

## Achter Abschnitt.

### Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander.

Nach der Instruction, welche der General *v. Müffling* als Chef des Generalstabes der Armee im Jahre 1821 für die trigonometrischen Arbeiten ertheilt hatte, waren die Dimensionen des Erdellipsoids wie folgt angenommen:

Log. der großen Axe  $a = 6,51479225$  in Toisen

Abplattung . . . . .  $\alpha = \frac{1}{310}$  - -

Die Berechnungen der geographischen Positionen sämtlicher Dreieckspunkte im Preussischen Staate sind nach dieser Instruction geführt worden, wobei die Position der Seeberger Sternwarte als Ausgangspunkt diente. Dies wäre nun zwar an und für sich schon eine Veranlassung gewesen, der Gleichförmigkeit wegen diese Annahmen beizubehalten, allein es gab noch einen triftigeren Grund, nämlich den, daß die vom Seeberge ausgegangene, und durch eine Dreieckskette über Berlin und Posen bis Königsberg fortgeführte Berechnung der geographischen Positionen, mit der astronomischen Bestimmung der Königsberger Sternwarte eine sehr befriedigende Uebereinstimmung zeigte, woraus denn gefolgert wurde, daß die allgemeine Krümmung des Erdellipsoids zwischen Seeberg und Königsberg den obigen Annahmen sehr nahe entsprechen müsse. Diese Gründe, so wie der Umstand, daß die sphärischen Excesse schon früher berechnet waren und daß die in der erwähnten Instruction berechneten Hülftafeln vorkommenden Falles überall benutzt werden können, bestimmten mich, die obigen Dimensionen der Erde unverändert beizubehalten.

Die Berechnung des sphärischen Excesses wurde nach der Formel

$$\varepsilon = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2 \rho \rho' \sin 1''}$$

geführt.  $b$  und  $c$  sind die beiden den Winkel  $A$  einschließenden Seiten eines

Dreiecks;  $\varrho$  bedeutet den Krümmungsradius im Meridian,  $\varrho'$  den Krümmungsradius senkrecht auf den Meridian. Ihre Werthe sind bekanntlich

$$\varrho = \frac{a(1-ee)}{(1-ee \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}; \quad \varrho' = \frac{a}{\sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}}$$

$\varphi$  ist die Polhöhe,  $ee$  das Quadrat der Excentricität.

Für  $\varphi$  wurde hier das arithmetische Mittel der Polhöhen der drei Dreieckspunkte gesetzt, deren Berechnung schon Behufs der topographischen Aufnahme stattgefunden hatte.

Alle Dreieckspunkte liegen demnach auf der Oberfläche eines Rotations-Ellipsoids von den obigen Dimensionen, und jedes einzelne Dreieck bezieht sich zugleich auf die Oberfläche einer Kugel, deren Radius  $= \sqrt{\varrho\varrho'}$  ist.

Die Kleinheit der Dreiecke gestattet bei der Berechnung der Seiten die Anwendung des *Legendre'schen* Satzes, nach welchem man die Berechnung kleiner sphärischer oder sphäroidischer Dreiecke (*Bessel* Gradmessung Seite 166) durch Verminderung jedes Winkels um  $\frac{1}{3}$  des Excesses auf die Berechnung ebener Dreiecke zurückführt. Die Längen der Seiten können daher auch als Bogen der sphäroidischen Dreiecke angesehen werden. Die Rechnung ist mit Logarithmen von 8 richtigen Decimalstellen geführt, die aus zehnstelligen Tafeln genommen wurden.

§. 98. *Einführung der Grundlinie in das Dreiecksnetz.*

Die nach §. 10 in zwei Abtheilungen gemessene Grundlinie kann auf zweierlei Weise in das Dreiecksnetz eingeführt werden:

- 1) Wenn die Ausgleichung der Richtungen ohne Rücksicht auf die gemessenen Linien ausgeführt wird, und
- 2) Wenn dieser Ausgleichung noch die Bedingung hinzugefügt wird, daß die gemessenen Theile der Grundlinie  $AB$  und  $BC$  als absolut richtig angesehen werden.

Das erste Verfahren wird zur Berechnung des Dreiecksnetzes gewählt werden, es sollen aber vorher die Ergebnisse beider mit einander verglichen werden.

*Einführung der Grundlinie ohne Rücksicht auf die beiden unabhängig von einander gemessenen Stücke derselben.*

Werden den im Mittelpunkt der Grundlinie  $B$  (§. 77) beobachteten Richtungen die Verbesserungen, welche in §. 96 aufgeführt sind, hinzugefügt, so findet man den Winkel  $CBA$  (Taf. II.), den die beiden Theile der gemessenen Grundlinie  $AB$  und  $CB$  einschließen  $= 179^{\circ} 59' 14,2495$ . Nach §. 10 ist  $AB = 588,509172$ ;  $CB = 610,213860$ . Aus diesen drei Stücken erhält man zunächst durch genaue Berechnung die ganze Grundlinie  $AC = 1198,723025$ ; und dieser Werth weicht erst in der fünften Decimalstelle von der Summe der beiden gemessenen Stücke ab. Ferner findet man die beiden anliegenden Winkel  $\angle BCA = 22,4611$  und  $\angle BAC = 23,2894$ , und daraus die entsprechenden Richtungen.

Die definitiven Richtungen in den Endpunkten der Grundlinie sind daher folgende:

In $A$ .				In $C$ .			
Marienfelde	0°	0'	— 0,1305	Buckow . .	0°	0'	— 0,0011
B . . . . .	57	45	54,4986	A . . . . .	58	55	46,3450
C . . . . .	57	46	17,7880	B . . . . .	58	56	8,8061
Buckow . .	122	20	48,9211	Marienfelde	126	50	40,3284
				Rauenberg .	223	58	55,5645

Aus diesen Richtungen, in Verbindung mit den verbesserten Richtungen in Buckow, erhält man das erste Dreieck wie folgt:

	Buckow	56° 29' 42",5336	56° 29' 42",529	cpl log Sin	0,0789177, 6	0,0789177, 6
I.	C . . . .	58 55 46,3461	58 55 46,342	log AC	3,0787188, 5	3,0787188, 5
	A . . . .	64 34 31,1331	64 34 31,129	log Sin C	9,9327442, 4	l. Sin A 9,9557600, 8
		180 0 0,0128	180 0 0,000	l. BuA =	3,0903808, 5	l. BuC = 3,1133966, 9
	ε . . . . .	0,013				

Betrachtet man (Taf. II.) die Figur *ABC* *Buckow*, so findet man, daß mit Zuziehung des angeführten Dreiecks die beiden Theile *BC* und *AB* der Grundlinie durch die beiden nachfolgenden Dreiecke unabhängig von einander mit der Linie *AC* in Verbindung stehen.

	Buckow	27° 59' 21",8689
II.	B . . . .	93 4 29,3309
	C . . . .	58 56 8,8072
		180 0 0,0070
	ε . . . . .	0,007

	Buckow	28° 30' 20",6648
III.	A . . . .	64 34 54,4225
	B . . . .	86 54 44,9186
		180 0 0,0059
	ε . . . . .	0,006

Vermittelst dieser Dreiecke kann daher die Seite *AC* auf doppelte Weise bestimmt werden: einmal aus der Seite *BC* und den Dreiecken *BuckowBC* und *ABuckowC*; und dann aus der Seite *AB* und den Dreiecken *BuckowAB* und *CBuckowA*.

Im ersten Fall, oder aus dem nördlichen Theil der Grundlinie *BC*, erhält man  $\text{Log } AC = 3,0787202, 9 \dots 1198,7270$ . Der Unterschied mit dem vorhin direct gefundenen Werth beträgt  $+ 0,003975$  oder  $\frac{1}{302000}$  der Länge.

Im zweiten Fall, oder aus dem südlichen Theil der Grundlinie *AB*, erhält man  $\text{Log } AC = 3,0787173, 5 \dots 1198,7189$ . Der Unterschied beträgt  $- 0,004125$  oder  $\frac{1}{291000}$  der Länge.

Den ersten Fehler würde man begangen haben, wenn man *BC* allein, und den zweiten, wenn man *AB* allein gemessen hätte. Dafs beide Fehler einander nahe gleich, aber entgegengesetzt sind, ist durch die Figur und die Abhängigkeit, in der sie zu einander stehen, bedingt; denn rechnet man z. B. von *BC* nach *AB*, so findet man den Quotienten  $\frac{AB}{BC}$  gleich einer Sinusfunction. Ist die in dieser Gleichung enthaltene Bedingung vollständig erfüllt, so verschwinden die obigen Unterschiede gänzlich; ist sie aber, wie es oben der Fall ist, nicht erfüllt, und der eine Fehler ist bekannt, so läßt sich der andere durch Rechnung finden.

Es bleibt noch zu untersuchen, in wiefern die obigen Unterschiede sich aus dem mittleren Fehler der Winkelmessungen erklären lassen.

Die logarithmische Differenz mit dem direct gefundenen  $AC$  beträgt im ersten Fall in den letzten Stellen  $+ 14,4$ ; im zweiten Fall  $- 15,0$ . Der mittlere Fehler der Winkelmessung kann nach §. 97 gleich  $\frac{1}{3}$  Secunde angenommen werden. In dem Dreieck  $\mathcal{N}^{\circ}$  II. ist für den Winkel in Buckow die logarithmische Differenz des Sinus für  $1'' = 39,6$ , also für  $\frac{1}{3}$  Secunde  $= 13,2$ . In dem Dreieck  $\mathcal{N}^{\circ}$  III.  $= 38,8$ , also für  $\frac{1}{3}$  Secunde  $= 12,9$ . Da nun das Geschlossensein der Figur verlangt, daß wenn ein Winkel um  $\frac{1}{3}$  Secunde zu groß ist, der andere um eben so viel zu klein sein muß, so kann der erwähnte Unterschied, unter der Voraussetzung, daß eine Richtung um  $\frac{1}{3}$  Secunde fehlerhaft gemessen wurde, ziemlich genügend erklärt werden. Zu bemerken ist noch, daß die obigen Winkel sehr spitz sind, und daß bei günstig geformten Dreiecken der Einfluß eines solchen Winkelfehlers auf die Seiten nur etwa den dritten Theil der logarithmischen Unterschiede betragen haben würde. Dieser Vortheil kömmt daher der Operation zu Gute, wenn man anstatt der einzelnen Theile die ganze gemessene Grundlinie  $AC$  einführt.

