

Diplomarbeit

# Erstellen eines Simulationsmodells für regelungstechnische Aspekte bei Dampfturbinen

Georg Arnold

---

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik



Technische Universität Graz



Im Auftrag der Firma



Graz, im Oktober 2010

# Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die aus anderen Quellen entnommenen Stellen als solche gekennzeichnet habe.

Graz, am 27. Oktober 2010

Georg Arnold

# Kurzfassung

Mathematische Simulationsmodelle finden in der heutigen Zeit immer mehr Verwendung, da viele Reglerentwurfsverfahren darauf basieren. Die meisten Modelle der Dampfturbine sind aber stark vereinfacht und können deren dynamisches Verhalten nicht zufriedenstellend nachbilden. Andere Modelle werden hingegen für strömungstechnische Simulationen oder Festigkeitsuntersuchungen erstellt, die wiederum zu komplex sind und zu viel Rechenzeit beanspruchen.

Ziel dieser Arbeit war es, ein Simulationsmodell zu erstellen, welches die regelungstechnischen Aspekte einer Dampfturbine berücksichtigt. Dieses Modell beruht auf physikalischen Gesetzen der Thermodynamik, die das stationäre und dynamische Verhalten hinreichend genau beschreiben.

Es wird auch darauf Wert gelegt, dass das Modell für verschiedene Anlagenbauarten anwendbar ist. Dazu werden die verschiedenen Komponenten in Teilsysteme aufgeteilt und in einer MATLAB Simulink Bibliothek zusammengefasst. Dies ermöglicht eine einfache Handhabung, da die Blöcke je nach Bauart miteinander verknüpft und spezifische Anlagenparameter vorgegeben werden können.

Gleichungen zur Beschreibung des Turbinenmodells werden an einem Beispiel aus der Praxis verifiziert und näher untersucht. Abschließend wird eine Studie zum Turbinenwirkungsgrad, bei verschiedenen Lastfällen, durchgeführt.

# Abstract

Mathematical simulation models are often used today, since many controller design methods are based on models. However, in many cases the steam turbine models are oversimplified and cannot replicate the dynamic behavior satisfactorily. On the other hand, models are developed especially for fluid mechanic simulations or strength tests and are therefore too complex and time consuming.

The aim of this thesis was to develop a simulation model, which accounts for the control engineering aspects of a steam turbine. This model is based on physical laws of thermodynamics, which describe the stationary and dynamic behavior sufficiently well.

Besides, it is of utmost importance, that the model is applicable to multiple plant types. To achieve this modularity, various components are divided into sub-systems and are integrated in a MATLAB Simulink library. This allows easy handling since the blocks can be interconnected individually and specific system parameters can be defined.

The resulting model equations are verified with an example from the field and analyzed. Finally, an efficiency study on the turbine at different load cases is performed.

# Nomenklatur

## Abkürzungsverzeichnis

AP	Arbeitspunkt
BMHKW	Biomasse-Heizkraftwerk
DE	Dampferzeuger
DT	Dampfturbine
FD	Frischdampf
FDS	Frischdampfschiene
FW	Fernwärme
G	Generator
HD	Hochdruck
LUKO	Luftkondensator
LUVO	Luftvorwärmung
Kon	Kondensator
KWK	Kraft-Wärme-Kopplung
MD	Mitteldruck
MDS	Mitteldruckschiene
ND	Niederdruck
NDS	Niederdruckschiene
SpWB	Speisewasserbehälter
SpWP	Speisewasserpumpe
ÜH	Überhitzer
WT	Wärmetauscher
ZÜ	Zwischenüberhitzung

## Formelzeichen für die Modellbildung

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
$A$	Arbeit	$J$
$a$	spezifische Arbeit	$J kg^{-1}$
$b$	Dämpfungskonstante	$kg m^2 s^{-1}$
$c$	spezifische Wärmekapazität	$J kg^{-1} K^{-1}$
$c$	Geschwindigkeit	$m s^{-1}$
$C_v$	Durchflusskoeffizient	$m^3 h^{-1}$
$F_p$	Rohrleitungsgeometrie-Faktor	1
$F_\gamma$	Normierungsfaktor für die spezifische Wärme	1

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
$g$	Erdbeschleunigung	$m\ s^{-2}$
$g$	spezifische freie Enthalpie	$J\ kg^{-1}$
$h$	spezifische Enthalpie	$J\ kg^{-1}$
$K_S$	Stodolakonstante	$kg\ s^{-1}\ Pa^{-1}$
$K_{ST}$	Stodolakonstante (temperaturabh.)	$kg\sqrt{K}\ s^{-1}\ Pa^{-1}$
$K_V$	Durchflusskoeffizient	$m^3\ h^{-1}$
$K_{Vs}$	Durchflusskoeffizient bei maximalen Ventilhub	$m^3\ h^{-1}$
$m$	Masse	$kg$
$\dot{m}$	Massendurchfluss	$kg\ s^{-1}$
$M$	Molmasse	$kg\ mol^{-1}$
$M$	Moment	$Nm$
$p$	Druck	$Pa$
$p$	Polpaarzahl	1
$P$	Leistung	$W$
$Q$	Wärmemenge	$J$
$q$	spezifische Wärmemenge	$J\ kg^{-1}$
$R$	universelle Gaskonstante	$8.314\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$
$R_i$	individuelle Gaskonstante	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
$s$	spezifische Entropie	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
$T$	Temperatur	$K$
$t$	Zeit	$s$
$u$	spez. innere Energie	$J\ kg^{-1}$
$v$	spezifisches Volumen	$m^3\ kg^{-1}$
$V$	Volumen	$m^3$
$x$	Dampfgehalt	1
$Y$	Expansionsfaktor	1
$Z$	Realgasfaktor	1
$z$	Höhe	$m$
$\alpha$	Wirkungsgrad-Korrekturfaktor	1
$\Gamma$	Differentialquotient $\frac{\partial p}{\partial \varrho}$	$bar\ m^3\ kg^{-1}$
$\eta$	Wirkungsgrad	1
$\theta$	Temperatur	$^{\circ}C$
$\Theta$	Massenträgheitsmoment	$kg\ m^2$
$\kappa$	Isentropenexponent	1
$\xi$	Differenzdruckverhältnis	1
$\xi_T$	kritisches Differenzdruckverhältnis	1
$\Pi$	Druckverhältnis	1
$\varrho$	Dichte	$kg\ m^{-3}$
$\tau$	Zeitkonstante	$s$
$\Psi$	Durchflussfunktion	1
$\omega$	Kreisfrequenz	$rad\ s^{-1}$

## Formelzeichen für das linearisierte Modell

Formelzeichen	Bedeutung
<b>A</b>	Systemmatrix
<b>B</b>	Eingangsmatrix
<b>C</b>	Ausgangsmatrix
<b>D</b>	Durchgangsmatrix
<b>E</b>	Eingangs-Störmatrix
<i>S</i>	Steifigkeitsindex
<b>d</b>	Störvektor
<b>u</b>	Stellvektor
<b>x</b>	Zustandsvektor
<b>y</b>	Ausgangsvektor
$\Sigma$	Summe
$\Delta$	Differenz zweier Größen
$\lambda$	Eigenwert
$\boldsymbol{\lambda}$	Vektor der Eigenwerte

## Indizes

Formelzeichen	Bedeutung
0	Auslegungspunkt
a	Austritt
d	Dissipation
de	Dampferzeuger
dt	Dampfturbine
e	Eintritt
el	elektrisch
f	Frischdampf
fz	zusätzliche FD-Verbraucher
kin	kinetisch
L	kritisch
max	maximal
min	minimal
p	bei konstantem Druck
pot	potentiell
R	Ruhelage
rev	reversibel
s	isentrop
sat	gesättigter Dampf
v	bei konstantem Volumen
w	Welle

