. Denn alle Parabeln, wenn man von ihrer Lage absieht, unterscheiden sich von einander lediglich durch den grösseren oder kleineren Abstand ihres Scheitels vom Brennpunkte, während die Kegelschnitte, allgemein betrachtet, eine unendlich grössere Verschiedenheit zulassen. Zwar war kein genügender Grund zu der Annahme vorhanden, weshalb die Lauflinien der Cometen mit absoluter Genauigkeit parabolisch sein sollten; ja es war vielmehr unendlich wenig wahrscheinlich, dass die Natur jemals in eine solche Voraussetzung eingewilligt habe. Dennoch aber stand es fest, dass die Erscheinung eines Himmelskörpers, der sich in einer Ellipse oder Hyperbel^(VI) bewegt, deren grosse Axe im Verhältniss zum Parameter ausserordentlich lang ist, in der Nähe des Perihels sehr wenig von der Bewegung in einer Parabel abweicht, die einen gleichen Abstand des Scheitels vom Brennpunkte hat, und dass dieser Unterschied um so kleiner herauskommt, je grösser jenes Verhältniss der Axe zum Parameter ist. Da ferner die Erfahrung gelehrt hatte, dass zwischen der beobachteten Bewegung und der für die parabolische Bahn berechneten Bewegung kaum jemals grössere Unterschiede übrig bleiben, als mit Sicherheit auf die Beobachtungsfehler (die hier gemeiniglich merklich genug sind) geschoben werden können, so hielten es die Astronomen für angemessen, bei der Parabel stehen zu bleiben. Und zwar mit Recht, da es an Hilfsmitteln fehlte, aus denen sich mit hinreichender Sicherheit schliessen liess, ob überhaupt und wie gross der Unterschied von der Parabel war. Ausnehmen muss man dabei den bekannten Halley'schen Cometen, der, als eine sehr gestreckte Ellipse beschreibend und in seiner Rückkehr zum Perihel

mehrfach beobachtet, uns eine periodische Umlaufszeit offenbarte. Dann aber ist, wenn solchergestalt die grosse Axe bekannt wird, die Berechnung der übrigen Elemente kaum für schwieriger zu halten, als eine parabolische Bahnbestimmung. Ich kann zwar nicht mit Stillschweigen übergehen, dass die Astronomen auch bei einigen anderen, etwas längere Zeit hindurch beobachteten Cometen die Bestimmung der Abweichung von der Parabel versucht haben. Aber alle zu dem Ende vorgeschlagenen oder angewandten Methoden stützen sich auf die Voraussetzung, dass die Abweichung von der Parabel nicht beträchtlich ist, wodurch dann in jenen Versuchen die vorher schon berechnete Parabel selbst eine genäherte Kenntniss der einzelnen Elemente (mit Ausnahme der grossen Axe oder der hiervon abhängenden Umlaufszeit) liefert, die dann nur durch kleine Aenderungen verbessert wird. Ausserdem muss man gestehen, dass alle die fraglichen Versuche — wenn man vielleicht den Cometen des Jahres 1770 ausnimmt — kaum je etwas Sicheres zu entscheiden vermögen haben.

- (VII) Sobald man erkannte, wie die Bewegung des neuen, im Jahre 1781 entdeckten Planeten sich mit der parabolischen Hypothese nicht vereinigen lasse, begannen die Astronomen, ihr eine Kreisbahn anzupassen: eine Arbeit, die sich durch eine sehr leichte und einfache Rechnung erledigen lässt. Durch ein glückliches Geschick besass die Bahn dieses Planeten nur eine mässige Excentricität, und so gaben die unter jener Voraussetzung herausgebrachten Elemente wenigstens irgend welche Annäherung, auf welche nachher die Bestimmung der elliptischen Elemente sich stützen liess. Es traten noch mehre andere Glücksfälle hinzu. Denn die langsame Bewegung des Planeten und die geringe Neigung seiner Bahn gegen die Ebene der Ecliptik vereinfachten nicht nur die Rechnungen ausserordentlich und gestatteten die Benutzung besonderer Methoden, die auf andere Fälle nicht anwendbar sind, sondern zerstreuten zugleich die Besorgniss, dass der, in die Sonnenstrahlen eingetauchte Planet nachher die Bemühungen der Aufsucher vereiteln würde (eine Besorgniss, die sonst allerdings, besonders wenn überdies sein Licht weniger lebhaft gewesen wäre, hätte beunruhigen können). So konnte man denn mit Sicherheit eine genauere Bahnbestimmung bis dahin aufschieben, dass aus häufigeren und entfernteren Beobachtungen diejenigen sich auswählen liessen, welche zu diesem Zwecke besonders geeignet erschienen.