*Einführung der Grundlinie unter der Bedingung, daß die beiden unabhängig von einander gemessenen Theile derselben als absolut richtig angesehen werden.*

Die unter diesem Gesichtspunkt zu erfüllende Bedingung ist:

$$1 = \frac{AB \cdot \sin BB^u A \cdot \sin BCB^u}{BC \cdot \sin BAB^u \cdot \sin BB^u C}$$

Hätte man diese Bedingung als 87ste denen in §. 89 hinzugefügt und dann dieselben aufgelöst, so würde man die Verbesserungen der Winkel so gefunden haben, daß die Berechnungen von  $AC$  aus  $AB$  und aus  $BC$  mit der directen Messung von  $AC$  eine völlige Uebereinstimmung gegeben hätten. Es hätte sich alsdann aber nicht beurtheilen lassen, welche Unterschiede bei dem ersten Verfahren, wo nur die Winkelbedingungen allein erfüllt wurden, zum Vorschein gekommen wären, und ob diese Unterschiede durch den mittleren Fehler der Winkelmessung befriedigend erklärt werden können. Diese Gründe, so wie die Absicht, die Längen- und Winkelmessungen von einander getrennt zu halten, bestimmten mich bei der Einführung der Grundlinie das erste Verfahren in Anwendung zu bringen. Um indessen übersehen zu können, welchen Einfluß das zweite Verfahren auf die Berechnung der Dreiecksseiten erlangt haben möchte, wurde die Figur  $ABuckowCMarienfelde$  mit Hinzufügung der obigen Bedingung für sich ausgeglichen. Diese Rechnung hat, anstatt der in §. 96 aufgeführten Verbesserungen, die folgenden ergeben:

(116) = + 0,3687	(127) = - 0,8297	(135) = + 0,3993
(117) = - 0,0491	(128) = - 0,7330	(137) = + 0,2568
(118) = + 0,6037	(129) = - 0,4085	(138) = - 0,2459
(119) = + 0,9284	(132) = - 0,3731	(140) = + 0,3449
(125) = - 0,3687	(133) = - 0,0066	(141) = + 0,2766

Werden diese Verbesserungen eingeführt, so findet man das erste Dreieck, von dem dann die Berechnungen der Seiten, ganz wie bei dem ersten Verfahren ausgehen, wie folgt:

Buckow	56 29 42,5082	56 29 42,504	epi log Sin 0,0789177, 9 . . . . .	0,0789177, 9
A . . . . .	64 34 31,2373	64 34 31,233	log AC 3,0787188, 5 . . . . .	3,0787188, 5
C . . . . .	58 55 46,2674	58 55 46,263	log Sin A 9,9557601, 8 l. Sin C 9,9327441, 4	
	180 0 0,0129	180 0 0,000	l. Bu C = 3,1133968, 2 l. Bu A = 3,0903807, 8	

Oben wurden die Logarithmen dieser	
Seiten gefunden . . . . .	3,1133966, 9 . . . . . 3,0903808, 5
Differenz . . . . .	+ 0,0000001, 3 . . . . . - 0,0000000, 7

Diese Uebereinstimmung liefert den Beweis für die Sicherheit der Operationen und gewährt die Ueberzeugung, daß durch dies letztere Verfahren bei Einführung der Grundlinie durchaus keine erhebliche Veränderung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander entstanden wäre.

Es wird daher das erste Verfahren zur Berechnung der Dreiecksseiten beibehalten und die Resultate in den folgenden §§. aufgeführt werden.

Grundlinie des ganzen Dreiecksnetzes ist die Linie

$$AC = 1198,723025 \mid \text{Log. } 3,0787188, 5 \mid$$

Bemerkung. Ob der Fehler, welcher sich bei der Vergleichung beider Theile der Grundlinie durch Rechnung gezeigt hat, ganz allein der Winkelmessung zuzuschreiben ist, oder ob eine durch die Einwirkung der Sonnenstrahlen herbeigeführte Veränderlichkeit des 73 Fufs hohen Standpunktes (ähnlich der, welche auf dem Leuchtturm bei Memel, Gradmessung Seite 242, bemerkt worden ist) mit eingewirkt hat, kann nicht entschieden werden, da der Oertlichkeit wegen keine directen Beobachtungen angestellt werden konnten, um sich einer solchen Bewegung zu vergewissern.

Während der Beobachtungen in Buckow war beständiger Sonnenschein, und die Temperatur erreichte täglich eine Höhe von 24 bis 26° R. — Nur die Süd- und Westseite des steinernen Thurmes sind den Sonnenstrahlen ausgesetzt; die Ostseite ist durch den Anbau der Kirche geschützt, und man kann annehmen, daß der Temperaturunterschied zwischen dieser und den von der Sonne beschienenen Seiten 14 bis 16° betragen haben mag.

In Marienfelde ist die Oertlichkeit dieselbe wie in Buckow, nur daß zur Zeit der Beobachtungen häufige Gewitter den Sonnenschein vielfach unterbrochen und überhaupt die Temperatur etwas herabgedrückt hatten.

Außerdem ist noch zu bemerken, daß die Tafel in Buckow des Nachmittages der Sonne zu-, die in Marienfelde der Sonne abgekehrt war, wodurch die erste volles Licht erhielt, während die andere sich im Schatten befand.

Wenn auch ein Einfluß der Sonnenstrahlen hier nicht direct nachgewiesen werden kann, so bin ich doch der Meinung, daß das Resultat noch günstiger ausgefallen sein würde, wenn man die Winkelmessungen an der Grundlinie, wo nach Signaltafeln beobachtet wurde, hätte bei bedecktem Himmel und zu einer Zeit anstellen können, wo keine zitternde Bewegung der Objecte stattfindet.

Schließlich will ich noch das Ergebnis anführen, welches die beobachteten Richtungen vor der Ausgleichung des Dreiecksnetzes gegeben haben.

Rechnet man mit der Seite *AB* (§. 10) und den Dreiecken (§. 81 LXXXV und LXXXI) *BuckowAB* und *CBBuckow*, indem man  $\frac{1}{3}$  des Ueberschusses der drei Winkel eines jeden Dreiecks über  $180^\circ$  von jedem Winkel abzieht, die Linie *CB*, so findet man dieselbe . . . . . = 610, <sup>r</sup>20844

Rechnet man dieselbe Linie ebenfalls mit *AB* aus den Dreiecken §. 81 LXXXIII und LXXX, so findet man *CB* . . . . . = 610, 21354  
 Gemessen wurde dieselbe §. 10 . . . . . = 610, 21386

§. 99. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander, von der Berliner Grundlinie bis zur Seite *Trunz-Wildenhof*.

*A.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Marienfelde . . .	— 0,1305	3,1359503,6	<sup>T</sup> 1367,5725
B . . . . .	57 45 54,4986		588,509172
C . . . . .	57 46 17,7880	3,0787188,5	1198,723025
Buckow . . . . .	122 20 48,9211	3,0903808,5	1231,3481

*B.*

A . . . . .	— 0,0384		588,509172
Marienfelde . . .	96 56 47,3073	3,0664532,1	1165,3415
Rauenberg . . . .	168 54 37,7896	3,3699865,0	2344,1559
C . . . . .	180 0 45,7120		610,213860
Buckow . . . . .	273 5 15,0430	3,0467950,8	1113,7689
Ziethen . . . . .	354 53 39,0644	3,4193543,6	2626,3606

*C.*

Buckow . . . . .	— 0,0011	3,1133966,9	1298,3647
A . . . . .	58 55 46,3450	3,0787188,5	1198,723025
B . . . . .	58 56 8,8061		610,213860
Marienfelde . . .	126 50 40,3284	3,0963794,6	1248,4739
Rauenberg . . . .	223 58 55,5645	3,2428679,8	1749,3148

*Buckow.*

Ziethen . . . . .	+ 0,3795	3,4317952,7	2702,6840
Glienicke . . . . .	12 32 30,4422	3,9522697,0	8959,2097
A . . . . .	45 36 55,0066	3,0903808,5	1231,3481
Eichberg . . . . .	61 29 58,3044	4,1062535,6	12771,8427
B . . . . .	74 7 15,6713	3,0467950,8	1113,7689
Marienfelde . . .	76 5 39,0435	3,3575191,9	2277,8189
C . . . . .	102 6 37,5402	3,1133966,9	1298,3647
Rauenberg . . . .	127 31 16,0247	3,4519365,3	2830,9782
Müggelsberg . . .	272 16 18,1457	3,8324574,5	6799,1943

*Marienfelde.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Rauenberg . . .	— 0,1260	3,3563886,3	2271,8970
C . . . . .	49 49 9,2370	3,0963794,6	1248,4739
Buckow . . . .	76 57 30,4229	3,3575191,9	2277,8189
B . . . . .	78 50 39,3170	3,0664532,1	1165,3415
A . . . . .	104 7 57,3493	3,1359503,6	1367,5725
Ziethen . . . .	135 7 55,9253	3,4896359,0	3087,7057
Glienicke . . . .	179 0 32,4295	3,9139356,3	8202,2996
Eichberg . . . .	239 14 5,4584	4,0246210,8	10583,2994
Ruhlsdorf . . .	243 48 45,2479	3,6747093,1	4728,3467

*Ziethen.*

Marienfelde . .	+ 0,1697	3,4896359,0	3087,7057
Rauenberg . . .	18 50 16,7701	3,6958110,8	4963,7635
B . . . . .	21 39 35,3455	3,4193543,6	2626,3606
Berlin . . . . .	40 5 10,5808	3,9232811,4	8380,7163
Buckow . . . . .	45 43 56,0603	3,4317952,7	2702,6840
Müggelsberg . .	116 1 39,0433	3,8583221,7	7216,4261
Glienicke . . . .	243 34 42,4231	3,8026508,7	6348,2039
Eichberg . . . .	298 54 3,2761	4,0690957,5	11724,5383
Ruhlsdorf . . .	315 46 30,9483	3,8076772,0	6422,1020

*Rauenberg.*

Berlin . . . . .	+ 0,2228	3,6194192,0	4163,1226
Müggelsberg . .	82 28 58,1827	3,9664441,5	9256,4434
Buckow . . . . .	107 33 56,4151	3,4519365,3	2830,9782
C . . . . .	126 8 13,5111	3,2428679,8	1749,3148
B . . . . .	129 59 18,8328	3,3699865,0	2344,1559
Ziethen . . . . .	133 9 1,5367	3,6958110,8	4963,7635
Glienicke . . . .	158 24 15,2494	4,0201097,1	10473,9310
Marienfelde . .	159 10 48,9330	3,3563886,3	2271,8970
Ruhlsdorf . . . .	203 24 38,2212	3,7841013,6	6082,7695
Eichberg . . . .	208 58 42,3811	4,0757857,5	11906,5448