# Inhaltsverzeichnis

<b>Erklärung</b>	<b>ii</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>v</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation . . . . .	1
1.2. Zielsetzung . . . . .	1
1.3. Struktur der Arbeit . . . . .	2
<b>2. Dampfkraftanlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Der Clausius-Rankine-Prozess . . . . .	3
2.2. Der thermische Wirkungsgrad . . . . .	4
2.3. Möglichkeiten zur Verbesserung des Wirkungsgrads . . . . .	5
2.3.1. Regenerative Speisewasservorwärmung . . . . .	5
2.3.2. Zwischenüberhitzung . . . . .	6
2.4. Hauptregelaufgaben . . . . .	6
2.4.1. Regelung eines Kondensationskraftwerks . . . . .	8
2.4.2. Regelung eines Industriekraftwerks . . . . .	8
2.4.3. Modifizierte Regelung eines Kondensationskraftwerks . . . . .	8
<b>3. Die Dampfturbine</b>	<b>11</b>
3.1. Bauarten . . . . .	11
3.2. Verluste . . . . .	12
3.3. Regelungsstrategien . . . . .	14
3.3.1. Festdruckregelung . . . . .	14
3.3.2. Düsengruppenregelung . . . . .	15
3.3.3. Gleitdruckregelung . . . . .	15
3.3.4. Modifizierte Gleitdruckregelung . . . . .	15
3.3.5. Weitere Betriebsarten . . . . .	15
3.3.6. Sicherheitseinrichtungen . . . . .	16

---

<b>4. Modellbildung</b>	<b>17</b>
4.1. Stationäre Vorgänge	17
4.1.1. Thermodynamische Grundlagen	17
4.1.2. Theorie der Düsenströmung	20
4.1.3. Stodolas Dampfkegelgesetz	24
4.1.4. Der innere Wirkungsgrad einer Dampfturbine	26
4.2. Instationäre Vorgänge	26
4.2.1. Konzentriertes Volumen	27
4.2.2. Drehmoment, Drehzahl und Leistung	29
4.3. Baugruppen	30
4.3.1. Regelventile und Klappen	31
4.3.2. Regelstufe	33
4.3.3. Überströmventil	34
4.3.4. Dampfturbine mit Zwischenüberhitzung	34
4.3.5. Dampferzeuger, Frischdampfschiene	34
4.4. Implementierung in Simulink	35
<b>5. Modellierungsbeispiel</b>	<b>38</b>
5.1. Anlagenbeschreibung	38
5.1.1. Turbine	38
5.2. Bestehende Regelung	38
5.2.1. Turbinenhochlauf	39
5.2.2. Synchronisation	40
5.2.3. Netzparallelbetrieb	40
5.2.4. Inselbetrieb	41
5.2.5. Frequenzstützung	41
5.2.6. Entnahmedruckregelung	41
5.2.7. Anzapfdruck-Begrenzungsregelung	41
5.3. Modellgleichungen	42
5.4. Verifikation	43
<b>6. Modellanalyse</b>	<b>49</b>
6.1. Ruhelagen des Systems	49
6.2. Studie zum Turbinenwirkungsgrad	50
6.3. Analyse des linearisierten Modells	57
6.3.1. Linearisierung	57
6.3.2. Steifigkeit	61
6.3.3. Kopplungsanalyse	61
<b>7. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>66</b>
<b>A. Zusätzliche Daten zum Modellierungsbeispiel</b>	<b>67</b>
A.1. Daten zur Modellbildung	67
A.2. Das lineare Zustandsraummodell	68

---

<b>B. Bedienungsanleitung</b>	<b>70</b>
B.1. Installation	70
B.2. Stationäre Vorgänge	71
B.2.1. Massendurchfluss durch Ventile	71
B.2.2. Massendurchfluss durch Turbinenstufen	73
B.2.3. Gesamtwirkungsgrad $\eta_{ges}$	75
B.3. Dynamische Vorgänge	76
B.3.1. Wellenleistung $P_w$	76
B.3.2. Winkelgeschwindigkeit $\omega$	77
B.3.3. Druck $p$ in einer Kammer	78
B.4. Beispiel	79
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>82</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>83</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>84</b>

# 1. Einleitung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Erstellung eines Simulationsmodells für regelungstechnische Aspekte einer Dampfturbine. Dazu wird in MATLAB Simulink ein Modell erstellt, das das Verhalten einer Dampfturbine nachbildet.

## 1.1. Motivation

Dampfkraftanlagen spielen in der heutigen Energieerzeugung eine zentrale Rolle. Etwa ein Drittel der Primärenergie in Form fossiler Brennstoffe wird in Dampfkraftwerken verbrannt, um den elektrischen Energiebedarf zu decken. Die Dampfturbine findet aber nicht nur in Anlagen mit fossilen Brennstoffen Verwendung, sondern wird in einem weiten Feld der Energieerzeugung eingesetzt. Kernkraftwerke sind auch Wärmekraftwerke und nutzen somit die Dampfturbine als Energiewandler. Aber auch in Kraftwerken die erneuerbare Energiequellen nutzen, wird die Dampfturbine eingesetzt. Dies sind z. B. Biomasse-Anlagen, geothermische Anlagen oder thermische Solarkraftwerke.

Die Dampfturbine ist daher jetzt und auch in Zukunft nicht aus der Energietechnik wegzudenken. Obwohl sich die Entwicklung der Turbinen in den letzten Jahren nur geringfügig geändert hat, ist die Regelung noch bei weitem nicht ausgereizt und es stehen noch viele Möglichkeiten zur Verbesserung offen. Um moderne Regelungskonzepte zu entwerfen und zu testen, wird jedoch oftmals ein dynamisches Streckenmodell benötigt.

## 1.2. Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Modell einer Dampfturbine zu erstellen, welches die statischen aber auch dynamischen Vorgänge qualitativ beschreibt. Dabei soll das Hauptaugenmerk auf die regelungstechnischen Aspekte dieses Simulationsmodells gelegt werden. Häufig werden Modelle für strömungstechnische Simulationen oder Festigkeitsuntersuchungen erstellt, die auf Finite Elemente Methoden (FEM) beruhen. Solche Modelle sind sehr komplex und beanspruchen einen hohen Rechenaufwand. Andererseits werden in der Regelungstechnik oftmals stark vereinfachte Modelle einer Dampfturbine für den Reglerentwurf verwendet, die das dynamische Verhalten nicht ausreichend nachbilden.

Die Firma TG GmbH hat nun, in Zusammenarbeit mit dem Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Graz, diese Arbeit in Auftrag gegeben um die oben genannte Lücke zu schließen. Es soll ein Simulationsmodell erstellt werden, das sowohl die stationären als auch die dynamischen Vorgänge hinreichend

gut beschreibt. Weiters soll das Modell für verschiedene Bauarten von Dampfkraftanlagen anwendbar und auch einfach parametrierbar sein. Dazu soll eine MATLAB Simulink Bibliothek erstellt werden, die alle notwendigen Anlagenkomponenten beinhaltet. Diese Komponenten werden nach dem Baukastenprinzip modelliert und können je nach Anlagenbauart miteinander verknüpft werden.

Die so erstellten mathematischen Modelle sollen anschließend mit Hilfe von Messdaten aus einer realen Anlage verifiziert und näher untersucht werden. Weiters soll eine Studie zum Turbinenwirkungsgrad erstellt werden, um den unbekanntem Wirkungsgrad bei Teillast zu bestimmen.

### 1.3. Struktur der Arbeit

Im zweiten Kapitel werden die Grundlagen einer Dampfkraftanlage kurz erläutert, um einen Überblick über die verschiedenen Anlagenkomponenten und deren Funktionen zu erhalten. Es werden verschiedene Möglichkeiten aufgezeigt, um den Wirkungsgrad der Anlage zu verbessern und die grundsätzlichen Regelaufgaben in einem Dampfkraftwerk vorgestellt.

Auf die Dampfturbine selbst wird anschließend im dritten Kapitel näher eingegangen. Es werden Grundlagen über den Aufbau und die auftretenden Verluste erläutert, sowie verschiedene Regelungsstrategien und Sicherheitseinrichtungen beschrieben.

Das vierte Kapitel beschäftigt sich mit der Modellbildung der Dampfturbine und anderen wichtigen Bauteilen wie z.B. Regelventilen oder Dampferzeuger. Dazu werden die Komponenten physikalisch-mathematisch abgebildet und in einer MATLAB Simulink Bibliothek gespeichert.

Die dadurch erhaltenen Modellgleichungen werden im fünften Kapitel an einem Beispiel aus der Praxis näher untersucht und verifiziert.

Das resultierende Mehrgrößensystem wird anschließend im sechsten Kapitel auf seine Steifigkeit und Verkopplung analysiert. Weiters wird eine Studie zum Turbinenwirkungsgrad bei verschiedenen Lastfällen durchgeführt.

