

Solche Vorrichtungen sind außer in der Form von Zahlentafeln besonders auch in der Form von graphischen Tafeln (meist als Diagramme bezeichnet) in allen Genauigkeitsstufen, ferner in Form graphisch-mechanischer und rein mechanischer Hilfsmittel zahlreich hergestellt worden, und bereits vorhandene werden immer wieder erfunden. So hat z. B. der zu früh geschiedene K. Schwarzschild den von ihm in der Zeitschr. für Instr. Band 30, S. 75, 1910 veröffentlichten „Transformator“ für neu gehalten, während er bereits schon seit Jahrzehnten und in allen Genauigkeitsgraden der Ausführung zur Verwandlung von zölestischen Äquatorialkoordinaten in Azimutalkoordinaten, besonders für nautische, aber auch kartographische Anwendungen vorhanden und im Gebrauch war; vgl. die von Schwarzschild selbst herrührende berichtigende Notiz in demselben Band der Zeitschr. für Instr., S. 204, ferner etwa meine Trigonometrie (5. Aufl., Stuttgart 1923, S. 444), wo auch dieser Transformator im 5°-Netz abgebildet ist. — Auf andere Zahlentafeln als Transformatoren sphärischer Koordinaten, so besonders die zahlreichen Azimut- und Höhentafeln der Nautik, gehe ich hier gar nicht ein.

III. Die Tafeln der ξ , η für ein sphärisch-geographisches 1°-Netz

folgen nun auf den Seiten [1] bis [60] **am Ende dieses Buchs** in der in II. angegebenen Anordnung und Rechenschärfe. Es ist kaum etwas mehr hinzuzufügen, als ein Wort der prophylaktischen Entgegnung auf den Vorwurf der überflüssig großen Ausdehnung der Tafeln. Wenn sie nur kartographischen Zwecken dienen sollten, so würde allerdings für transversal-zyindrische Abbildungen die Ausdehnung bis zu $\eta = 20^\circ$ oder 25° oder höchstens 30° genügen, während für schiefachsige azimutale Abbildungen jedenfalls der Umfang bis zu $\eta = 40^\circ$ oder ähnlich (entsprechend dem auch in $\xi - \varphi_0$) ausreichen würde; denn wenn je im zweiten Fall noch etwas größere λ in Betracht kommen sollten, so braucht man auch für den Entwurf kein 1°-Netz mehr, sondern kann mit einem 5°-Netz auskommen, und für solche Netze ist, wie in II. angegeben, anderweit gesorgt. Da jedoch die Tafel I auch noch andern Zwecken dienen soll (wenn diese auch hier nicht eingehend zu besprechen sind), so glaube ich sie in Ausdehnung auf die ganze Kugeloberfläche geben zu sollen, d. h. die η durchaus bis zu 90° zu führen, wenn damit auch einige Seiten mehr in Anspruch genommen werden.

Unter diesen allgemeineren Zwecken der Tafel I sei hier wenigstens hervorgehoben die mit ihr gegebene vollständige Zusammenstellung von rechtwinkligen sphärischen Dreiecken (wenigstens solchen mit lauter spitzwinkligen Stücken). Die Tafel gibt unmittelbar die Auflösung

von solchen rechtwinkligen Dreiecken, in denen gegeben sind die Hypotenuse ($< 90^\circ$) und einer der Winkel (ebenfalls $< 90^\circ$), während zu berechnen sind die beiden Katheten; also nach der sonst üblichen Bezeichnung gegeben a, β , gesucht b, c . Dabei ist allerdings, wenn man die gesuchten Stücke b, c je auf $1''$ genau haben will, zunächst vorausgesetzt, daß die gegebenen Zahlen a, β je genau auf 1° abschließen.

Dann liefert mit $\lambda = \beta$ und $90^\circ - \varphi = a$ die Tafel I (S. [1] bis [60]) unmittelbar $b = \eta$ und $c = 90^\circ - \xi$, je auf $1''$ genau. Und obwohl die bei der unmittelbaren Rechnung in Betracht kommenden Gleichungen $\sin b = \sin a \sin \beta$ und $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos \beta$ so einfach sind, daß an sich die Tafel I kaum eine Abkürzung der Rechnung bietet, wird man doch gelegentlich, und zwar namentlich in besondern Fällen, z. B. wenn b nahe bei 90° liegt, gerne zu jener Tafel greifen, wenn nicht eine andre Formel für solche Fälle geläufig ist (vgl. z. B. mein Lehr- und Handbuch der Trigonometrie, 5. Aufl. 1923, S. 435 ff.); und dies selbst für den Fall, daß die oben gemachte Voraussetzung, a und β ganze Gradzahlen nicht zutrifft, und demnach zwischen diese Tafelzahlen eingeschaltet werden muß. Aber auch für andre „Fälle“ des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks, z. B. $b = \eta$, $c = 90^\circ - \xi$, gesucht die Hypotenuse und der Gegenwinkel von b , wird sich die Tafel I vielfach brauchbar zeigen; und noch mehr wird dies in besondern Fällen zutreffen für die im Heft II erscheinende speziellere Tafel II der (ξ, η) für $10'$ -Intervall der Argumente.