*Ruhlsdorf.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Berlin . . . . .	— 0,1430	4,0017499,4	10040,3752
Rauenberg . . . .	9 28 56,1448	3,7841013,6	6082,7695
Marienfelde . . .	29 3 52,3254	3,6747093,1	4728,3467
Müggelsberg . . .	45 42 16,9886	4,1283087,2	13437,1981
Ziethen . . . . .	56 9 33,9139	3,8076772,0	6422,1020
Glienicke . . . . .	109 36 22,8693	3,8764581,6	7524,1624
Eichberg . . . . .	200 48 30,3921	3,7695365,4	5882,1560

*Müggelsberg.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Berlin . . . . .	+ 0,7752	3,9840790,6	9640,0450
Krugberg . . . . .	110 41 24,1658	4,2705970,7	18646,4890
Colberg . . . . .	198 48 39,5847	4,0864011,9	12201,1619
Glienicke . . . . .	278 5 18,9340	4,0854495,1	12174,4545
Ziethen . . . . .	302 30 26,1888	3,8583221,7	7216,4261
Eichberg . . . . .	304 17 9,5939	4,2772732,8	18935,3475
Ruhlsdorf . . . . .	311 48 1,3238	4,1283087,2	13437,1981
Buckow . . . . .	324 29 1,1500	3,8324574,5	5799,1943
Rauenberg . . . . .	334 39 0,9030	3,9664441,5	9256,4434

*Glienicke.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Berlin . . . . .	+ 0,2417	4,1591585,2	14426,4183
Buckow . . . . .	8 5 6,6878	3,9522697,0	8959,2097
Ziethen . . . . .	13 23 23,0397	3,8026508,7	6348,2039
Müggelsberg . . .	41 25 12,7509	4,0854495,1	12174,4545
Colberg . . . . .	91 51 26,6951	4,1917393,2	15550,3196
Golmberg . . . . .	180 18 13,5397	4,1602060,6	14461,2575
Eichberg . . . . .	281 28 24,8749	3,9844040,7	9647,2619
Ruhlsdorf . . . . .	319 2 0,1466	3,8764581,6	7524,1624
Marienfelde . . .	353 41 17,1230	3,9139356,3	8202,2996
Rauenberg . . . . .	353 54 10,8814	4,0201097,1	10473,9310

*Colberg.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Golmberg . . . . .	— 0,0974	4,3211060,2	20946,2373
Glienicke . . . . .	43 38 30,3527	4,1917393,2	15550,3196
Eichberg . . . . .	47 19 15,4310	4,3999120,1	25113,7756
Berlin . . . . .	85 38 4,8238	4,3334806,4	21551,6557
Müggelsberg . . .	93 55 38,4628	4,0864011,9	12201,1619
Krugberg . . . . .	152 3 2,9033	4,3413605,6	21946,2620

## VIII. §. 99. Berechnung der Entfernungen

*Eichberg.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Eichstädt . . . .	— 0,2338	4,3299712,6	<sup>T</sup> 21378,2061
Berlin . . . . .	43 47 54,4872	4,1953109,1	15678,7310
Rauenberg . . . .	51 11 22,6658	4,0757857,5	11906,5448
Ruhlsdorf . . . .	56 56 52,8229	3,7695365,4	5882,1560
Marienfelde . . .	60 37 35,0061	4,0246210,8	10583,2994
Buckow . . . . .	63 44 19,2977	9,1062535,6	12771,8427
Müggelsberg . . .	74 19 48,0105	4,2772732,8	18935,3475
Ziethen . . . . .	75 25 28,8831	4,0690957,5	11724,5383
Colberg . . . . .	102 14 57,1119	4,3999120,1	25113,7756
Glienicke . . . . .	108 11 10,4539	3,9844040,7	9647,2619
Golmberg . . . . .	156 55 16,1240	4,2758764,8	18874,5445
Hagelsberg . . . .	247 9 18,5811		
Götzerberg . . . .	300 13 6,7530		

*Berlin.*

Eichberg . . . . .	— 0,0884	4,1953109,1	15678,7310
Eichstädt . . . . .	89 2 18,7748	4,1702150,8	14798,4108
Prenden . . . . .	156 16 43,4599	4,1884647,2	15433,5104
Krugberg . . . . .	219 10 37,1992	4,3770356,2	23825,1487
Müggelsberg . . .	266 14 43,1665	3,9840790,6	9640,0450
Colberg . . . . .	276 45 48,7013	4,3334806,4	21551,6557
Ziethen . . . . .	312 48 40,6847	3,9232811,4	8380,7163
Glienicke . . . . .	322 54 49,9335	4,1591585,2	14426,4183
Rauenberg . . . . .	338 24 45,7011	3,6194192,0	4163,1226
Ruhlsdorf . . . . .	352 20 27,5122	4,0017499,4	10040,3752

*Krugberg.*

Colberg . . . . .	+ 0,0810	4,3413605,6	21946,2620
Müggelsberg . . .	33 45 22,4086	4,2705970,7	18646,4890
Berlin . . . . .	55 59 54,6686	4,3770356,2	23825,1487
Freienwalde . . .	133 0 37,7793	4,0070013,3	10162,5181

*Eichstädt.*

Gransee . . . . .	— 0,2252	4,2531986,2	17914,2496
Mutz . . . . .	15 46 30,8455	4,2190011,2	16557,7423
Prenden . . . . .	65 27 11,0962	4,2239430,4	16747,2321
Berlin . . . . .	123 38 34,5341	4,1702150,8	14798,4108
Eichberg . . . . .	170 48 23,1807	4,3299712,6	21378,2061

*Gransee.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Templin . . . .	+ 3,9777	4,1497982,3	14118,8144
Mutz . . . . .	59 48 54,7161	3,6917636,3	4917,7181
Prenden . . . .	71 47 46,6471	4,2733405,0	18764,6514
Eichstädt . . . .	126 4 15,8985	4,2531986,2	17914,2496

*Prenden.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Gransee . . . .	+ 0,2028	4,2733405,0	18764,6514
Mutz . . . . .	4 11 3,2681	4,1458598,7	13991,3580
Templin . . . .	43 3 28,9085	4,2932442,3	19644,6470
Hausberg . . . .	93 41 18,7397	4,0169212,9	10397,3171
Freienwalde . .	142 51 50,1374	4,1763378,9	15008,5208
Berlin . . . . .	245 9 23,6376	4,1884647,2	15433,5104
Eichstädt . . . .	299 43 37,5407	4,2239430,4	16747,2321

*Freienwalde.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Krugberg . . . .	+ 0,0801	4,0070013,3	10162,5181
Berlin . . . . .	78 18 0,2341	4,3748988,7	23708,2157
Prenden . . . .	117 47 54,1758	4,1763378,9	15008,5208
Hausberg . . . .	161 34 28,4887	4,0558455,6	11372,2281
Künkendorf . .	193 26 22,7714	4,1486891,4	14082,8042
Koboldsberg . .	240 11 39,1833	4,2371409,5	17263,9810

*Hausberg.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Künkendorf . .	- 0,0286	3,8726121,0	7457,8235
Koboldsberg . .	29 43 40,5232	4,2719665,5	18705,3806
Freienwalde . .	94 31 25,7699	4,0558455,6	11372,2281
Prenden . . . .	181 34 21,1954	4,0169212,9	10397,3171
Mutz . . . . .	235 16 31,5382	4,2395310,9	17359,2553
Templin . . . .	279 18 40,0706	4,1854362,1	15326,2608

*Templin.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Buchholz . . . .	- 9,5621	4,0069859,5	10162,1582
Künkendorf . .	56 4 33,5518	4,2020115,4	15922,5104
Hausberg . . . .	83 36 21,4452	4,1854362,1	15326,2608
Prenden . . . .	115 14 14,2575	4,2932442,3	19644,6470
Gransee . . . .	180 23 5,3036	4,1497982,3	14118,8144

*Buchholz.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Luckow . . . .	— 0,5706	4,1933635,9	15608,5870
Künkendorf . .	71 48 56,3601	4,1230040,9	13274,0696
Templin . . . .	156 17 50,6085	4,006985 9	10162,1582

*Künkendorf.*

Freienwalde . .	— 0,0568	4,1486891,4	14082,8042
Hausberg . . . .	53 36 40,6749	3,8726121,0	7457,8235
Templin . . . .	125 23 33,9658	4,2020115,4	15922,5104
Buchholz . . . .	164 49 57,8945	4,1230040,9	13274,0696
Luckow . . . .	225 17 40,1594	4,2315815,5	17044,3934
Koboldsberg . .	280 9 53,7851	4,1063960,2	12776,0329

*Koboldsberg.*

Freienwalde . .	— 0,7110	4,2371409,5	17263,9810
Hausberg . . . .	36 35 5,1989	4,2719665,5	18705,3806
Künkendorf . .	53 24 38,4226	4,1063960,2	12776,0329
Luckow . . . .	131 23 25,4321	4,1538845,3	14252,2860
Vogelsang . . .	157 47 58,5358	4,4794078,4	30158,3683
Bahn . . . . .	207 28 58,6030	4,1949091,0	15664,2318

*Luckow.*

Vogelsang . . .	— 0,7652	4,2674666,3	18512,5664
Bahn . . . . .	78 9 40,6405	4,2664890,0	18470,9401
Koboldsberg . .	133 33 59,4932	4,1538845,3	14252,2860
Künkendorf . .	180 43 0,5710	4,2315815,5	17044,3934
Buchholz . . . .	228 26 23,2687	4,1933635,9	15608,5870

*Bahn.*

Koboldsberg . .	— 0,5734	4,1949091,0	15664,2318
Luckow . . . .	48 30 9,4843	4,2664890,0	18470,9401
Vogelsang . . .	99 30 6,2616	4,3676337,1	23314,9082
Kleistberg . . .	165 23 12,7125	4,5360622,7	34360,7211

*Vogelsang.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Anclam . . . . .	— 0,4472	4,5465053,8	35196,9783
Lebin . . . . .	45 23 21,9164	4,3344044,5	21597,5481
Sprengelsberg . . . . .	93 10 38,0857	4,4917153,7	31025,2557
Kleistberg . . . . .	146 0 9,0686	4,5146120,8	32704,8439
Bahn . . . . .	219 31 35,5831	4,3676337,1	23314,9082
Koboldsberg . . . . .	250 20 32,1452	4,4794078,4	30158,3683
Luckow . . . . .	270 22 0,6223	4,2674666,3	18512,5664