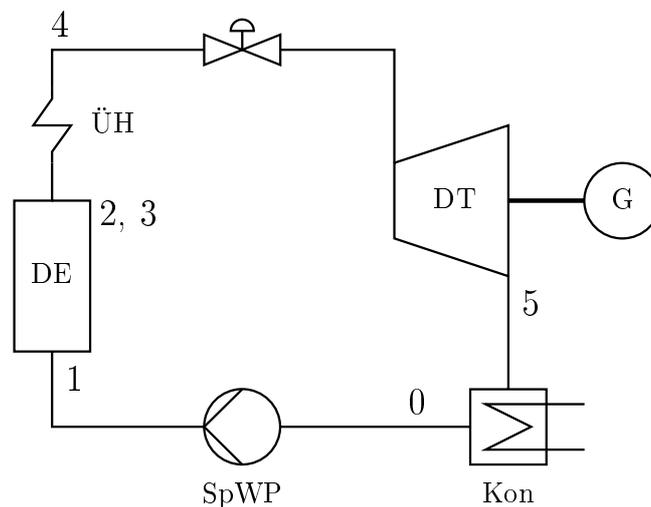
Abschließend wird noch ein Ausblick über die verschiedenen Möglichkeiten der Anwendung dieses Simulationspakets gegeben.

## 2. Dampfkraftanlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen von Dampfkraftwerken erläutert und Möglichkeiten zur Verbesserung des Wirkungsgrads vorgestellt. Weiters wird ein kurzer Überblick über die verschiedenen Regelaufgaben in einer Dampfkraftanlage gegeben.

### 2.1. Der Clausius-Rankine-Prozess

Der Clausius-Rankine-Prozess ist der in den Dampfkraftwerken eingesetzte Kreisprozess. In Abbildung 2.1 ist ein vereinfachtes Blockschaltbild eines Dampfkraftwerks dargestellt.



**Abbildung 2.1.:** Blockschaltbild eines einfachen Dampfkraftprozesses

Mit der Speisewasserpumpe (SpWP) wird der Wasserdruck auf bis zu 300 bar erhöht ( $0 \rightarrow 1$ ). Im Dampferzeuger (DE) wird das Wasser zunächst auf die entsprechende Siedetemperatur erwärmt ( $1 \rightarrow 2$ ), anschließend verdampft ( $2 \rightarrow 3$ ) und schließlich im Überhitzer (ÜH) auf bis zu  $600^\circ\text{C}$  überhitzt ( $3 \rightarrow 4$ ). Der sogenannte Frischdampf (FD) wird in der Dampfturbine (DT) entspannt ( $4 \rightarrow 5$ ) und die geleistete Arbeit im Generator (G) in elektrische Energie umgewandelt. Der Abdampf wird im Kondensator (Kon) wieder verflüssigt ( $5 \rightarrow 0$ ).

Üblicherweise werden solche Kreisprozesse im T-s-Diagramm dargestellt. Dabei wird mit  $T$  die Temperatur und mit  $s$  die *spezifische Entropie* bezeichnet. Die spezifische

Entropie  $s$  kann als Maß für die Unordnung eines thermodynamischen Systems angesehen werden [9]<sup>1</sup>. In Abbildung 2.2 sieht man den Clausius-Rankine-Prozess einer Dampfkraftanlage skizziert.

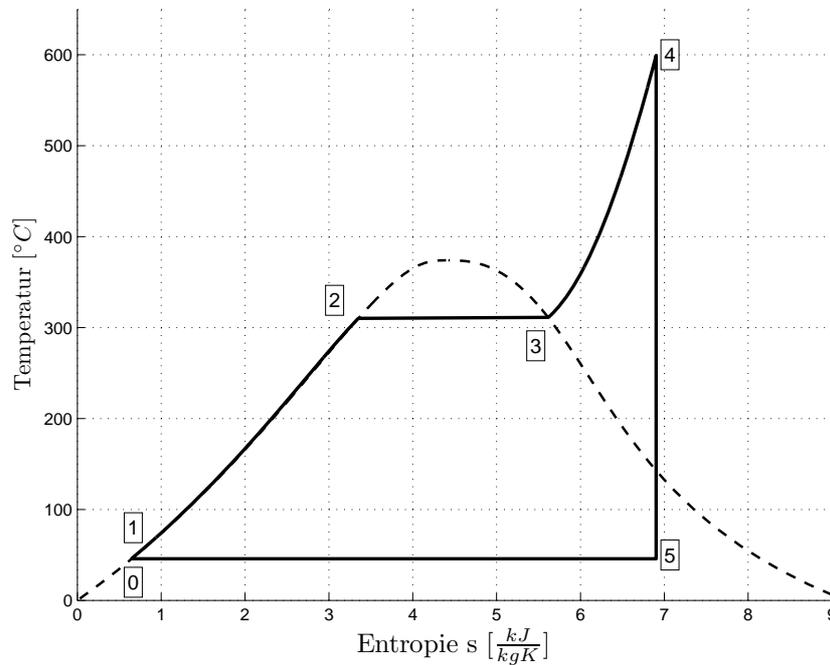


Abbildung 2.2.: Clausius-Rankine-Prozess im T-s-Diagramm

Zuerst erfolgt die isentrope<sup>2</sup> Verdichtung des Speisewassers in der Speisewasserpumpe ( $0 \rightarrow 1$ ). Im Dampferzeuger wird das Wasser isobar<sup>3</sup> erwärmt, verdampft und überhitzt ( $1 \rightarrow 4$ ), die Expansion in der Turbine erfolgt idealerweise isentrop ( $4 \rightarrow 5$ ), während die Kondensation wiederum isobar verläuft ( $5 \rightarrow 0$ ).

## 2.2. Der thermische Wirkungsgrad

Der thermische Wirkungsgrad  $\eta_{th}$  ist definiert als:

$$\eta_{th} = \frac{a}{q_{zu}} = \frac{q_{zu} - |q_{ab}|}{q_{zu}}$$

Dabei sind  $q_{zu}$  und  $|q_{ab}|$  die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen bezogen auf die Masse (vgl. [11]). Die Differenz ist die durch den Prozess gewonnene Arbeit  $a$ . Durch die

<sup>1</sup>Für genauere Ausführungen wird auf einschlägige Literatur verwiesen z. B. [4, 6, 9].

<sup>2</sup>konstante Entropie

<sup>3</sup>konstanter Druck

Einführung einer neuen Zustandsgröße, der so genannten *spezifischen Enthalpie*  $h^4$  und unter Berücksichtigung der Gleichung (4.6), lässt sich der thermische Wirkungsgrad folgendermaßen darstellen:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{h_5 - h_0}{h_4 - h_1} \quad (2.1)$$

Dabei beziehen sich die Indizes auf Abbildung 2.2 bzw. auf Abbildung 2.1. Die Enthalpie  $h_5$  bzw.  $h_0$  sind von der Umgebung festgelegt und  $h_4$  bzw.  $h_1$  sind beeinflussbar. Um einen hohen thermodynamischen Wirkungsgrad zu erzielen, muss die Wärme bei einer möglichst hohen mittleren Temperatur zugeführt und bei möglichst niedriger mittlerer Temperatur abgeführt werden. Das heißt, der Druck und die Temperatur des Dampfes beim Turbineneintritt sollen möglichst hoch und der Druck und die Temperatur im Kondensator möglichst gering sein.

### 2.3. Möglichkeiten zur Verbesserung des Wirkungsgrads

Eine offensichtliche Möglichkeit den Wirkungsgrad zu erhöhen, besteht darin, die *Frischdampfparameter* Temperatur und Druck zu variieren. Jedoch stößt man dabei an mechanische und thermische Beanspruchungsgrenzen der Materialien des Dampferzeugers. Für Temperaturen über 600 °C wird der Einsatz austenitischer Stähle erforderlich, die schwer zu bearbeiten sind und deren Preis um ein vielfaches höher ist als der von ferritischen Stählen [15].