Über den Genauigkeitsgrad der Tafel ist schon oben einiges angegeben: Abrundung überall auf $1''$. Es sind dabei alle Werte (ξ, η) unmittelbar berechnet, weder Einschaltungen zwischen Hauptwerte und etwa mit Benützung zweiter Differenzen, noch Differentialformeln gebraucht angesichts der Einfachheit der Gleichungen (2). Immerhin sind die leicht aufzustellenden Formeln für $d\xi$ und $d\eta$ in mancher Beziehung lehrreich, und ich möchte den Leser auffordern, sich mit ihnen zu beschäftigen; angeschrieben brauchen sie hier wohl nicht zu werden.

Die Genauigkeit von $1''$ in den (ξ, η) wird manchem Benutzer dieser Tafeln unnötig weitgehend erscheinen angesichts der ziemlich kleinen Maßstäbe, die für Karten mit 1° -Netzen nur in Betracht kommen können ($1''$ -Fehler in ξ oder η auf der Kugeloberfläche entspricht in der Kartenebene bei den Maßstäben

1:2 Mill.	, 1:1 Mill.	, 1:500 000	, 1:250 000	die Strecke
0,01 ₅	, 0,03	, 0,06	, 0,12	mm);

stören wird sie aber wohl niemand.

Die Tafeln I der (ξ, η) sind am **Schluß** dieses Buchs auf Seite [1] bis [60] zusammengestellt, weil damit bestimmte Zahlen in ihnen leichter aufzusuchen sind. Die S. [1] bis [30] geben die ξ , [31] bis [60] die η ; auf jeder Seite steht ferner oben ξ oder η , endlich wird auch die Verschiedenheit der Umrahmungen Verwechslungen ausschließen helfen.

IV. Unmittelbare kartographische Anwendung der Tafeln in III.: vermittelnde, dann aber auch mit Benützung der folgenden kleinen Hilfstafeln A, B winkeltreue und flächentreue 1° -Netze transversalzylindrischer Abbildungen.

Von Teilen der Erdoberfläche in der Gestalt verhältnismäßig schmaler Meridianstreifen liefert nun die Tafel I eine brauchbare (vermittelnde) Abbildung durch einfaches Auftragen der Werte (ξ, η) als rechtwinkliger ebener Koordinaten in der Kartenebene. Schon vor $1\frac{1}{2}$ Jahrzehnten habe ich gelegentlich von Referaten über kartographische Arbeiten in den Gothaer P.M. ein Hilfsmittel in Aussicht gestellt, das für viele Zwecke genügende 1° -Netze geographischer Karten von beliebigen kleinern Stücken der Erdoberfläche unmittelbar, ohne jede Rechnung, aufzutragen gestatten werde; merkwürdigerweise, ohne daß diese Ankündigung, trotz Wiederholung, Interesse erregt zu haben scheint. Dieses Hilfsmittel ist nun hier in den (ξ, η) der Tafel I geboten; vielleicht wird es nunmehr, wo es tatsächlich anwendbar geworden ist, mehr Beachtung finden.

Wenn ein Gebietsstreifen längs dem Erdäquator in beliebiger Erstreckung von W nach O, aber bei nicht zu großem Bereich zu beiden Seiten des Äquators, vermittelnd auf die Ebene abgebildet werden soll (vermittelnd, d. h. mit geringerer Flächenverzerrung, als sie der winkeltreuen zylindrischen oder Mercator-Abbildung und mit geringerer Winkelverzerrung, als sie der flächentreuen zylindrischen [Lambert-] Abbildung eigen ist), so ist das geometrisch unmittelbar Gegebene, daß als abwickelbare Hilfsfläche der die Erde im Äquator berührend umhüllende Kreiszyylinder benützt wird, wie bei Mercator und bei Lambert, auf dessen Mantellinien aber die Erdmeridiane rektifiziert aufgetragen werden, so daß nach der Abwicklung in die Kartenebene die Meridianbilder längentreu sind; während bei Mercator die Meridianbögen vergrößert, bei Lambert verkleinert aufgetragen werden müssen, sind die Äquatorabschnitte in allen drei Entwürfen identisch (längentreues Äquatorbild). Es entsteht die in der Nautik so benannte Plattkarte, und zwar die quadratische Karte dieser Art; über die rechtwinklige siehe unten. Wird diese Karte bis zu $\varphi = 15^\circ$ N und S vom Äquator ausgedehnt, so ist in den Punkten dieses Parallelkreisbildes (15°) erst eine