*Kleistberg.*

Bahn . . . . .	— 0,0295	4,5360622,7	34360,7211
Stargard . . . . .	11 3 35,6646		
Vogelsang . . . . .	40 35 34,0374	4,5146120,8	32704,8439
Sprengelsberg . . . . .	101 8 37,7267	4,4531463,8	28388,7572
Klorberg . . . . .	152 29 44,0144	4,3924127,4	24683,8410

*Sprengelsberg.*

Colberg . . . . .	— 0,0214	4,3319122,9	21473,9674
Klorberg . . . . .	51 12 44,4870	4,3661658,6	23236,2404
Kleistberg . . . . .	107 16 30,3051	4,4531463,8	28388,7572
Vogelsang . . . . .	173 54 3,4073	4,4917153,7	31025,2557
Lebin . . . . .	217 59 19,7746	4,3615648,4	22991,3694

*Colberg.*

Gollenberg . . . . .	— 24,7054	4,3412874,5	21942,5679
Klorberg . . . . .	72 1 25,4134	4,2875355,4	19388,1129
Sprengelsberg . . . . .	141 7 11,0334	4,3319122,9	21473,9674
Zizow . . . . .	336 7 5,3330	4,5118504,1	32497,5342

*Klorberg.*

Kleistberg . . . . .	— 0,1367	4,3924127,4	24683,8410
Sprengelsberg . . . . .	72 35 13,0202	4,3661658,6	23236,2404
Colberg . . . . .	132 16 46,6316	4,2875355,4	19388,1129
Gollenberg . . . . .	191 7 28,1850	4,3872128,8	24390,0606
Barenberg . . . . .	222 26 24,4298	4,5449238,2	35069,0354

VIII. §. 99. *Berechnung der Entfernungen**Gollenberg.*

		Log. Entfern.	Entfernung. <i>T</i>
Zizow . . . . .	+ 19,8891	4,1840877,5	15278,7474
Pigowberg . . . .	6 34 29,4286	4,2590751,6	18158,2989
Barenberg . . . .	83 18 1,6954	4,2801027,7	19059,1167
Klorberg . . . . .	190 17 38,1838	4,3872128,8	24390,0606
Colberg . . . . .	239 25 10,4028	4,3412874,5	21942,5679

*Barenberg.*

Gollenberg . . . .	— 0,2477	4,2801027,7	19059,1167
Zizow . . . . .	41 17 44,9631	4,3615995,1	22993,2049
Pigowberg . . . .	49 53 9,8279	4,3637868,1	23109,3010
Revekol . . . . .	94 48 48,2594	4,5486068,6	35367,7034
Muttrin . . . . .	124 16 15,8578	4,3723989,9	23572,1388
Klorberg . . . . .	318 18 28,2118	4,5449238,2	35069,0354

*Pigowberg.*

Revekol . . . . .	+ 0,0535	4,398831,05	25051,3451
Muttrin . . . . .	40 51 55,4996	4,4505716,2	28220,9494
Barenberg . . . .	94 25 19,8978	4,3637868,1	23109,3010
Gollenberg . . . .	147 48 40,7951	4,2590751,6	18158,2989
Zizow . . . . .	178 12 24,3742	3,5384108,1	3454,7037

*Revekol.*

Boschpol . . . . .	— 0,3219	4,3948123,7	24820,6054
Muttrin . . . . .	63 12 38,7247	4,2749249,6	18833,2365
Barenberg . . . .	101 12 2,3155	4,5486068,6	35367,7034
Pigowberg . . . .	141 51 9,5894	4,3988310,5	25051,3451

*Muttrin.*

Barenberg . . . .	+ 0,2817	4,3723989,9	23572,1388
Pigowberg . . . .	52 3 34,8987	4,4505716,2	28220,9494
Revekol . . . . .	112 33 13,0341	4,2749249,6	18833,2365
Boschpol . . . . .	183 30 51,9557	4,3699357,5	23438,8203
Kistowo . . . . .	232 0 38,3207	4,1691566,7	14762,3899

*Boschpol.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Schönwalderhütte	— 0,2636	4,0301965,1	10720,0426 <sup>T</sup>
Thurmberg . . . . .	47 22 27,8383	4,2918528,5	19581,8108
Kistowo . . . . .	85 46 32,5708	4,2447822,4	17570,4239
Muttrin . . . . .	124 46 7,1802	4,3699357,5	23438,8203
Revekol . . . . .	170 35 53,2241	4,3948123,7	24820,6054

*Kistowo.*

Muttrin . . . . .	— 0,2896	4,1691566,7	14762,3899
Boschpol . . . . .	92 30 41,2262	4,2447822,4	17570,4239
Thurmberg . . . . .	172 8 51,4311	4,0922026,5	12365,2429

*Thurmberg.*

Kistowo . . . . .	— 0,3237	4,0922026,5	12365,2429
Boschpol . . . . .	61 57 46,7941	4,2918528,5	19581,8108
Schönwalderhütte	94 35 15,2425	4,1652591,7	14630,5001
Dohnasberg . . . . .	117 4 10,4687	4,2424151,7	17474,9189
Buschkau . . . . .	172 21 46,4706	3,9627918,4	9178,9254

*Schönwalderhütte.*

Dohnasberg . . . . .	+ 0,0011	3,8358267,3	6852,1479
Buschkau . . . . .	67 31 16,0636	4,1913975,2	15538,0860
Thurmberg . . . . .	102 47 6,1621	4,1652591,7	14630,5001
Boschpol . . . . .	202 47 11,0976	4,0301965,1	10720,0426

*Dohnasberg.*

Stegen . . . . .	— 0,6801	4,3739822,0	23658,2273
Trunz . . . . .	3 21 35,4918	4,5946241,5	39320,9634
Buschkau . . . . .	77 40 22,5144	4,1579518,6	14386,3910
Thurmberg . . . . .	109 18 29,4524	4,2424151,7	17474,9189
Schönwalderhütte	164 2 29,0062	3,8358267,3	6852,1479

VIII. §. 99. *Berechnung der Entfernungen**Buschkau.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Thurmberg . . . . .	+ 0,0927	3,9627918,4	<sup>T</sup> 9178,9254
Schönwalderhütte	66 57 40,0286	4,1913975,2	15538,0860
Dohnasberg . . . . .	93 4 18,4203	4,1579518,6	14386,3910
Stegen . . . . .	161 4 39,9148	4,3966688,0	24926,9303
Trunz . . . . .	177 24 30,3644	4,5802635,8	38042,0209
Brosowken . . . . .	207 29 23,0007	4,4998461,8	31611,5783

*Stegen.*

Trunz . . . . .	+ 0,1328	4,1976802,8	15764,5029
Talpitten . . . . .	19 21 15,2381	4,4338674,7	27156,1044
Brosowken . . . . .	55 3 34,8051	4,3637949,3	23109,7331
Buschkau . . . . .	137 16 19,9030	4,3966688,0	24926,9303
Dohnasberg . . . . .	171 35 38,4118	4,3739822,0	23658,2273

*Brosowken.*

Buschkau . . . . .	+ 0,2126	4,4998461,8	31611,5783
Stegen . . . . .	51 22 37,5171	4,3637949,3	23109,7331
Trunz . . . . .	93 55 18,0460	4,2813098,1	19112,1617
Talpitten . . . . .	137 33 28,0317	4,2009586,6	15883,9554

*Trunz.*

Brosowken . . . . .	- 31,6520	4,2813098,1	19112,1617
Buschkau . . . . .	55 59 23,6753	4,5802635,8	38042,0209
Dohnasberg . . . . .	77 20 29,9456	4,5946241,5	39320,9634
Stegen . . . . .	82 23 16,0180	4,1976802,8	15764,5029
Galtgarben . . . . .	180 7 44,4700		
Wildenhof . . . . .	221 39 42,4310	4,4789054,9	30123,5041
Sommerfeld . . . . .	270 44 13,1827	4,2123588,7	16306,4292
Talpitten . . . . .	304 47 4,3015	4,1253976,8	13347,4309

*Talpitten.*

Brosowken . . . . .	+ 0,2033	4,2009586,6	15883,9554
Stegen . . . . .	58 6 53,6422	4,4338674,7	27156,1044
Trunz . . . . .	81 9 28,1850	4,1253976,8	13347,4309
Sommerfeld . . . . .	172 11 5,7253	3,9605227,6	9131,0929

*Sommerfeld.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Talpitten . . . . .	+ 0,0597	3,9605227,6	<sup>T</sup> 9131,0929
Trunz . . . . .	54 55 32,5729	4,2123588,7	16306,4292
Wildenhof . . . . .	153 29 16,1303	4,3620450,6	23016,8062

*Wildenhof.*

Sommerfeld. . . . .	- 0,8930	4,3620450,6	23016,8062
Trunz . . . . .	32 21 48,3659	4,4789054,9	30123,5041

§. 100. Berechnung der Entfernungen der Dreieckspunkte unter einander,  
von Lebin bis zur Seite *Lübeck-Bungsberg*.