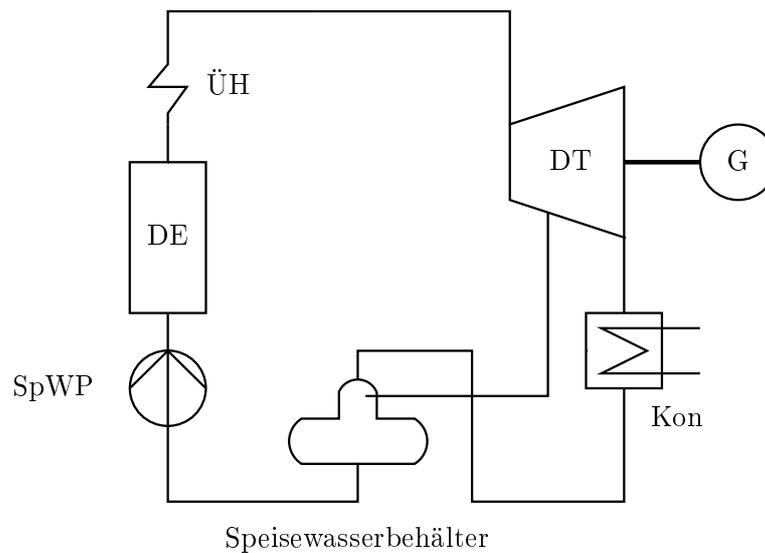
Die Kühltemperatur im Kondensator wird durch das zur Verfügung stehende Kühlmittel beschränkt.

#### 2.3.1. Regenerative Speisewasservorwärmung

Die *regenerative Speisewasservorwärmung* dient als Entgaser, um den gelösten Sauerstoff aus dem Speisewasser zu entfernen, der sich durch Zugabe von Frischwasser oder durch das Vakuum im Kondensator eingebracht hat. Dies ist notwendig, um Korrosionsschäden vorzubeugen. Neben diesen betrieblichen Gründen wird die Speisewasservorwärmung auch als Wirkungsgrad steigernde Maßnahme eingesetzt. Ein Blockschaltbild mit einer einfachen Speisewasservorwärmung ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Es werden mehrere Vorwärmer mit Anzapfdampf aus der Turbine beheizt, dadurch ist zwar weniger Dampf für die Erzeugung von elektrischer Energie vorhanden, aber der Wirkungsgrad wird erhöht. Des Weiteren wird der Dampf volumenstrom im Niederdruckteil der Turbine geringer. In diesem Teil der Turbine sind die Strömungsquerschnitte und die Schaufellängen sehr groß und somit auch die Konstruktion im Vergleich zum Hochdruckteil teurer. Somit werden durch die regenerative Speisewasservorwärmung die Investitionskosten gesenkt. In modernen Dampfkraftanlagen werden bis zu 8 Vorwärmerstufen eingesetzt, um das Speisewasser nahezu bis zur Sättigungstemperatur vorzuwärmen.

---

<sup>4</sup>Die Bedeutung der Enthalpie wird in Abschnitt 4.1.1 näher erläutert.



**Abbildung 2.3.:** Blockschaltbild eines Dampfkraftprozesses mit einfacher Speisewasservorwärmung

### 2.3.2. Zwischenüberhitzung

Eine weitere Möglichkeit, die Effizienz zu steigern, ist die *Zwischenüberhitzung* ( $Z\ddot{U}$ ). Hierbei wird der Frischdampf im Hochdruckteil der Turbine teilentspannt (z.B. 60 bar), anschließend im Dampferzeuger wieder auf Frischdampf Temperatur erhitzt und schließlich im Niederdruckteil vollständig entspannt. Die Zwischenüberhitzung ist konstruktiv relativ aufwendig und da das Material für die Frischdampfleitung vergleichsmäßig teuer ist, wird eine Zwischenüberhitzung aus wirtschaftlichen Gründen nur einmal durchgeführt. In seltenen Fällen wird auch eine zweifache Zwischenüberhitzung verwirklicht. Ein weiterer Vorteil neben der Wirkungsgradsteigerung ist die Reduktion der Dampfnässe im ND-Teil der Turbine. In Abbildung 2.4 ist eine einfache  $Z\ddot{U}$  dargestellt, in Abbildung 2.5 das zugehörige T-s-Diagramm.

## 2.4. Hauptregelaufgaben

Die Hauptregelaufgabe in einem Dampfkraftwerk besteht darin, die geforderte Leistung in jedem Moment bereitzustellen, sei es für die Erzeugung elektrischer oder thermischer Energie. Der zweite und nicht minder wichtige Aspekt der Regelung ist es, die Leistung mit der erforderlichen Qualität zu liefern. Das heißt, die elektrische Energie muss mit einer definierten Spannung und Frequenz und die thermische mit einem gewissen Druck und Temperatur erzeugt werden. Im folgenden Abschnitt werden die Regelungsstrategien in Anlehnung an [8] angeführt.

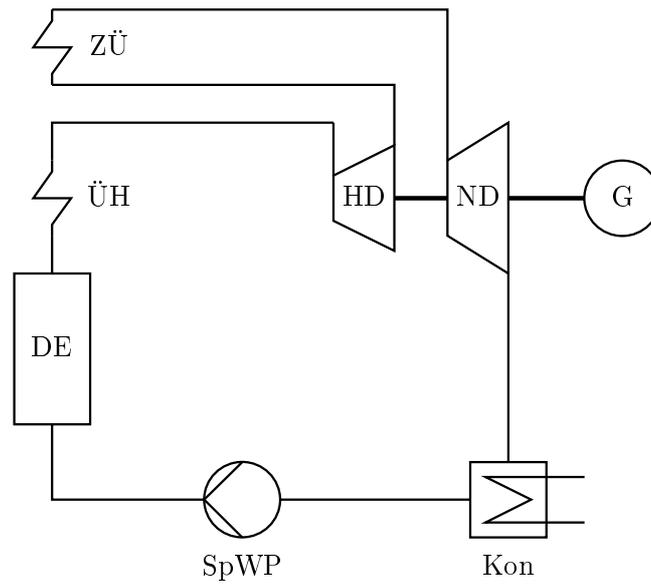


Abbildung 2.4.: Blockschaltbild eines Dampfkraftprozesses mit einfacher ZÜ

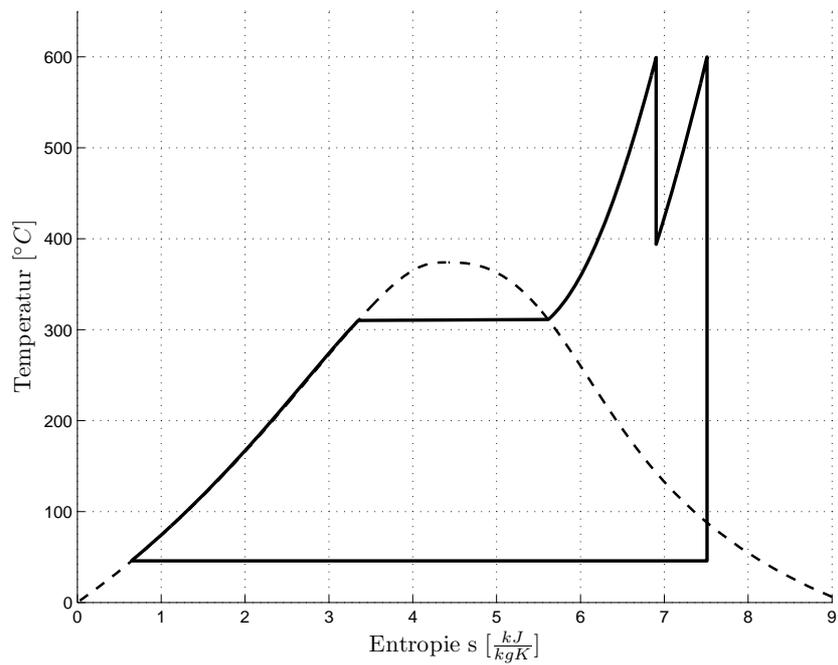


Abbildung 2.5.: T-s Diagramm eines Dampfkraftprozesses mit einfacher ZÜ

### 2.4.1. Regelung eines Kondensationskraftwerks

Eine Prinzipschaltung zur Regelung der Spannung und Frequenz ist in Abbildung 2.6 zu sehen. Die Generatorspannung  $u$  wird durch Veränderung der Erregung des Synchrongenerators konstant gehalten. Die Frequenz  $f$  wird durch die Turbinendrehzahl  $n$  konstant gehalten. Die Turbinendrehzahl wird wiederum über die zugeführte Wärmeenergie in den Dampferzeuger geregelt. Diese Schaltung wird in Kondensationskraftwerken im Inselbetrieb angewendet.

