

Sechster Abschnitt.

Die Detailtriangulirung.

§. 69.

Die Dreieckspunkte dritten Ranges, die Beobachtung der Winkel und die Signale.

Auf das System der Dreiecke ersten und zweiten Rangs, deren Seiten 4 bis 25 Stunden Länge haben, gründete sich die Bestimmung der Dreieckspunkte dritten Ranges, und als Ausfüllung der erstern gaben dieselben, nach der ebenen Trigonometrie berechnet, die unmittelbare Grundlage für die Detailvermessung.

Für die Detailtriangulirung waren vier Trigonometer angestellt, welche mit achtzölligen Repetitions-Theodolithen von Reichenbach in München arbeiteten. Diese Instrumente gaben bei lauter Horizontal-Winkel-Beobachtungen unmittelbar zehn Secunden an.

Eine Beschreibung dieser Instrumente nach ihren einzelnen Theilen hier zu geben, wird unterlassen, weil jeder dem die Behandlung solcher Instrumente anvertraut wird, alle ihre Bestandtheile kennen muss, damit, wenn während der Beobachtungen etwas mangelt, der Beobachter sogleich wisse, wo der Fehler gefunden und derselbe vielleicht von ihm selbst verbessert werden kann; z. B. wenn Schrauben sich lockern, oder das Fadenkreuz bricht, welche beide Fälle öfters vorkommen.

Die Multiplicationstheodolithe haben jetzt eine ausgezeichnete Construction, und die Eintheilung auf dem Limbus macht es möglich, die Genauigkeit der Winkelbeobachtungen bis auf die stehende Secunde zu bringen; folglich, wenn bei Winkelbeobachtung die Beschaffenheit der Atmosphäre und die Beleuchtung günstig, es bloss an dem guten Auge und der Geschicklichkeit des Beobachters liegt, genaue Resultate zu erzielen.

Ein Hauptforderniss ist, dass dem Dreifuss, auf welchem das Instrument ruht, eine feste und unveränderliche Stellung gegeben werde, entweder auf festem Terrain selbst, oder wo dieses nicht seyn kann, auf Pflöcken, welche dem lockern Boden gleich eingeschlagen, und in deren Häupten dann die stählernen Spitzen des Dreifusses fest eingesetzt werden.

Jedes Theodolith hat zwei bewegliche Fernröhren, das obere ruht auf der Alhidade und bewegt sich im Mittelpunkte des Horizontalkreises; das andere, das sogenannte Versicherungsfernrohr, ist unter dem Horizontalkreis seitwärts angebracht, und dessen Richtung auf einen Fixpunkt dient zur Versicherung der festen Stellung des Instrumentes.

Sind bei der Winkelmessung keine Horizontalwinkel, sondern sogenannte Positionswinkel, wo die Ebene des Kreises in die Ebene der beiden pointirten Signale gebracht ist, gemessen worden, so erhält man die Reduction eines solchen Winkels auf den Horizont, wenn a den Positionswinkel,

a' den Horizontalwinkel,

d und δ die Zenithdistanzen der zwei pointirten Punkte bezeichnen, durch die streng geometrische Formel aus der sphärischen Trigonometrie, in welcher $\frac{a + d + \delta}{2} = S$ gesetzt wird:

$\text{Log. sin } \frac{1}{2} a' = \frac{1}{2} [\text{Log. sin } (S-d) + \text{Log. sin } (S-\delta) + \text{C. Log. sin } d + \text{C. Log. sin } \delta]$

Beispiel. $a = 54^{\circ} 20' 30''$

$d = 90 \quad 25 \quad 10 \quad S-d = 26^{\circ} 20' 20''$

$\delta = 88 \quad 45 \quad 20 \quad S-\delta = 28 \quad 0 \quad 10$

$a + d + \delta = 233 \quad 31 \quad 00$

$a + d + \delta = 116 \quad 45 \quad 30 = S.$

2 $\text{Log. sin } (S-d) = 9,6470694$

$\text{Log. sin } (S-\delta) = 9,6716489$

$\text{Compl. Log. sin } d = 0,0000116$

$\text{Compl. Log. sin } \delta = 0,0001024$

19,3188323 halbirt

gibt $\text{Log. sin } \frac{1}{2} a' = 9,6594161$

$\frac{1}{2} a' = 27^{\circ} 9' 35,34$

$a' = 54 \quad 19 \quad 10,68$

Die bestimmten Punkte umfassen zunächst alle Kirch- und andere Thürme, und bei der Wahl der übrigen Punkte haben sich die Trigonometrie

meter von der Nothwendigkeit leiten lassen, immer solche Stellen aufzusuchen, welche dem Geometer gestattet, dieselben von mehreren Seiten her sehen und benützen zu können.