*Lebin.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Sprengelsberg . . .	— 0,4685	4,3615648,4	22991,3694
Vogelsang . . . . .	88 7 31,7666	4,3344044,5	21597,5481
Anclam . . . . .	185 13 33,1354	4,4022624,3	25250,0609
Streckelsberg . . . .	223 11 32,1955	4,2470366,9	17761,8703

*Anclam.*

Greifswald . . . . .	+ 5,2386	4,2360744,0	17221,6358
Streckelsberg . . . .	81 36 5,3027	4,1957633,2	15695,0723
Lebin . . . . .	125 24 47,5967	4,4022624,3	25250,0609
Vogelsang . . . . .	162 55 29,0677	4,5465053,8	35196,9783

*Streckelsberg.*

Lebin . . . . .	— 0,3354	4,2470366,9	17661,8703
Anclam . . . . .	98 13 20,9485	4,1957633,2	15695,0723
Greifswald . . . . .	150 29 53,7441	4,3332341,9	21539,4292
Rugard . . . . .	191 50 14,2119	4,4533423,9	28401,5728
Promoisel . . . . .	207 20 23,4766	4,4942737,3	31208,5600

*Greifswald.*

Stralsund . . . . .	+ 37,7824	4,1937577,4	15622,7592
Rugard . . . . .	45 2 7,3487	4,2732492,7	18760,7100
Promoisel . . . . .	54 5 10,7877	4,4233444,2	26506,0138
Streckelsberg . . . .	134 22 44,7856	4,3332341,9	21539,4292
Anclam . . . . .	180 30 14,4969	4,2360744,0	17221,6358

*Rugard.*

Stralsund . . . . .	+ 0,3600	4,1296965,2	13480,2057
Hiddensoe . . . . .	71 0 15,7426	4,1702041,7	14798,0391
Promoisel . . . . .	154 16 47,5513	3,9297865,2	8507,1976
Streckelsberg . . . .	255 36 43,2352	4,4533423,9	28401,5728
Greifswald . . . . .	304 55 49,2149	4,2732492,7	18760,7100

*Promoisel.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Streckelsberg . . .	— 0,5500	4,4942737,3	31208,5600
Greifswald . . . . .	42 52 1,1308	4,4233444,2	26506,0138
Rugard . . . . .	63 9 56,7792	3,9297865,2	8507,1976
Stralsund . . . . .	78 58 54,5146	4,3317200,2	21464,4626
Hiddensoe . . . . .	128 25 4,8066	4,2090443,7	16182,4536

*Hiddensoe.*

		Log. Entfern.	Entfernung.
Arcona (Säule) . .	— 0,0121	4,0607637,9	11501,7465
Arcona (Leuchth.)	0 3 50,0494	4,0589533,2	11453,8982
Promoisel . . . . .	35 31 17,8904	4,2090443,7	16182,4536
Rugard . . . . .	66 59 39,2582	4,1702041,7	14798,0391
Stralsund . . . . .	117 45 16,4859	4,2163530,9	16457,0917
Darser Ort . . . . .	185 41 48,1232	4,3301454,8	21386,7838
Moen . . . . .	250 50 25,8644		

*Stralsund.*

Darser Ort . . . . .	— 2,4140	4,3331989,1	21537,6795
Hiddensoe . . . . .	66 58 15,7048	4,2163530,9	16457,0917
Promoisel . . . . .	115 18 9,3558	4,3317200,2	21464,4626
Rugard . . . . .	125 12 24,9074	4,1296965,2	13480,2057
Greifswald . . . . .	205 6 46,1897	4,1937577,4	15622,7592

Bei der in den Jahren 1839 und 1840 ausgeführten Verbindung der preussischen und dänischen Dreiecke waren die beiderseitigen Verabredungen so getroffen worden, daß die Ausgleichung der ganzen Küstenkette von Wildenhof bis Lübeck im Zusammenhange durchgeführt werden sollte. Als daher meine Gleichungen bis Hiddensoe formirt waren, theilte ich dieselben im Jahre 1845 dem Herrn Conferenzzrath *Schumacher* zur gemeinschaftlichen Bearbeitung der Anschlußstrecke mit. Es müssen sich aber der Ausführung



	Namen der Dreieckspunkte.	Gemessene Winkel.	Corrigirte Winkel.	Logarithmen der gegenüberliegenden Seiten in Toisen.	Längen
<b>1</b>	Moen . . . . .	44° 1' 27,565	44 1 25,29	4,3301455	21386,78
	Dars. . . . .	70 50 1,470	70 49 59,19	4,4634208	29068,37
	Hiddenseoe. . . .	65 8 37,791	65 8 35,52	4,4459686	27923,42
		180 0 6,826 ε = 5,423			
<b>2</b>	Weigerslöse . .	71 31 32,167	71 31 30,40	4,4459686	27923,42
	Dars. . . . .	55 7 47,085	55 7 45,32	4,3829973	24154,46
	Moen . . . . .	53 20 46,046	53 20 44,28	4,3732589	23618,86
		180 0 5,298 ε = 5,202			
<b>3</b>	Dietrichshagen	40 46 51,656	40 46 49,38	4,3732589	23618,86
	Dars. . . . .	74 54 40,173	74 54 37,90	4,5429999	34914,02
	Weigerslöse . .	64 18 34,987	64 18 32,72	4,5130334	32568,18
		180 0 6,816 ε = 7,144			
<b>4</b>	Burg . . . . .	77 54 17,560	77 54 14,88	4,5429999	34914,02
	Dietrichshagen	53 41 59,487	53 41 56,81	4,4590420	28776,77
	Weigerslöse . .	48 23 50,986	48 23 48,31	4,4265131	26700,11
		180 0 8,033 ε = 7,223			
<b>5</b>	Schönberg . .	64 25 48,795	64 25 48,51	4,4265131	26700,11
	Burg . . . . .	53 1 47,974	53 1 47,69	4,3737972	23648,15
	Dietrichshagen	62 32 24,077	62 32 23,80	4,4193642	26264,20
		180 0 0,846 ε = 5,387			
<b>6</b>	Bungsberg . .	85 55 26,962	85 55 26,32	4,4193642	26264,20
	Schönberg . .	50 33 51,099	50 33 50,45	4,3082697	20336,20
	Burg . . . . .	43 30 43,878	43 30 43,23	4,2583722	18128,93
		180 0 1,939 ε = 3,536			
<b>7</b>	Lübeck . . . .	61 8 34,834	61 8 33,81	4,2583722	18128,93
	Bungsberg . .	47 20 40,774	47 20 39,75	4,1825020	15223,06
	Schönberg . .	71 30 47,468	71 30 46,44	4,2929443	19631,09
		180 0 3,076 ε = 2,517			

§. 101. Bestimmung einiger Objecte, welche von mehreren Dreieckspunkten beobachtet wurden, nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Sind verschiedene Richtungen oder Winkel unabhängig von einander beobachtet, denen die Gewichte  $p, p', p'' \dots$  zugehören, und bezeichnet man die unbekanntenen Verbesserungen dieser Richtungen oder Winkel durch

$$(1), (2), (3) \dots$$

so muß die Function

$$\Sigma = \frac{1}{2} \{(1)^2 p + (2)^2 p' + (3)^2 p'' + \dots\} \dots\dots 1.$$

ein Minimum sein. (*Enke* Jahrbuch für 1836 Seite 280.)

$$\text{Daraus folgt, daß } \frac{d\Sigma}{d(1)} = 0; \frac{d\Sigma}{d(2)} = 0; \frac{d\Sigma}{d(3)} = 0.$$

Sind ferner aus der Figur des Dreiecksnetzes Bedingungen zwischen den unbekanntenen Verbesserungen vorhanden, so können sie dargestellt werden durch Gleichungen von der Form:

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 = \mathfrak{A} + a(1) + a'(2) + a''(3) + \dots \\ u' &= 0 = \mathfrak{B} + b(1) + b'(2) + b''(3) + \dots \\ u'' &= 0 = \mathfrak{C} + c(1) + c'(2) + c''(3) + \dots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 2.$$

Multiplirt man diese Gleichungen der Reihe nach mit den willkürlichen Factoren I, II, III  $\dots$  und fügt man dann ihre Differentialquotienten, die nach den Bedingungen des Minimums  $= 0$  sein müssen, den obigen gleichnamigen Differentialquotienten hinzu, so erhält man nach §. 79:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{d\Sigma}{d(1)} + \frac{du}{d(1)} I + \frac{du'}{d(1)} II + \frac{du''}{d(1)} III + \dots \\ 0 &= \frac{d\Sigma}{d(2)} + \frac{du}{d(2)} I + \frac{du'}{d(2)} II + \frac{du''}{d(2)} III + \dots \\ 0 &= \frac{d\Sigma}{d(3)} + \frac{du}{d(3)} I + \frac{du'}{d(3)} II + \frac{du''}{d(3)} III + \dots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 3.$$

Nach Gleichung 1. ist aber  $\frac{d\Sigma}{d(1)} = (1)p; \frac{d\Sigma}{d(2)} = (2)p; \frac{d\Sigma}{d(3)} = (3)p.$

Ferner hat man  $\frac{du}{d(1)} = a; \frac{du'}{d(1)} = b; \frac{du''}{d(1)} = c, \frac{du}{d(2)} = a'$  u. s. w.

Setzt man diese Werthe in die vorigen Gleichungen, so gehen dieselben über in:

$$\begin{aligned} 0 &= (1)p + a \text{ I} + b \text{ II} + c \text{ III} \dots \\ 0 &= (2)p + a' \text{ I} + b' \text{ II} + c' \text{ III} \dots \\ 0 &= (3)p + a'' \text{ I} + b'' \text{ II} + c'' \text{ III} \dots \\ &\vdots \end{aligned}$$

und hieraus findet man:

$$\left. \begin{aligned} (1) &= -\frac{1}{p} \{ a \text{ I} + b \text{ II} + c \text{ III} \dots \} \\ (2) &= -\frac{1}{p'} \{ a' \text{ I} + b' \text{ II} + c' \text{ III} \dots \} \\ (3) &= -\frac{1}{p''} \{ a'' \text{ I} + b'' \text{ II} + c'' \text{ III} \dots \} \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 4.$$

Schreibt man jetzt die Gleichungen 2. wie folgt, welches geschehen muß, weil in den Endgleichungen die Summen der Quadrate ( $aa$ ), ( $bb$ ) ... positiv werden müssen, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A} &= -\{ a(1) + a'(2) + a''(3) \dots \} \\ \mathfrak{B} &= -\{ b(1) + b'(2) + b''(3) \dots \} \\ \mathfrak{C} &= -\{ c(1) + c'(2) + c''(3) \dots \} \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots 5.$$

und setzt man die Werthe von (1), (2), (3) ... aus den Gleichungen 4. in die Gleichungen 5., so enthalten dieselben nur die Faktoren I, II, III ... als unbekante Größen.

Der hier angegebene Gang der Rechnung ist aber einer Vereinfachung fähig. Betrachtet man die Minuszeichen in den Gleichungen 4. und 5., so ist klar, daß dieselben sich gegenseitig aufheben, sobald man die Werthe von (1), (2), (3) ... aus den Gleichungen 4. in die Gleichungen 5. setzt. Eben so verschwinden bei Bestimmung der Werthe der Verbesserungen in den Gleichungen 4. die Minuszeichen, wenn man die Faktoren I, II, III ... mit entgegengesetzten Zeichen nimmt. Man erhält daher dasselbe Resultat, wenn man die Minuszeichen in den Gleichungen 4. und 5. unterdrückt, und den Faktoren I, II, III ... entgegengesetzte Zeichen giebt, d. h. wenn man die Minuszeichen in den Gleichungen 4. und 5. fortläßt, und den constanten Größen  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  ... in den Gleichungen 5. entgegengesetzte Zeichen giebt, wodurch diese letzteren Gleichungen wieder in die Gleichungen 2. übergehen. Hieraus geht folgende einfachere Rechnungsvorschrift hervor:

Man läßt in den Gleichungen 4. die Minuszeichen fort, und setzt dann die Werthe von (1), (2), (3) ... direkt in die Gleichungen 2., so findet man die folgenden Endgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} - \mathfrak{A} &= (aa)I + (ab)II + (ac)III \dots \\ - \mathfrak{B} &= (ab)I + (bb)II + (bc)III \dots \\ - \mathfrak{C} &= (ac)I + (bc)II + (cc)III \dots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 6.$$

$$\begin{aligned} \text{Hier ist } (aa) &= \frac{aa}{p} + \frac{a'a'}{p'} + \frac{a''a''}{p''} \dots \\ (ab) &= \frac{ab}{p} + \frac{a'b'}{p'} + \frac{a''b''}{p''} \dots \\ &\text{u. s. w.} \end{aligned}$$

Legt man den Beobachtungen gleiche Gewichte bei, so wird  $p = p' = p'' = 1$ .