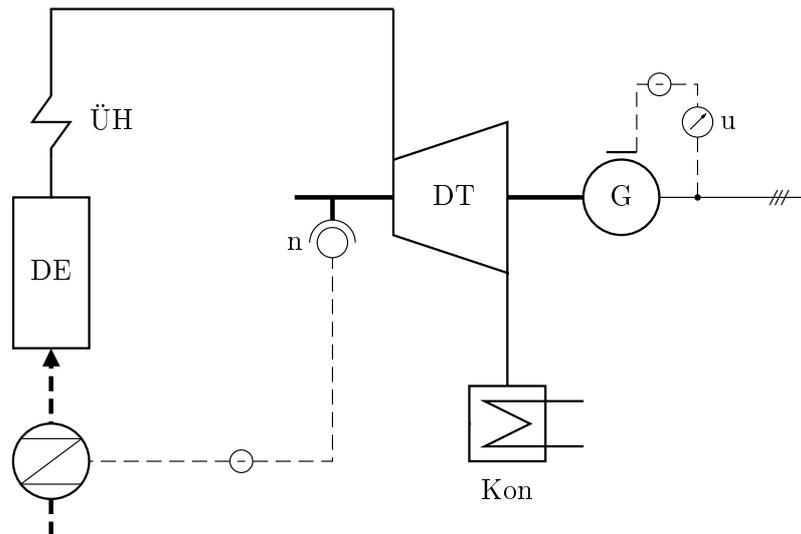


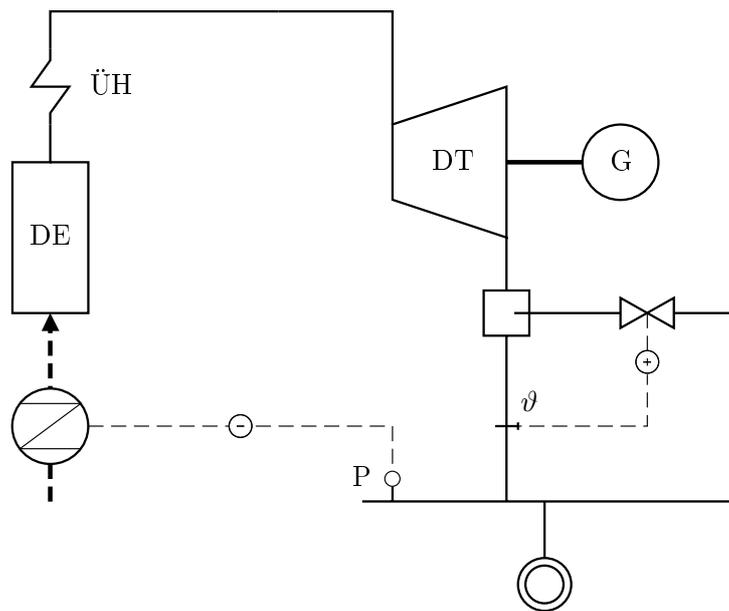
Abbildung 2.6.: Regelschema eines Kondensationskraftwerks

### 2.4.2. Regelung eines Industriekraftwerks

In Abbildung 2.7 ist die Regelung eines Industriekraftwerks zur Erzeugung von Prozessdampf dargestellt. Die Temperatur  $\vartheta$  wird durch die Menge des Einspritzwassers in den Dampf hinter der Turbine geregelt. Der Dampfdruck ist abhängig von der zugeführten Brennstoffmenge. Hier wird angenommen, dass der Generator auf ein Verbundnetz arbeitet und somit keiner weiteren Regelung bedarf.

### 2.4.3. Modifizierte Regelung eines Kondensationskraftwerks

Ein großer Nachteil des ersten Prinzips ist, dass die Regelung sehr träge ist. Da aber elektrische Energie nicht im größeren Maße gespeichert werden kann, muss die Energie im Moment des Verbrauchs erzeugt werden. Um dieses Problem zu lösen, werden Regelungen wie in Abbildung 2.8 verwirklicht, die die Speicherwirkung des Dampferzeugers positiv nutzen. Die Turbinendrehzahl wird durch das Einlassventil geregelt. Bei Laststeigerung wird Dampf vorübergehend aus dem Kessel entnommen, bei Lastsenkung



**Abbildung 2.7.:** Regelschema eines Industriekraftwerks für Prozessdampf

hingegen wird Dampf vorübergehend in den Dampferzeuger eingespeichert. Somit ist der Drehzahlregelkreis hinreichend schnell. Dieser Drehzahlregelung ist eine träge Druckregelung überlagert. Wenn die Drehzahlregelung mehr Dampf fordert, fällt der Druck in der Frischdampfleitung und es muss mehr Brennstoffenergie zugeführt werden. Somit ist der Turbosatz in der Lage, schnellen Laständerungen zu folgen. Der Dampferzeuger wird mit der trägen Druckregelung nachgeführt.

Die heutigen Kraftwerke arbeiten fast ausschließlich im Verbundbetrieb, das heißt, es sind mehrere Kraftwerke und Verbraucher zu einem Verbundnetz zusammen geschlossen. Der Vorteil liegt darin, dass bei Ausfall eines Kraftwerks eine anteilmäßige Lastübernahme erfolgen kann. Auch die Frequenzhaltung wird wesentlich erleichtert, wenn mehrere Kraftwerke daran beteiligt sind und auch schnell regelbare Kraftwerke im Verbundnetz arbeiten, wie zum Beispiel Wasserkraftwerke.

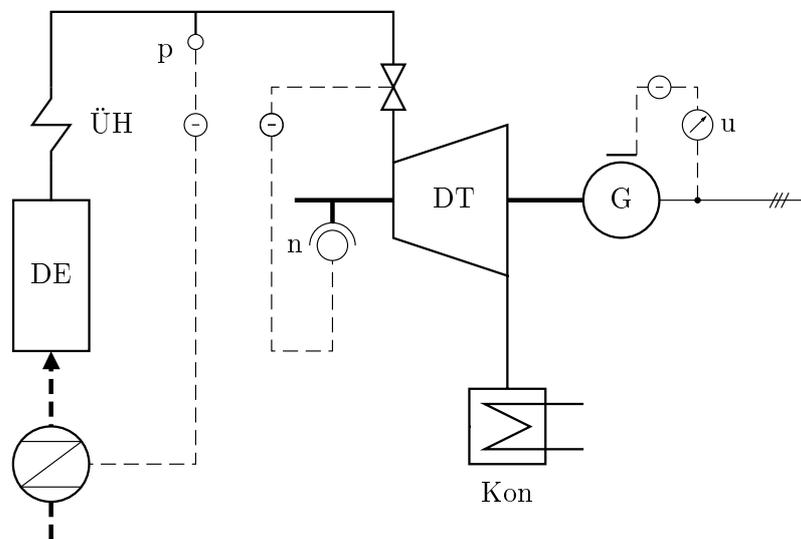


Abbildung 2.8.: Modifiziertes Regelschema eines Kondensationskraftwerks

## 3. Die Dampfturbine

Die Dampfturbine löste am Ende des 19. Jahrhunderts die bis dahin vorherrschende Kolbendampfmaschine ab, die durch die translatorische Bewegung des Kolbens und die damit auftretenden Massenkräfte an ihre Leistungsgrenzen gekommen war [15]. Sie spielt weltweit eine zentrale Rolle in der Energieerzeugung, da die Dampfturbine in Anlagen mit fossilen Brennstoffen, Biomasse-Anlagen, Müllverbrennungsanlagen, Atomkraftwerken und in solarthermischen Kraftwerken Verwendung findet.

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Bauarten und auftretende Verluste erläutert. Weiters werden verschiedene Regelungsstrategien und Sicherheitseinrichtungen vorgestellt.

### 3.1. Bauarten

Es gibt die verschiedensten Bauarten und Größen von Dampfturbinen, die in vielen Branchen verwendet werden. Von einstufigen Kleinturbinen, die als Hilfsantriebe dienen, über Schiffsturbinen mit bis zu 50MW, Industrieturbinen, die als kommunale Kraftwerke oder in Industriebetrieben als Antrieb von Generatoren und großen Pumpen dienen, bis hin zu den Kraftwerksturbinen, die eine Leistung von bis zu 1300MW besitzen [11].

Die Einteilung der verschiedenen Dampfturbinen erfolgt in Anlehnung an [6] nach Zustand und Verhalten des Dampfes.

- **Durchflussrichtung.** Es gibt *Axial-* und *Radialturbinen*.
- **Arbeitsverfahren.** Hiernach gibt es *Gleichdruckturbinen*<sup>1</sup>, bei denen das gesamte Wärmegefälle in den *Leitschaufeln* (feststehend) in kinetische Strömungsenergie umgewandelt wird. Diese kinetische Energie wird in den *Laufschaukeln* (an der Welle befestigt) in mechanische Arbeit umgesetzt.