Da jedoch der grösste Theil dieser Punkte auch für die Folgezeit durch zweckmässige Versteinung erhalten werden sollte, um jedes künftige geometrische Unternehmen darauf gründen und die Formveränderung der Parzellen leicht nachtragen zu können, so hatte der Trigonometer noch weitere Rücksicht darauf zu nehmen, dass die Punkte wo möglich dem Anbau des Feldes nicht hinderlich waren, und der Landmann nicht dadurch gereizt werde sie früher oder später zu vernichten.

Fig. 34.



Die einfachen Signale der Dreieckspunkte dritten Ranges bestanden aus einem Stangenstück von 10—12 Fuss Länge, dessen senkrechter Durchschnitt einen Durchmesser von 2—3 Zoll hatte; oben war ein vierseitiges pyramidenförmiges Bretterdachlein angebracht und das Ganze mit Kalk angestrichen, Fig. 34. Auf solche Punkte, worauf sich die Bestimmung vieler andern gründete, stellte man zur Auszeichnung derselben sogenannte Doppelsignale, sie waren etwas höher als die einfachen, und hatten unterhalb des Dächleins ein Kreuz von Brettchen, Fig. 35.

Fig. 35.



Die erforderlichen Signale hatte der ständige Gehülfe des Trigonometers nach Accordspreisen zu liefern. Die Vertheilung der Punkte geschah in der Art, dass in coupirtem Terrain 2—4, in ebenem hingegen wenigstens 1 oder 2 auf eine Messtischplatte aufgetragen werden konnten, um auf diese die graphische Triangulation (geometrische Punktenbestimmung) mit dem Messtische, und die Detailaufnahme unmittelbar gründen zu können.

Die Data der Winkelmessungen schrieb der Trigonometer an Ort und Stelle in ein gegebenes Manual ein, worin der Standpunkt, die Zeit der Beobachtung, die Winkel in Graden, Minuten und Sekunden, so wie Notizen über Beleuchtung und andere Umstände, worauf bei dem Zusammensetzen der Dreiecke Rücksicht genommen werden musste, angegeben.

Eine Controle für die Winkelmessung ist darin gefunden worden, dass man immer alle Winkel um einen Punkt herum durch Repetition gemessen, und dann gleich an Ort und Stelle die Summe derselben zusammenstellte und mit 360° verglichen hat.

Der Trigonometer fertigte je am Ende des Monats:

- a) einen Bericht über den Stand und Fortgang des Geschäfts,
- b) ein Verzeichniss über die berechneten Coordinaten,
- c) ein Netz im $\frac{1}{75000}$ th. Massstab, in welchem die bestimmten Punkte nach Messtischblättern angegeben, und
- d) ein in tabellarischer Form geführtes Journal über seine Arbeiten unter Beischluss sämtlicher Kostenzettel.

§. 70.

Die übereinstimmende Berechnung der ebenen Dreiecke.

Die Triangulirung ging vom Grossen ins Kleine, und die Dreiecke zweiten Ranges bildeten die Zwischenglieder bei dem Uebergang von den Dreiecken ersten Rangs auf die Detailtriangulation.

Jede Klasse dieser Dreiecke controlirte die zunächst vorangehende, und die ebene Trigonometrie, welche bei den Dreiecken dritten Ranges in Anwendung kam, hatte hiefür den Satz:

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C.$$

wo a, b, c die Dreiecksseiten und A, B und C deren Gegenwinkel bezeichnen. Für die Coordinatenberechnung dieser Dreieckspunkte wurden die Directionswinkel vom Ostpunkt an über Nord, West und Süd berechnet (s. oben §. 16).

Da bei der Bestimmung eines Dreieckspunktes dritten Rangs möglicherweise Distanzen von allen drei Rangklassen der Dreiecke zu Grunde gelegt werden können, und dann auch aus der Berechnung jedes einzelnen Dreiecks die gleichnamigen Distanzen wegen des Uebergangs von den sphärischen Distanzen und Winkeln auf ebene nicht ganz übereinstimmend hervorzugehen pflegen, so wurden für die Bestimmung jedes einzelnen Punktes des dritten Ranges gewöhnlich 2, 3 und mehr Dreiecke angesetzt, und diese so in Uebereinstimmung und alle auf 180^0 gebracht, dass

- a) die Directionswinkel für gleichnamige Seiten gleichgestellt,
- b) die gleichnamigen Seiten vorläufig berechnet, und
- c) hierauf durch nochmalige kleine Correction der auf die gleichnamigen Seiten einwirkenden Winkel der Calcul so geführt, damit aus allen in Berechnung gezogenen Dreiecken die gleichnamigen Seiten auch von gleicher Länge, sowie endlich die Coordinaten aus den andern Seiten und Winkeln berechnet übereinstimmend hervorgingen, wie die zwei folgenden Beispiele von 2 und 3 Dreiecken nachweisen.