Die Auflösung der Gleichungen 6. giebt die Werthe der Faktoren I, II, III . . . .; setzt man diese in die von den Minuszeichen befreiten Gleichungen 4., so findet man die richtigen Verbesserungen (1), (2), (3) . . . ., welche den beobachteten Richtungen oder Winkeln hinzugefügt werden müssen, damit sie den Bedingungen des Minimums und zugleich den Bedingungen 2. entsprechen.

Bei der Formation der Bedingungsgleichungen nach §. 80 ist noch im Allgemeinen zu bemerken:

Kommen Dreiecke vor, in denen nur zwei Winkel beobachtet sind, so findet man den dritten Winkel dadurch, daß man die Summe der beiden gemessenen Winkel *nebst ihren Verbesserungen* von  $180^\circ + \varepsilon$  abzieht. Die auf diese Weise gefundenen Winkel mit den zugehörigen Verbesserungen werden dann eben so behandelt, wie die gemessenen.

Wählt man die logarithmische Formation der Seitengleichungen §. 80, wo die logarithmischen Sinus-Differenzen von  $1''$  die Coefficienten der Verbesserungen werden, so richten sich die Zeichen dieser Coefficienten nach den Zeichen der Cotangenten ihrer zugehörigen Winkel.

Kommen bei Formation der Seitengleichungen sehr spitze Winkel in den Figuren vor, so ist es vortheilhaft, wenn man dieselben durch einen andern Gang der Rechnung zu vermeiden sucht, welches in den meisten Fällen gelingen wird, indem die Bedingungen der Seitengleichungen in jeder Figur auf verschiedene Weise formirt werden können.

1. Bestimmung des Signals auf dem Timberge bei Klein-Mutz.

Beobachtungen in Mutz:

Gransee . . . . .	0°	0'	0"	
20 Beob. Templin (Thurm) . . .	100	8	2,843	+ (1)
20 Beob. Hausberg . . . . .	159	22	18,716	+ (2)
20 Beob. Prenden . . . . .	196	9	54,087	+ (3)
20 Beob. Eichstädt . . . . .	262	1	51,132	+ (4)

Die Richtungen von den Dreieckspunkten nach Mutz finden sich in den §§. 60, 62, 63, 64 aufgeführt.

Die Beobachtungen sind gegen 20 Mal wiederholt und die Gewichte werden bei allen gleich angenommen.

Bedingungsgleichungen.

I. Mutz-Gransee-Eichstädt.

Mutz . . . . .	97° 58'	8,868	- (4)
Gransee . . . . .	66 15	24,088	- (5)
Eichstädt . . . . .	15 46	32,354	+ (6)
Summe . . . . .	180 0	5,310	
180° + ε . . . . .	180 0	0,776	
0 =	+ 4,534		- (4) - (5) + (6)

II. Mutz-Eichstädt-Prenden.

Mutz . . . . .	65° 51'	57,045	+ (4) - (3)
Eichstädt . . . . .	49 40	38,967	- (6)
Prenden . . . . .	64 27	25,556	+ (7)
Summe . . . . .	180 0	1,568	
180° + ε . . . . .	180 0	2,033	
0 =	- 0,465		- (3) + (4) - (6) + (7)

III. Mutz-Prenden-Hausberg.

Mutz . . . . .	36° 47'	35,371	+ (3) - (2)
Prenden . . . . .	89 30	15,644	- (7)
Hausberg . . . . .	53 42	9,533	+ (8)
Summe . . . . .	180 0	0,548	
180° + ε . . . . .	180 0	1,399	
0 =	- 0,851		- (2) + (3) - (7) + (8)

IV. *Gransee-Eichstädt-Prenden-Mutz.*

$$1 = \frac{\sin EMG \cdot \sin EPM \cdot \sin EGP}{\sin EGM \cdot \sin EMP \cdot \sin EPG}$$

$$EMG = 97^\circ 58' 8,868 - (4)$$

$$EPM = 64 27 25,556 + (7)$$

$$EGP = 54 16 29,251$$

$$9,9957852,6 + 2,947(4)$$

$$9,9553277,4 + 10,062(7)$$

$$9,9094689,3$$

$$\underline{9,8605819,3}$$

$$EGM = 66^\circ 15' 24,088 - (5)$$

$$EMP = 65 51 57,045 + (4) - (3)$$

$$EPG = 60 16 22,662$$

$$9,9615874,4 - 9,262(5)$$

$$9,9602731,3 + 9,434\{(4) - (3)\}$$

$$9,9387252,6$$

$$\underline{9,8605858,3}$$

$$0 = -39,0 + 9,434(3) - 6,487(4) + 9,262(5) + 10,062(7)$$

Anmerkung. Die logarithmischen Differenzen von 1" sind hier aus zehnstelligen Tafeln genommen.

V. *Hausberg-Prenden-Templin-Mutz.*

$$1 = \frac{\sin HMP \cdot \sin HTM \cdot \sin HPT}{\sin HPM \cdot \sin HMT \cdot \sin HTP}$$

$$HMP = 36^\circ 47' 35,371 + (3) - (2)$$

$$HTM = 76 43 36,564 + (1) - (2) + (8)$$

$$HPT = 50 37 49,831$$

$$HPM = 89^\circ 30' 15,644 - (7)$$

$$HMT = 59 14 15,873 + (2) - (1)$$

$$HTP = 31 37 52,812$$

$$9,7773746,0 + 28,152\{(3) - (2)\}$$

$$9,9882406,8 + 4,967\{(1) - (2) + (8)\}$$

$$9,8882196,3$$

$$\underline{9,6538349,1}$$

$$9,9999837,5 - 0,182(7)$$

$$9,9341433,0 + 12,533\{(2) - (1)\}$$

$$9,7197054,6$$

$$\underline{9,6538325,1}$$

$$0 = +24,0 + 17,500(1) - 45,652(2) + 28,152(3) + 0,182(7) + 4,967(8)$$

VI. *Eichstädt-Prenden-Hausberg-Templin-Gransee-Mutz.*

$$1 = \frac{\sin MPE \cdot \sin MHP \cdot \sin MTH \cdot \sin MGT \cdot \sin MEG}{\sin MEP \cdot \sin MPH \cdot \sin MHT \cdot \sin MTG \cdot \sin MGE}$$

$$MPE = 64^\circ 27' 25,556 + (7)$$

$$MHP = 53 42 9,533 + (8)$$

$$MTH = 76 43 36,564 + (1) - (2) + (8)$$

$$MGT = 59 48 47,833 + (5)$$

$$MEG = 15 46 32,354 + (6)$$

$$9,9553329,9 + 10,062(7)$$

$$9,9063111,4 + 15,466(8)$$

$$9,9882406,8 + 4,967\{(1) - (2) + (8)\}$$

$$9,9367104,5 + 12,248(5)$$

$$9,4343634,5 + 74,525(6)$$

$$\underline{9,2209587,1}$$

$$MEP = 49^\circ 40' 38,967 - (6)$$

$$MPH = 89 30 15,644 - (7)$$

$$MHT = 44 2 9,342 - (8)$$

$$MTG = 20 3 9,901 - (1) - (5)$$

$$MGE = 66 15 24,088 - (5)$$

$$9,8821909,6 - 17,871(6)$$

$$9,9999837,5 - 0,182(7)$$

$$9,8420531,0 - 21,777(8)$$

$$9,5351486,7 - 57,688\{(1) + (5)\}$$

$$9,9615912,2 - 9,262(5)$$

$$\underline{9,2209677,0}$$

$$0 = -89,9 + 62,655(1) - 4,967(2) + 79,198(5) + 92,396(6) + 10,244(7) + 42,210(8)$$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II, III ...

$$\begin{aligned}
 (1) &= \{+ 17,500 \text{ V} + 62,655 \text{ VI}\} \\
 (2) &= \{- \text{III} - 45,652 \text{ V} - 4,967 \text{ VI}\} \\
 (3) &= \{- \text{II} + \text{III} + 9,434 \text{ IV} + 28,152 \text{ V}\} \\
 (4) &= \{- \text{I} + \text{II} - 6,487 \text{ IV}\} \\
 (5) &= \{- \text{I} + 9,262 \text{ IV} + 79,198 \text{ VI}\} \\
 (6) &= \{+ \text{I} - \text{II} + 92,396 \text{ VI}\} \\
 (7) &= \{- \text{III} + 10,062 \text{ IV} + 0,182 \text{ V} + 10,244 \text{ VI}\} \\
 (8) &= \{+ \text{III} + 4,967 \text{ V} + 42,210 \text{ VI}\}
 \end{aligned}$$

Endgleichungen.

$$\begin{aligned}
 - 4,534 &= + 3,0000 \text{ I} - 2,0000 \text{ II} & 0 & - 2,7750 \text{ IV} & 0 & + 13,1980 \text{ VI} \\
 + 0,465 &= - 2,0000 \text{ I} + 4,0000 \text{ II} - 2,0000 \text{ III} - 5,8590 \text{ IV} - 27,9700 \text{ V} - 82,1520 \text{ VI} \\
 + 0,851 &= & 0 & - 2,0000 \text{ II} + 4,0000 \text{ III} - 0,6280 \text{ IV} + 78,5890 \text{ V} + 36,9330 \text{ VI} \\
 + 39,0 &= - 2,7750 \text{ I} - 5,8590 \text{ II} - 0,6280 \text{ III} + 318,1000 \text{ IV} + 267,4173 \text{ V} + 836,6070 \text{ VI} \\
 - 24,0 &= & 0 & - 27,9700 \text{ II} + 78,5890 \text{ III} + 267,4173 \text{ IV} + 3107,5944 \text{ V} + 1534,7375 \text{ VI} \\
 + 89,9 &= + 13,1980 \text{ I} - 82,1520 \text{ II} + 36,9330 \text{ III} + 836,6070 \text{ IV} + 1534,7375 \text{ V} + 20646,2877 \text{ VI}
 \end{aligned}$$

Aus der Auflösung dieser Gleichungen ergeben sich folgende Faktoren und Verbesserungen.