mehrfach beobachtet, uns eine periodische Umlaufszeit offenbarte. Dann aber ist, wenn solchergestalt die grosse Axe bekannt wird, die Berechnung der übrigen Elemente kaum für schwieriger zu halten, als eine parabolische Bahnbestimmung. Ich kann zwar nicht mit Stillschweigen übergehen, dass die Astronomen auch bei einigen anderen, etwas längere Zeit hindurch beobachteten Cometen die Bestimmung der Abweichung von der Parabel versucht haben. Aber alle zu dem Ende vorgeschlagenen oder angewandten Methoden stützen sich auf die Voraussetzung, dass die Abweichung von der Parabel nicht beträchtlich ist, wodurch dann in jenen Versuchen die vorher schon berechnete Parabel selbst eine genäherte Kenntniss der einzelnen Elemente (mit Ausnahme der grossen Axe oder der hiervon abhängenden Umlaufszeit) liefert, die dann nur durch kleine Aenderungen verbessert wird. Ausserdem muss man gestehen, dass alle die fraglichen Versuche — wenn man vielleicht den Cometen des Jahres 1770 ausnimmt — kaum je etwas Sicheres zu entscheiden vermögen haben.

- (VII) Sobald man erkannte, wie die Bewegung des neuen, im Jahre 1781 entdeckten Planeten sich mit der parabolischen Hypothese nicht vereinigen lasse, begannen die Astronomen, ihr eine Kreisbahn anzupassen: eine Arbeit, die sich durch eine sehr leichte und einfache Rechnung erledigen lässt. Durch ein glückliches Geschick besass die Bahn dieses Planeten nur eine mässige Excentricität, und so gaben die unter jener Voraussetzung herausgebrachten Elemente wenigstens irgend welche Annäherung, auf welche nachher die Bestimmung der elliptischen Elemente sich stützen liess. Es traten noch mehre andere Glücksfälle hinzu. Denn die langsame Bewegung des Planeten und die geringe Neigung seiner Bahn gegen die Ebene der Ecliptik vereinfachten nicht nur die Rechnungen ausserordentlich und gestatteten die Benutzung besonderer Methoden, die auf andere Fälle nicht anwendbar sind, sondern zerstreuten zugleich die Besorgniss, dass der, in die Sonnenstrahlen eingetauchte Planet nachher die Bemühungen der Aufsucher vereiteln würde (eine Besorgniss, die sonst allerdings, besonders wenn überdies sein Licht weniger lebhaft gewesen wäre, hätte beunruhigen können). So konnte man denn mit Sicherheit eine genauere Bahnbestimmung bis dahin aufschieben, dass aus häufigeren und entfernteren Beobachtungen diejenigen sich auswählen liessen, welche zu diesem Zwecke besonders geeignet erschienen.

In allen Fällen daher, wo man die Bahn eines Himmelskörpers aus den Beobachtungen herleiten musste, existirten gewisse, nicht zu verachtende Vortheile, welche die Anwendung besonderer Methoden anriethen oder doch wenigstens erlaubten, und unter diesen Vortheilen war der vorzüglichste der, dass durch hypothetische Annahmen sich bereits eine genäherte Kenntniss gewisser Elemente erlangen liess, bevor man die Berechnung der elliptischen Elemente unternahm.