Die andere Variante ist die *Überdruckturbine*<sup>2</sup>, bei der das Wärmegefälle im *Leit- und Laufrad* in kinetische Energie umgesetzt wird. Die Schaufelanordnungen und Druckverläufe sind in Abbildung 3.1 dargestellt.

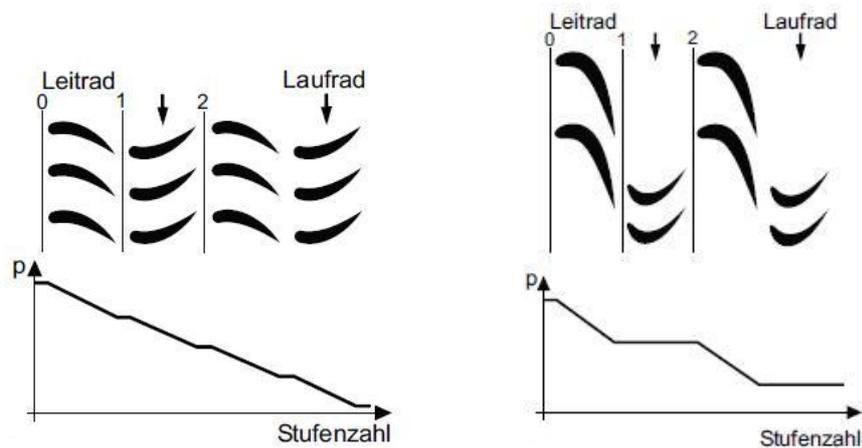
- **Eintrittszustand.** Hiernach wird zwischen *Heißdampf-*, *Sattdampf-* (Kernkraftwerk) oder *Nassdampfturbinen* unterschieden.
- **Dampfzuführung.** Es werden *Frischdampf-*, *Abdampf-*, *Speicherdampf-* sowie *Zwei-* oder *Mehrdruckturbinen* unterschieden.

---

<sup>1</sup>Aktionsturbine

<sup>2</sup>Reaktionsturbine

- **Dampfabführung.** Es gibt *Kondensationsturbinen*, bei denen die Kondensationswärme an die Umgebung abgegeben wird, z.B. durch Frischwasserkühlung (Fluss, See oder Meer). Weiters gibt es *Gegendruckturbinen*, bei denen die Energie der Abdampfwärme weiter genutzt wird, z.B. für Fernwärme. Bei der *Anzapfturbine* wird ein Teil des Dampfes aus der Turbine entnommen und für andere Prozesse verwendet. Die *Entnahmeturbine* arbeitet wie die Anzapfturbine, nur dass hier die Entnahme geregelt wird.



(a) Druckverlauf in einer Überdruckstufe entnommen aus [15]

(b) Druckverlauf in einer Gleichdruckstufe entnommen aus [15]

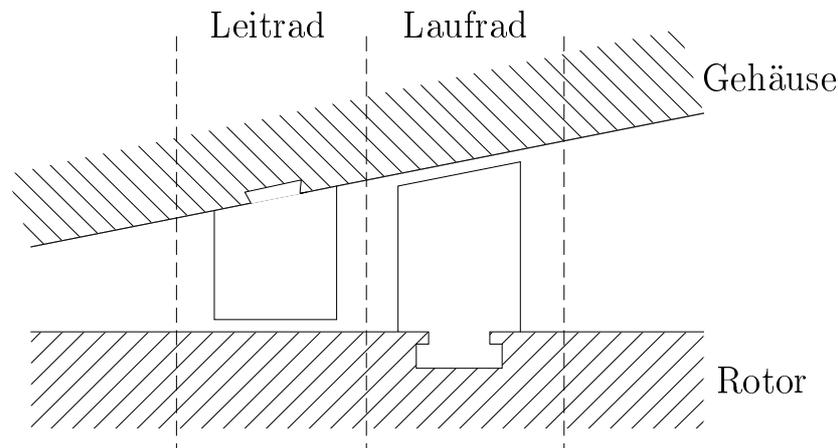
**Abbildung 3.1.:** Vergleich Überdruck- und Gleichdruckstufe

### 3.2. Verluste

Die Verluste, die in einer Dampfturbine anfallen, werden in Anlehnung an [15] wie folgt eingeteilt:

- **Schaufelverluste.** Da meist eine turbulente Strömung vorliegt, entstehen Reibungsverluste in den Schaufelkanälen.
- **Spaltverluste.** Im unvermeidbaren Spalt zwischen Leit- und Laufrad strömt ein Dampfstrom der nichts zur Rotationsenergie beiträgt (siehe Abbildung 3.2). Diese Verluste sind proportional zu Spaltfläche und Druckdifferenz.
- **Radreibungsverluste** entstehen durch die Reibung der Rotorflächen im umgebenden Fluid.
- **Ventilationsverluste** treten bei nicht voll beaufschlagten Laufrädern auf. Bei Teillast wirkt der nicht beaufschlagte Teil als Ventilator und die dabei benötigte Leistung wirkt sich als Verlust aus.

- **Austrittsverluste.** Die kinetische Energie, die der Austrittsdampf noch besitzt, ist als Verlust zu sehen.
- **Verluste durch Dampfnässe.** Im Allgemeinen folgen die Wassertropfen nicht dem Dampfstrom. Sie lösen dadurch eine bremsende Wirkung aus und es können Schäden infolge von Erosion entstehen.



**Abbildung 3.2.:** Längsschnitt durch eine Turbinenstufe

Die oben angeführten Verluste schlagen sich im *inneren Wirkungsgrad*<sup>3</sup>  $\eta_i$  nieder. Sie verringern das Enthalpiegefälle  $\Delta h$  gegenüber dem isentropen Enthalpiegefälle  $\Delta h_s$ . Der innere Wirkungsgrad von modernen Turbinen liegt zwischen 93 und 95%. Im  $h$ - $s$ -Diagramm (Abbildung 3.3), oder auch *Mollier-Diagramm* genannt, sind die isentrope Expansion und das reale Verhalten in der Dampfturbine dargestellt. In Abbildung 3.3(a) findet die Expansion vollständig im Heißdampfgebiet statt, in Abbildung 3.3(b) hingegen geht die Expansion vom Heißdampf- ins Nassdampfgebiet. Eine weitere Möglichkeit wäre, dass die Dampfturbine im isentropen Fall ins Nassdampfgebiet expandiert, aber die reale Expansion im Heißdampfgebiet endet. Eine Expansion, die vollständig im Nassdampfgebiet verläuft, würde zum Beispiel in einer Kernkraftwerks-Dampfturbine auftreten.

Zusätzlich zum inneren Wirkungsgrad wird noch der mechanische Wirkungsgrad  $\eta_{mech}$  angegeben, der die Undichtheiten in den äußeren Wellendichtungen und die Reibung in den Axial- und Traglagern erfasst. Der mechanische Wirkungsgrad liegt bei 98 bis 99%. Zusammen ergibt sich der Turbinenwirkungsgrad  $\eta_T$  zu:

$$\eta_T = \eta_i \cdot \eta_{mech} \quad (3.1)$$

---

<sup>3</sup>isentropen Wirkungsgrad

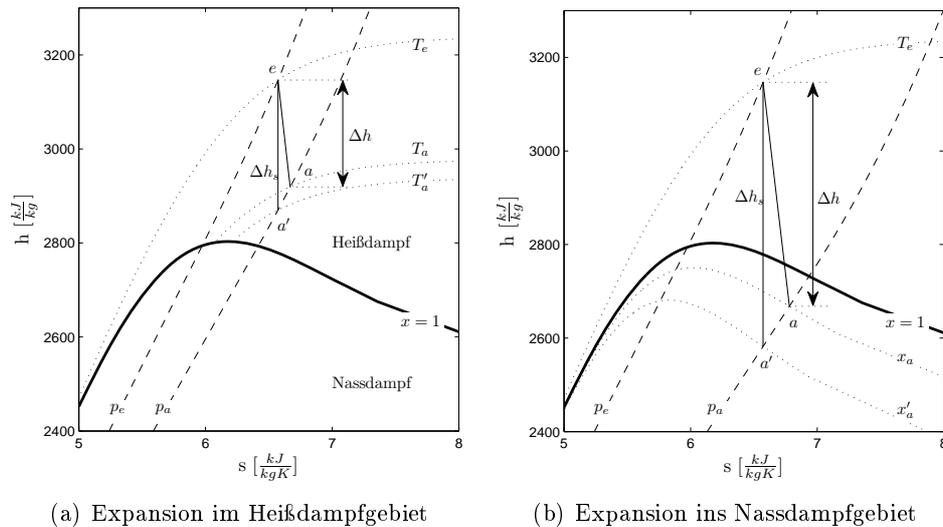


Abbildung 3.3.: Verlustbehaftete Expansion in einer Dampfturbine

### 3.3. Regelungsstrategien

Die Leistung einer Turbine ist gegeben durch:

$$P_T = \eta_T \dot{m} \Delta h_s \quad (3.2)$$

Daraus ist ersichtlich, dass die Regelung der Leistung durch Ändern des Dampfstroms  $\dot{m}$  oder durch Variieren des Enthalpiegefälles erfolgt. Dafür wird entweder bei konstantem Druck vor dem Einlassventil der Ventilquerschnitt verändert (*Festdruckbetrieb*), oder bei fester Ventilstellung der Druck verändert (*Gleitdruckbetrieb*) [15, 16]. Neben der Leistungsregelung gibt es noch die Drehzahlregelung und verschiedene Dampfdruckregelungen.

#### 3.3.1. Festdruckregelung

Die einfachste Art, eine Dampfturbine zu regeln, ist es, das Turbinenventil bei Lastsenkung anzudrosseln<sup>4</sup>. Durch die Drosselung kann der Druck verringert werden und somit wird die Leistung dementsprechend vermindert. Der Frischdampf wird, wie in Abschnitt 2.4.3 erläutert, im Dampferzeuger eingespeichert. Der Nachteil dieser Methode ist, dass eine Drosselung immer mit Verlusten behaftet ist.

<sup>4</sup>Auch Drosselregelung genannt.

### 3.3.2. Düsengruppenregelung

Der Nachteil des schlechten Teillastverhaltens der Festdruckregelung kann durch eine Teilbeaufschlagung gelöst werden. Die erste Stufe der Turbine muss dazu im Gleichdruckprinzip (siehe Abschnitt 3.1) ausgeführt werden. Diese sogenannte *Regelstufe* ist mit über den Umfang verteilten Düsengruppen ausgestattet. Der Dampfzufluss zu jedem einzelnen Beaufschlagungssektor (Düsengruppe) wird durch ein Ventil gesteuert, das entweder geschlossen oder voll geöffnet ist. Dadurch wird immer nur ein Ventil angedrosselt und somit die Drosselverluste minimiert. Dem Vorteil des besseren Teillastverhaltens stehen neben der aufwendigeren Konstruktion weitere Nachteile gegenüber. Die Regelstufe hat, im Vergleich zu einer Stufe die z.B. im Gleitdruckbetrieb verwendet wird, einen schlechteren Wirkungsgrad, was sich besonders im Volllastbetrieb bemerkbar macht. Da große Anlagen vor allem Grundlast fahren, kann dies ein gravierender Nachteil sein.

### 3.3.3. Gleitdruckregelung

Die Leistung wird bei konstantem Einlassventilquerschnitt durch Änderung des Verdampfungsdrucks geregelt. Der Regeleingriff wird an der Speisewasserpumpe vorgenommen. Dieses Prinzip ist aber sehr träge, da bei einer Laststeigerung erst der Dampferzeuger auf einen höheren Druck gebracht werden muss. Somit kann einer Laständerung des Netzes nicht gefolgt werden. Trotz dieses erheblichen Nachteils gibt es auch einige Vorteile, die für den Gleitdruckbetrieb sprechen. Die Bauteile der Turbine werden weniger beansprucht und auch die Investitionskosten sind geringer, da keine Regelstufe und keine Düsengruppen benötigt werden.

### 3.3.4. Modifizierte Gleitdruckregelung

Um die schlechte Regelfähigkeit der Gleitdruckregelung zu verbessern, wird ein Kompromiss aus Gleitdruckregelung und Festdruckregelung getroffen. Die Einlassventile arbeiten vorübergehend im Festdruckbetrieb, bis sich der Druck entsprechend dem Gleitdruckprinzip eingestellt hat. Danach kehren die Ventile wieder in die Ausgangsstellung zurück. Dadurch kann einer Leistungsänderung genügend schnell gefolgt werden.

### 3.3.5. Weitere Betriebsarten

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Leistungsregelung näher beschrieben. Im folgenden sollen noch weitere Betriebsarten kurz erläutert werden.

#### Frequenzregelung

Falls das Kraftwerk nicht auf ein Verbundnetz, sondern im so genannten Inselbetrieb arbeitet, muss die Frequenz des Generators geregelt werden. Dies ist der Fall, wenn zum Beispiel ein Fehler im Verbundnetz auftritt und der Netzschalter geöffnet werden muss. Der größte Teil der verbrauchten Leistung fällt weg und es wirkt nur noch der elektrische Eigenbedarf des Kraftwerks als Verbraucher. Wenn die Frequenz nun konstant gehalten wird, stellt man sicher, dass die erzeugte Leistung gleich der verbrauchten Leistung ist.

Ähnlich der Frequenzregelung ist die Drehzahlregelung. Diese ist von Bedeutung, wenn die Turbine hochgefahren wird. Der Generator belastet in diesem Betriebszustand die Turbine nicht.

### **Vordruckregelung**

Ist an der Frischdampfschiene nicht nur die Dampfturbine angeschlossen, sondern auch andere Dampfverbraucher, die einen konstanten Dampfdruck fordern, so muss der Druck vor der Turbine konstant gehalten werden. Da der Dampferzeuger, wie schon erwähnt, sehr träge ist, arbeitet die Turbine als Stellglied auf den Dampferzeuger. Die Leistung ist dann unregelt.

### **Gegendruckregelung**

Ähnlich der Vordruckregelung agiert die Dampfturbine nun als Stellglied für den Dampfdruck nach der Turbine, um den Gegendruck für Dampfverbraucher auf der Niederdruckschiene konstant zu halten.

### **Entnahmedruckregelung**

Bei Entnahmeturbinen wird auch der Entnahmedruck geregelt. Dies geschieht sowohl über das Frischdampfventil, als auch über das Entnahme- und Überströmventil.

### **Überspringen von Stufen**

Dieses Verfahren wird angewandt, um eine kurzzeitige Steigerung der Leistung über die Nennlast zu erreichen. Ein Überbrückungsventil leitet Dampf in eine weiter hinten folgende Stufe, wodurch der Druck erhöht wird und somit auch die Leistung ansteigt. Ein niedrigerer Wirkungsgrad durch die Drosselverluste wird dabei in Kauf genommen.

### **3.3.6. Sicherheitseinrichtungen**

Wird die Turbinenleistung momentan reduziert, nimmt die Drehzahl unverzögert zu. Eine Reduktion der Leistung auf Eigenbedarf wird als *Lastabwurf* bezeichnet. Um Schäden zu verhindern, schließen die Schnellschlussventile vor dem HD und ND-Teil, um die Energiezufuhr zur Turbine zu stoppen. Der daraus resultierende Druckanstieg im Kessel wird durch einen *HD-Bypass* und einen *ND-Bypass* begrenzt, die Umleitventile werden geöffnet und der Dampfdruck wird reduziert. Der HD-Dampf strömt in den ZÜ, damit dieser auch im Umleitbetrieb gekühlt wird, der ND-Dampf wird in den Kondensator umgeleitet. Diese Umleitstationen ermöglichen kurzzeitig einen Betrieb des Dampferzeugers bei geschlossenen Turbinenventilen. Dies ist von Vorteil, wenn zum Beispiel ein Defekt im Generator oder in der Turbine auftritt. Zusätzlich ist in jedem Kraftwerk ein Sicherheitsventil im Kessel vorgeschrieben, um eine Drucküberschreitung zu verhindern.

## 4. Modellbildung

Ziel der Modellbildung ist es, möglichst allgemeine Beziehungen für die verschiedenen Komponenten einer Dampfturbine zu finden. Das stationäre und dynamische Verhalten des Systems soll genügend genau dargestellt werden, ohne dass das Modell zu komplex wird. Das gesamte Modell ist in Teilsystemen aufgebaut, die in einer Turbine häufiger vorkommen, um die Modellierung und Parametrierung von verschiedenen Anlagenbauarten möglichst einfach zu gestalten.