I = - 1,5438	(1) = - 0,830
II = - 0,2510	(2) = + 1,123
III = + 1,0406	(3) = + 1,337
IV = + 0,1462	(4) = + 0,344
V = - 0,0474	(5) = + 2,906
VI = + 0,0001	(6) = - 1,284
	(7) = + 0,172
	(8) = + 0,809

Werden diese Verbesserungen den Beobachtungen hinzugefügt, so erhält man die Richtungen und Entfernungen in Mutz.

Station Mutz.

	0°	0'	0''	Log.	
Gransee . . . . .	0°	0'	0''	3,6917636,	3
Templin . . . . .	100	8	2,013	—	4,0933409, 6
Hausberg . . . . .	159	22	19,839	—	4,2395310, 9
Prenden . . . . .	196	9	55,424	—	4,1458598, 7
Eichstädt . . . . .	262	1	51,476	—	4,2190011, 2

Anmerkung. Um die Endgleichungen zu erhalten werden die durch die Faktoren ausgedrückten Werthe von (1), (2), (3) ... geradezu in die Bedingungsgleichungen gesetzt.

2. Bestimmung des Thurmes in Spandau.

Beobachtungen:

In Eichstädt.		In Eichberg.	
Berlin (Marienth.)	0° 0' 0"	Eichstädt (Dreiecksp.)	0° 0' 0"
3 Beob. Spandau (Thurm)	23 14 12,1+(1)	6 Beob. Spandau (Thurm)	17 4 1,02+(2)
Eichberg (Dreiecksp.)	47 9 48,65	Berlin (Marienth.)	43 47 54,72
		Rauenberg . . . . .	51 11 22,90
		Müggelsberg . . . . .	74 19 48,24

In Berlin (Marienthurm).		In Müggelsberg.	
Müggelsberg . . . . .	0° 0' 0"	Eichberg . . . . .	0° 0' 0"
Rauenberg . . . . .	72 10 2,54	Rauenberg . . . . .	30 21 51,31
Eichberg . . . . .	93 45 16,75	2 Beob. Spandau (Thurm)	43 19 30,48+(4)
4 Beob. Spandau . . . . .	150 39 51,46+(3)	Berlin (Marienth.)	55 42 51,18
Eichstädt . . . . .	182 47 35,60		

In Rauenberg.

Eichberg . . . . .	0° 0' 0"
2 Beob. Spandau (Thurm)	82 35 11,84+(5)
Berlin (Marienth.)	151 1 17,84
Müggelsberg . . . . .	233 30 15,80

Bedingungsgleichungen.

I. Eichberg-Eichstädt-Berlin-Spandau.

$$1 = \frac{\sin SE'E\epsilon \cdot \sin SBE' \cdot \sin SE\epsilon B}{\sin SE\epsilon E' \cdot \sin SE'B \cdot \sin SBE\epsilon}$$

$SE'E\epsilon = 23^\circ 55' 36,55 - (1)$	$SE\epsilon E' = 17^\circ 4' 1,02 + (2)$
$SBE' = 32 7 44,14 - (3)$	$SE'B = 23 14 12,10 + (1)$
$SE\epsilon B = 26 43 53,70 - (2)$	$SBE\epsilon = 56 54 34,71 + (3)$
9,6080653, 1 - 47,5 (1)	9,4675917, 9 + 68,5 (2)
9,7257697, 7 - 33,5 (3)	9,5960805, 9 + 49,0 (1)
9,6530304, 7 - 41,8 (2)	9,9231458, 5 + 13,7 (3)
<u>8,9868655, 5</u>	<u>8,9868182, 3</u>

$$0 = + 473,2 - 96,5 (1) - 110,3 (2) - 47,2 (3) \cdot 1$$

II. Eichberg-Rauenberg-Berlin-Spandau.

$$1 = \frac{\sin SRE \cdot \sin SBR \cdot \sin SEB}{\sin SER \cdot \sin SRB \cdot \sin SBE}$$

$SRE = 82^\circ 35' 11,84 + (5)$

$SER = 34^\circ 7' 21,88 - (2)$

$SBR = 78 29 48,92 + (3)$

$SRB = 68 26 6,00 - (5)$

$SEB = 26 43 53,70 - (2)$

$SBE = 56 54 34,71 + (3)$

$9,9963545,0 + 2,7 (5)$

$9,7489378,5 - 31,1 (2)$

$9,9911879,4 + 4,3 (3)$

$9,9684834,8 - 8,3 (5)$

$9,6530304,7 - 41,8 (2)$

$9,9231458,5 + 13,7 (3)$

9,6405729,1

9,6405671,8

$0 = + 57,3 - 10,7 (2) - 9,4 (3) + 11,0 (5) \cdot II$

III. Eichberg-Müggelsberg-Berlin-Spandau.

$$1 = \frac{\sin EBS \cdot \sin EMB \cdot \sin ESM}{\sin ESB \cdot \sin EBM \cdot \sin EMS}$$

$EBS = 56^\circ 54' 34,71 + (3)$

$ESB = 96^\circ 21' 32,49 + (2) - (3)$

$EMB = 55 42 51,18$

$EBM = 93 45 16,75$

$ESM = 79 24 44,32 + (2) - (4)$

$EMS = 43 19 30,48 + (4)$

$9,9231458,5 + 13,7 (3)$

$9,9973197,0 - 2,4 (2) + 2,4 (3)$

$9,9171052,0$

$9,9990668,6$

$9,9925423,8 + 3,9 (2) - 3,9 (4)$

$9,8364111,7 + 22,3 (4)$

9,8327934,3

9,8327977,3

$0 = - 43,0 + 6,3 (2) + 11,3 (3) - 26,2 (4) \cdot III$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II, III.

$(1) = \frac{1}{3} \left\{ - 96,5 I \right.$

$(2) = \frac{1}{6} \left\{ - 110,3 I - 10,7 II + 6,3 III \right.$

$(3) = \frac{1}{4} \left\{ - 47,2 I - 9,4 II + 11,3 III \right.$

$(4) = \frac{1}{2} \left\{ \quad \quad \quad - 26,2 III \right.$

$(5) = \frac{1}{2} \left\{ \quad \quad \quad + 11,0 II \quad \quad \right.$

Die Gewichte sind der Anzahl der Beobachtungen proportional angenommen worden.

Endgleichungen.

$- 473,2 = + 5688,725 I + 307,622 II - 249,155 III$

$- 57,3 = + 307,622 I + 101,672 II - 37,790 III$

$+ 43,0 = - 249,155 I - 37,790 II + 381,758 III$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt die Faktoren und die Verbesserungen wie folgt:

VIII. §. 101. *Bestimmung einiger Objecte, welche*

I = - 0,0620	(1) = + 2,00
II = - 0,3625	(2) = + 1,82
III = + 0,0363	(3) = + 1,69
	(4) = - 0,48
	(5) = - 1,99

Werden diese Verbesserungen den beobachteten Richtungen hinzugefügt, so findet man die Log. der Entfernungen, von den Dreieckspunkten.

Spandau-Berlin . . . .	Log.	3,8510130, 0
Spandau-Eichberg . . .	-	4,1211389, 0
Spandau-Rauenberg . . .	-	3,8737167, 9
Spandau-Müggelsberg . .	-	4,2096069, 5
Spandau-Eichstädt . . .	-	3,9806868, 1

3. *Bestimmung des Thurmes von Mariendorf.*

## Beobachtungen.

<i>Marienfelde.</i>			<i>Ziethen.</i>		
Rauenberg . . . . .	0° 0' 0"		Marienfelde . . . . .	0° 0' 0"	
1 Beob. Mariendorf . . . . .	24 37 59,05 + (1)		Rauenberg . . . . .	18 50 16,60	
C . . . . .	49 49 9,36	1 Beob. Mariendorf . . . . .	23 23 38,81 + (2)		
B . . . . .	78 50 39,44	Müggelsberg . . . . .	116 1 38,87		
Ziethen . . . . .	135 7 56,05				

*Müggelsberg.*

Ziethen . . . . .	0° 0' 0"		Marienfelde . . . . .	0° 0' 0"	
1 Beob. Mariendorf . . . . .	28 26 42,59 + (3)		Rauenberg . . . . .	71 57 50,48	
Rauenberg . . . . .	32 8 34,71	2 Beob. Mariendorf . . . . .	82 57 35,33 + (4)		
		C . . . . .	83 3 58,40		

*C.*

B . . . . .	0° 0' 0"		<i>Rauenberg.</i>		
Marienfelde . . . . .	67 54 31,52	4 Beob. Mariendorf . . . . .	Müggelsberg . . . . .	0° 0' 0"	
3 Beob. Mariendorf . . . . .	179 48 36,62 + (5)	B . . . . .	47 30 20,65		
		Ziethen . . . . .	50 40 3,36		
		Marienfelde . . . . .	76 41 50,75		

Bedingungsgleichung.