Nichtsdestoweniger erscheint es wunderbar genug, dass das allgemeine Problem:

„Die Bahn eines Himmelskörpers ohne jede hypothetische Voraussetzung aus Beobachtungen zu bestimmen, die keinen (VIII) grossen Zeitraum umfassen und daher eine Wahl für die Anwendung besonderer Methoden nicht gestatten,“

bis zum Beginn dieses Jahrhunderts fast ganz vernachlässigt oder wenigstens von Niemandem mit Strenge und Würde behandelt ist, da es sich mindestens den Theoretikern wegen seiner Schwierigkeit und Eleganz hätte empfehlen können, wenn auch den Praktikern seine höchste Nützlichkeit noch nicht bekannt gewesen wäre. Es hatte sich aber bei Allen die sicher schlecht begründete Meinung eingebürgert, dass eine solche vollständige Bestimmung aus einen kürzeren Zeitraum umfassenden Beobachtungen unmöglich sei, während es gegenwärtig bereits völlig sicher ist, dass sich die Bahn eines Himmelskörpers aus guten, nur wenige Tage umfassenden Beobachtungen ohne jede hypothetische Voraussetzung schon hinreichend genähert bestimmen lässt.

Ich war auf gewisse Ideen verfallen, die zur Auflösung dieses grossen eben besprochenen Problems beitragen konnten, als ich im Monate September 1801, mit einer ganz verschiedenartigen Arbeit beschäftigt war. Nicht selten lässt man es in einem solchen Falle, um nicht zu sehr von einer angenehmen Untersuchung abgezogen zu werden, dahin kommen, dass Ideen-Verbindungen, die bei einer aufmerksameren Prüfung die reichsten Früchte hätten tragen können, durch Vernachlässigung untergehen. Vielleicht hätte auch diesen Ideen das nämliche Schicksal bevorgestanden, wenn sie nicht glücklicher Weise in eine Zeit gefallen wären, die nicht besser zu ihrer Bewahrung und

Begünstigung hätte gewählt werden können. Um jene Zeit nämlich ungefähr flog das Gerücht von der am 1. Januar jenes Jahres auf der Sternwarte zu Palermo geschehenen Entdeckung eines neuen Planeten durch Aller Mund, und bald gelangten die seit jener Epoche bis zum 11. Februar von dem ausgezeichneten Astronomen Piazzì angestellten Beobachtungen zur öffentlichen Kunde. Nirgends findet man sicher in den Annalen der Astronomie eine so (ix) wichtige Gelegenheit, und sie hätte kaum wichtiger ausgedacht werden können, um die hohe Bedeutung des fraglichen Problems auf das deutlichste zu zeigen, als bei einer so grossen Probe und der drängenden Nothwendigkeit, wo alle Hoffnung, ein planetarisches Atom nach Verlauf ungefähr eines Jahres unter den unzähligen kleinen Sternen des Himmels wieder zu finden, einzig und allein von der Erkenntniss einer hinreichend genäherten Bahn abhing, die lediglich auf jene sehr wenigen Beobachtungen gestützt werden musste. Hätte ich je in gelegener Weise eine Probe anstellen können, was meine Ideen für den praktischen Gebrauch werth waren, als wenn ich sie damals zur Bahnbestimmung für die Ceres anwandte, für einen Planeten, der innerhalb jener 41 Tage einen geocentrischen Bogen von nur drei Graden beschrieben hatte, und der nach Ablauf eines Jahres an einer, weit von dort abgelegenen Region des Himmels aufgesucht werden musste? Die erste Anwendung dieser Methode ist im Monate October 1801 gemacht, und die erste heitere Nacht, in welcher der Planet nach Anleitung der daraus abgeleiteten Zahlen gesucht wurde (December 7. 1801 von Herrn von Zach) gab den Flüchtling den Beobachtungen wieder. Drei andere neue Planeten sind seit der Zeit entdeckt, und haben neue Gelegenheiten geboten, die Wirksamkeit und die Allgemeinheit der Methode zu prüfen und zu bestätigen.

Gleich nach Wiederauffindung der Ceres wünschten mehre Astronomen, dass ich die bei jenen Rechnungen angewandten Methoden öffentlich bekannt machen möge. Mehre Hindernisse standen aber entgegen, als dass ich schon damals diesen freundschaftlichen Aufforderungen hätte willfahren können: andere Geschäfte, der Wunsch, die Sache noch etwas ausführlicher durchzuarbeiten und vorzüglich die Erwartung, dass sich bei fortgesetzter Beschäftigung mit dieser Untersuchung verschiedene Theile der Auflösung zur Höhe grösserer Allgemeinheit, Einfachheit und Eleganz würden erheben lassen. Da mich diese Hoffnung nicht getäuscht hat, so glaube ich nicht, dass ich