I. Mariendorf-C-B-Marienfelde.

$$1 = \frac{\sin M^e C M^f \cdot \sin M^e B C \cdot \sin M^e M^f B}{\sin M^e M^f C \cdot \sin M^e C B \cdot \sin M^e B M^f}$$

$M^e C M^f = 111^\circ 54' 5''10 + (5)$

$M^e M^f C = 42^\circ 54' 44''59 + (1) - (5)$

$M^e B C = 83 3 58,40$

$M^e C B = 67 54 31,52$

$M^e M^f B = 42 49 44,29 + (1) - (4)$

$M^e B M^f = 82 57 35,33 + (4)$

9,9674670,2 - 8,4 (5)

9,8330700,7 + 22,6 (1) - 22,6 (5)

9,9968120,8

9,9668857,9

9,8323889,4 + 22,7 (1) - 22,7 (4)

9,9967131,9 + 2,6 (4)

9,7966680,4

9,7966690,5

0 = - 10,1 + 0,1 (1) - 25,3 (4) + 14,2 (5) . I

II. B-Mariendorf-Rauenberg-Marienfelde.

$$1 = \frac{\sin M^e M^f R \cdot \sin M^e B M^f \cdot \sin M^e R B}{\sin M^e R M^f \cdot \sin M^e M^f B \cdot \sin M^e B R}$$

$M^e M^f R = 111^\circ 1' 17''96 - (1) + (6)$

$M^e R M^f = 44^\circ 20' 43''01 - (6)$

$M^e B M^f = 82 57 35,33 + (4)$

$M^e M^f B = 42 49 44,29 + (1) - (4)$

$M^e R B = 29 11 30,10$

$M^e B R = 71 57 50,48$

9,9700886,5 + 8,1 (1) - 8,1 (6)

9,8444651,7 - 21,5 (6)

9,9967131,9 + 2,6 (4)

9,8323889,4 + 22,7 (1) - 22,7 (4)

9,6881822,8

9,9781176,3

9,6549841,2

9,6549717,4

0 = + 123,8 - 14,6 (1) + 25,3 (4) + 13,4 (6) . II

III. Ziethen-Marienfelde-Rauenberg-Mariendorf.

$$1 = \frac{\sin M^e M^f R \cdot \sin M^e Z M^f \cdot \sin M^e R Z}{\sin M^e R M^f \cdot \sin M^e M^f Z \cdot \sin M^e Z R}$$

$M^e M^f R = 111^\circ 1' 17''96 - (1) + (6)$

$M^e R M^f = 44^\circ 20' 43''01 - (6)$

$M^e Z M^f = 23 23 38,81 + (2)$

$M^e M^f Z = 46 6 24,23 + (1) - (2)$

$M^e R Z = 26 1 47,39$

$M^e Z R = 18 50 16,60$

9,9700886,5 + 8,1 (1) - 8,1 (6)

9,8444651,7 - 21,5 (6)

9,5988491,2 + 48,6 (2)

9,8577138,9 + 20,3 (1) - 20,3 (2)

9,6423052,5

9,5090580,2

9,2112430,2

9,2112370,8

0 = + 59,4 - 12,2 (1) + 68,9 (2) + 13,4 (6) . III

IV. Ziethen-Mariendorf-Rauenberg-Müggelsberg.

$$1 = \frac{\sin M^s M^f Z \cdot \sin M^s R M^f \cdot \sin M^s Z R}{\sin M^s Z M^f \cdot \sin M^s M^f R \cdot \sin M^s R Z}$$

$M^s M^f Z = 58^\circ 55' 17''63 + (2) - (3)$

$M^s Z M^f = 92^\circ 38' 0''06 - (2)$

$M^s R M^f = 32 21 7,74 + (6)$

$M^s M^f R = 143 57 0,20 + (3) - (6)$

$M^s Z R = 97 11 22,27$

$M^s R Z = 50 40 3,36$

$$9,9327077,9 + 12,7 (2) - 12,7 (3)$$

$$9,7284524,0 + 33,2 (6)$$

$$9,9965719,1$$

$$\underline{9,6577321,0}$$

$$9,9995410,9 + 0,9 (2)$$

$$9,7697392,2 - 28,9 (3) + 28,9 (6)$$

$$9,8884501,8$$

$$\underline{9,6577304,9}$$

$$0 = + 16,1 + 11,8 (2) + 16,2 (3) + 4,3 (6) \cdot IV$$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II ....

$$\begin{aligned} (1) &= \left\{ \begin{array}{l} + 0,1 \text{ I} \quad - 14,6 \text{ II} \quad - 12,2 \text{ III} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad + 68,9 \text{ III} \quad + 11,8 \text{ IV} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad + 16,2 \text{ IV} \end{array} \right\} \\ (2) &= \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{array} \right\} \\ (3) &= \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{array} \right\} \\ (4) &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} - 25,3 \text{ I} \quad + 25,3 \text{ II} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{array} \right\} \\ (5) &= \frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} + 14,2 \text{ I} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{array} \right\} \\ (6) &= \frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \quad + 13,4 \text{ II} \quad + 13,4 \text{ III} \quad + 4,3 \text{ IV} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

#### Endgleichungen.

$$\begin{aligned} + 10,1 &= + 387,268 \text{ I} - 321,505 \text{ II} - 1,220 \text{ III} \quad \text{---} \\ - 123,8 &= - 321,505 \text{ I} + 578,095 \text{ II} + 223,010 \text{ III} + 14,405 \text{ IV} \\ - 59,4 &= - 1,220 \text{ I} + 223,010 \text{ II} + 4940,940 \text{ III} + 827,425 \text{ IV} \\ - 16,1 &= \quad \quad \quad + 14,405 \text{ II} + 827,425 \text{ III} + 406,303 \text{ IV} \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt die Faktoren und die Verbesserungen wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{I} &= - 0,2881 & (1) &= + 5,32 \\ \text{II} &= - 0,3785 & (2) &= + 0,33 \\ \text{III} &= + 0,0142 & (3) &= - 0,89 \\ \text{IV} &= - 0,0552 & (4) &= - 1,14 \\ & & (5) &= - 1,36 \\ & & (6) &= - 1,28 \end{aligned}$$

Werden diese Verbesserungen den beobachteten Richtungen hinzugefügt, so findet man die Entfernungen von den Dreieckspunkten:

$$\begin{aligned} \text{Rauenberg-Mariendorf} &\dots \text{Log. } 3,0062525,0 \\ \text{Marienfelde-Mariendorf} &\dots \quad - 3,2307625,5 \\ \text{Ziethen-Mariendorf} &\dots \quad - 3,6035058,5 \\ \text{Müggelsberg-Mariendorf} &\dots \quad - 3,9251543,3 \\ \text{B-Mariendorf} &\dots \quad - 3,1431579,4 \\ \text{C-Mariendorf} &\dots \quad - 2,8922325,8 \\ \text{Berlin-Mariendorf} &\dots \quad - 3,6703067,9 \end{aligned}$$

Aus 2. und 3. folgt das Dreieck:

Mariendorf Thurm . .	56° 42' 3,40	Log.	3,8510130, 0
Berlin Marienthurm . .	89 50 29,14	—	3,9289006, 0
Spandau Thurm . . .	33 27 27,78	—	3,6703067, 9
	<u>180 0 0,32</u>		

4. Bestimmung des Monuments auf dem Kreuzberge.

*Eichberg.*

*Berlin.*

Berlin Gallerie . .	0° 0' 0"	Müggelsberg . . .	0° 0' 0"
6 Beob. Kreuzberg . . . .	2 25 36,7 + (1)	Rauenberg . . . .	72 11 37,5
Rauenberg . . . .	7 23 3,7	4 Beob. Kreuzberg . . . .	77 30 39,8 + (2)
Müggelsberg . . .	30 31 29,0	Eichberg . . . .	93 46 28,6

*Rauenberg.*

*Müggelsberg.*

Eichberg . . . . .	0° 0' 0"	Eichberg . . . . .	0° 0' 0"
8 Beob. Kreuzberg . . . .	145 48 10,3 + (3)	Rauenberg . . . .	30 21 51,3
Berlin Gallerie . .	151 2 5,4	4 Beob. Kreuzberg . . . .	43 17 9,3 + (4)
Müggelsberg . . .	233 30 15,8	Berlin Gallerie . .	55 42 3,8

Bedingungsgleichungen.

I. Berlin-Müggelsberg-Rauenberg-Kreuzberg.

$$1 = \frac{\sin MKB \cdot \sin MRK \cdot \sin MBR}{\sin MBK \cdot \sin MKR \cdot \sin MRB}$$

$MKB = 90^\circ 4' 25,9 - (2) + (4)$   
 $MRK = 87 42 5,5 - (3)$   
 $MBR = 72 11 37,5$

$MBK = 77^\circ 30' 39,8 + (2)$   
 $MKR = 79 22 36,7 + (3) - (4)$   
 $MRB = 82 28 10,4$

9,9999996, 4 + 0,1 (2) - 0,1 (4)  
 9,9996504, 4 - 0,8 (3)  
 9,9786807, 3  
9,9783308, 1

9,9896001, 1 + 4,7 (2)  
 9,9924920, 8 + 4,0 (3) - 4,0 (4)  
 9,9962381, 1  
9,9783303, 0

$0 = + 5,1 - 4,6 (2) - 4,8 (3) + 3,9 (4) \cdot 1$

II. Berlin-Müggelsberg-Eichberg-Kreuzberg.

$$1 = \frac{\sin MKB \cdot \sin MEK \cdot \sin MBE}{\sin MBK \cdot \sin MKE \cdot \sin MEB}$$

$MKB = 90^\circ 4' 25,9 - (2) + (4)$   
 $MEK = 28 5 52,3 - (1)$   
 $MBE = 93 46 28,6$

$MBK = 77^\circ 30' 39,8 + (2)$   
 $MKE = 108 36 59,6 + (1) - (4)$   
 $MEB = 30 31 29,0$

9,9999996, 4 + 0,1 (2) - 0,1 (4)	9,9896001, 1 + 4,7 (2)
9,6730014, 9 - 39,5 (1)	9,9766599, 8 - 7,1 (1) + 7,1 (4)
<u>9,9990569, 0</u>	<u>9,7057868, 3</u>
9,6720580, 3	9,6720469, 2

$$0 = + 111,1 - 32,4 (1) - 4,6 (2) - 7,2 (4) \cdot \text{II}$$

Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Faktoren I, II ....

$$\begin{aligned} (1) &= \frac{1}{6} \left\{ \text{---} - 32,4 \text{ II} \right\} \\ (2) &= \frac{1}{4} \left\{ - 4,6 \text{ I} - 4,6 \text{ II} \right\} \\ (3) &= \frac{1}{8} \left\{ - 4,8 \text{ I} \text{ ---} \right\} \\ (4) &= \frac{1}{4} \left\{ + 3,9 \text{ I} - 7,2 \text{ II} \right\} \end{aligned}$$

Endgleichungen.

$$\begin{aligned} - 5,1 &= + 11,9725 \text{ I} - 1,73 \text{ II} \\ - 111,1 &= - 1,73 \text{ I} + 193,21 \text{ II} \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt die Faktoren und die Verbesserungen wie folgt:

I = - 0,5097	(1) = + 3,1298
II = - 0,5796	(2) = + 1,2527
	(3) = + 0,3058
	(4) = + 0,5463

Werden diese Verbesserungen den beobachteten Richtungen hinzugefügt, so findet man die Entfernungen von den Dreieckspunkten:

Muggelsberg-Kreuzberg . . . . .	Log.	3,9736026
Eichberg-Kreuzberg . . . . .	-	4,1367111
Berlin-Kreuzberg . . . . .	-	3,3164212
Rauenberg-Kreuzberg . . . . .	-	3,3234648

Anmerkung. Der Standpunkt Berlin bezieht sich hier auf den steinernen Pfeiler auf der untern Gallerie des Marienthurms. (§. 103.)