diesen Verzug zu bereuen habe. Denn die anfangs angewandten Methoden*) haben zu wiederholten Malen so häufige und so grosse Aenderungen erlitten, dass zwischen der Art, wie damals die Ceres-Bahn gerechnet ist, und der in diesem Werke behandelten Einrichtung kaum die Spur einer Aehnlichkeit (x) geblieben ist. Obgleich es nun nicht meine Absicht ist, über alle diese allmählich mehr und mehr vollendeten Untersuchungen eine vollständige Schilderung zu schreiben, so habe ich doch bei mehreren Gelegenheiten, namentlich wo es sich um eine schwierigere Aufgabe handelte, geglaubt, die früheren Methoden nicht allenthalben unterdrücken zu sollen. Ich habe vielmehr, abgesehen von den Lösungen der Hauptaufgaben, sehr Vieles, was während einer hinreichend langen Beschäftigung mit der Bewegung der Himmelskörper in Kegelschnitten, entweder der analytischen Eleganz halber, oder vorzugsweise des praktischen Gebrauchs wegen, als Bemerkenswerthes sich mir darbot, in diesem Werke ausgeführt. Stets jedoch habe ich den mir eigenen Sachen oder Methoden eine grössere Sorgfalt gewidmet, das Bekannte aber nur leichthin berührt, wo es der Zusammenhang der Sache zu erfordern schien.

Das ganze Werk ist in zwei Theile zerlegt. Im ersten Buche werden die Relationen unter den Grössen entwickelt, von welchen die Bewegung der Himmelskörper um die Sonne nach den Kepler'schen Gesetzen abhängig ist, und zwar in den zwei ersten Abschnitten diejenigen Relationen, wo nur ein einziger Ort an und für sich betrachtet wird, im dritten und vierten Abschnitte aber diejenigen, wo mehre Orte unter sich in Verbindung gebracht werden. Letztere beiden Abschnitte enthalten die Auseinandersetzung von Methoden, sowohl der gewöhnlich gebräuchlichen, als auch vorzüglich einiger anderen, die, wenn ich nicht irre, zum praktischen Gebrauche weit vorzuziehen sind, durch welche man von den bekannten Elementen zu den Erscheinungen übergeht. Diese Aufgaben enthalten vieles sehr Schwierige, was den Weg zu den umgekehrten Operationen anbahnt. Da inzwischen die Erscheinungen aus der künstlichen und intricaten Verwickelung der Elemente zusammengesetzt

*) In dieser Beziehung empfiehlt sich das Studium des durch von Lindenau in der v. Zach'schen Monatlichen Correspondenz (Band 20, S. 197) publicirten Aufsatzes von Gauss, der den Titel führt: „Summarische Uebersicht der zur Bestimmung der Bahnen der beiden neuen Hauptplaneten angewandten Methoden.“

Anmerkung des Uebersetzers.

sind, so muss man dies Gewebe von Grund aus durchblickt haben, ehe man mit Hoffnung auf Erfolg die Entwirrung der Fäden und die Auflösung des (XI) Werks in seine Bestandtheile unternehmen kann. Im ersten Buche werden daher die Instrumente und Hilfsmittel zusammengebracht, womit sodann im zweiten Buche dies schwierige Geschäft selbst vollbracht wird. Ein sehr grosser Theil der Arbeit besteht dann darin, dass jene Hilfsmittel gehörig gesammelt, in eine schickliche Anordnung gebracht und auf das vorgesteckte Ziel gerichtet werden.

Die schwierigeren Aufgaben sind grösstentheils durch passende Beispiele erläutert, die, wo es anging, stets von nicht fingirten Beobachtungen hergenommen sind. So wird nicht nur ein grösseres Vertrauen zu der Wirksamkeit der Methode erweckt, und der Gebrauch klarer vor Augen geführt, sondern ich hoffe auch, solchergestalt versichert zu sein, dass nicht die weniger Geübten von dem Studium dieser Dinge abgeschreckt werden, die zweifelsohne den fruchtbarsten und schönsten Theil der theoretischen Astronomie ausmachen.

Geschrieben zu Göttingen, den 28. März 1809.