### 4.1. Stationäre Vorgänge

Dieser Abschnitt befasst sich zunächst mit den thermodynamischen Grundlagen. Dann wird ein fundamentales Bauteil der Turbine, die Düse, näher untersucht. Aus der Theorie der Düsenströmung lässt sich das Dampfkegelgesetz herleiten und in weiterer Folge die Modellgleichungen der Ventile. Abschließend wird der Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Abweichung aus dem Auslegungspunkt untersucht.

#### 4.1.1. Thermodynamische Grundlagen

Um die späteren Herleitungen der mathematischen Zusammenhänge diverser Bauteile besser verstehen zu können, werden an dieser Stelle einfache Grundlagen der Thermodynamik kurz erläutert. Dieser Abschnitt lehnt sich an [4,6] an.

##### Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Der erste Hauptsatz besagt allgemein, dass Energie nicht verloren gehen kann. Das bedeutet, dass sich die Energie eines Systems nur durch Energieaustausch ändern kann [6]. In der Thermodynamik werden vor allem vier Energieformen betrachtet: Die Arbeit  $A$ , die Wärmemenge  $Q$ , die äußere Energie  $E_a$  und die innere Energie  $U$ .

Eine mathematische Formulierung des ersten Hauptsatzes für ein geschlossenes System lautet:

$$dQ + dA = dE_a + dU \quad (4.1)$$

Als äußere Energie  $E_a$  werden vor allem die potentielle und die kinetische Energie, aber auch z.B. elektrische oder magnetische Energie, verstanden. Die innere Energie  $U$  ist die Summe aller Energien, die in den Molekülen gespeichert sind.  $Q$  ist die zu- oder abgeführte Wärme und  $A$  ist die zu- oder abgeführte Arbeit. Diese Arbeit kann als Volumenänderungsarbeit  $A_V$

$$dA_V = -p dV \quad (4.2)$$

oder als Dissipationsarbeit  $A_R$  zugeführt werden. Andere Formen, wie z. B. elektrische oder magnetische Energie, spielen in der Thermodynamik eine geringe Rolle.

Setzt man nun Gleichung (4.2) in Gleichung (4.1) ein und bezieht die Größen auf 1kg, erhält man, unter der Annahme eines ruhenden Systems ( $dE_a = 0$ ):

$$dq_{rev} = du + p dv \quad (4.3)$$

$q_{rev}$  ist dabei die spezifische reversible Wärmemenge.

### Thermische Zustandsgrößen

Der Zustand eines Systems kann durch bestimmte physikalische Größen beschrieben werden. Bei einem Gas sind das zum Beispiel Druck  $p$ , spezifisches Volumen  $v$  und Temperatur  $T$ , diese werden als thermische Zustandsgrößen bezeichnet. Den mathematischen Zusammenhang zwischen den Größen nennt man *thermische Zustandsgleichung*:

$$F(p, v, T) = 0$$

Unter Voraussetzung eines **idealen Gases** lautet die Zustandsgleichung

$$p v = R_i T \quad (4.4)$$

wobei  $R_i$  die *individuelle Gaskonstante*<sup>1</sup> ist, die sich aus der *universellen* Gaskonstante  $R$  und der *Molmasse*  $M$  berechnet:

$$R_i = \frac{R}{M}$$

Für **reale Gase** gilt die thermische Zustandsgleichung nur für unendlich kleine Drücke. Es wurde daher der *Realgasfaktor*  $Z$  eingeführt, um das abweichende Verhalten von realen Gasen zu beschreiben:

$$Z = \frac{p v}{R_i T}$$

Dieser Realgasfaktor ist für ideale Gase gleich Eins.

### Die Enthalpie

Die Enthalpie  $h$  ist eine Zustandsvariable, die sich aus der inneren Energie  $u$  und der Volumenarbeit  $p v$  zusammensetzt:

$$h = u + p v \quad (4.5)$$

Durch Differentiation ergibt sich:

$$dh = du + p dv + v dp$$

---

<sup>1</sup>Auch spezielle Gaskonstante genannt.

Eingesetzt in Gleichung (4.3) ergibt sich:

$$dq_{rev} = dh - v dp$$

Für Gleichdruckprozesse vereinfacht sich die Gleichung zu

$$dq_{rev} = dh$$

bzw.

$$q_{rev} = h_2 - h_1 \quad (4.6)$$

### Kalorische Zustandsgrößen

Neben den thermischen gibt es auch noch die *kalorischen Zustandsgrößen* spezifische Enthalpie  $h$ , spezifische Entropie  $s$  und die spezifische innere Energie  $u$ . Die innere Energie idealer Gase hängt nur von der Temperatur ab  $u = u(T)$ . Mit

$$h = u + p v = u + R_i T$$

ist ersichtlich, dass auch die Enthalpie  $h = h(T)$  eine Funktion der Temperatur ist. Die Ableitungen von  $h$  und  $u$  ergeben die *spezifischen Wärmekapazitäten*. So nennt man

$$c_v = \frac{du}{dT}$$

die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen und

$$c_p = \frac{dh}{dT}$$

die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck. Die Ableitung von  $h - u = R_i T$  nach  $T$  ergibt

$$c_p - c_v = R_i. \quad (4.7)$$

Eine weitere Konstante, die eine wichtige Rolle spielt, ist das Verhältnis

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v},$$

das als Adiabatenexponent oder auch Isentropenexponent bezeichnet wird.

### Zustandsänderung vom Wasser bis zum Heißdampf

Als erstes wird kaltes Wasser durch Wärmezufuhr zum Sieden gebracht. Der Zustand des siedenden Wassers wird mit ' gekennzeichnet. Als nächstes wird dem siedenden Wasser weiter Wärme zugeführt und es entsteht ein Wasser-Dampf-Gemisch. Der Dampfanteil  $x$

$$x = \frac{m''}{m'' + m'} = \frac{\text{Masse gesättigter Dampf}}{\text{Gesamtmasse}}$$

nimmt ständig zu, bis das Wasser vollständig zu *Sattdampf* verdampft ist, dieser Zustand wird mit " gekennzeichnet. Zwischen  $x = 0$  und  $x = 1$  spricht man von *Nassdampf* und während der Verdampfung bleibt die Temperatur konstant. Führt man nun dem Sattdampf weiter Wärme zu, so steigt die Temperatur weiter an und der Dampf *überhitzt*. Dieser Zustand wird meist als *Heißdampf* bezeichnet.

### Berechnung der Zustandsgrößen

Um die verschiedenen Zustandsgrößen berechnen zu können, muss auf Tabellen, Diagramme oder empirische Formeln zurückgegriffen werden. Die Berechnungsgrundlage für diese Formeln liefert die IAPWS-IF97 [18]. Die „Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam“ wurde von der „International Association for the Properties of Water and Steam“ entworfen. Der Gültigkeitsbereich liegt bei:

$$\begin{array}{ll} 0\text{ °C} \dots 800\text{ °C} & p \leq 1000\text{ bar} \\ 800\text{ °C} \dots 2000\text{ °C} & p \leq 100\text{ bar} \end{array}$$

Dieser Gültigkeitsbereich ist in 5 Gebiete unterteilt, die aus Abbildung 4.1 entnommen werden können. In Bereich 1 und 2 gilt die Fundamentalgleichung der spezifischen freien Enthalpie  $g(p, T)^2$ , in Bereich 3 gilt die Fundamentalgleichung der spezifischen freien Energie  $f(\rho, T)^3$ . Das Gebiet 4 stellt die Sättigungskennlinien dar und wird von der Dampfdruckgleichung  $p_{sat}(T)$  erfüllt. Im Hochtemperaturbereich 5 gilt wieder  $g(p, T)$ . Die Grenze zwischen 2 und 3 wird durch ein Polynom zweiten Grades dargestellt.

Eine Implementierung dieser Gleichungen in Matlab bietet das Programm XSTEAM<sup>4</sup>. Es wird auch in weiterer Folge in dieser Arbeit verwendet.

#### 4.1.2. Theorie der Düsenströmung

Um den Massenstrom durch eine Düse berechnen zu können, sind einige Vorbetrachtungen nötig. Zunächst sei ein offenes System betrachtet, bei dem Materie- und Energieaustausch möglich sind. Der 1. Hauptsatz für ein offenes System lautet:

$$dA_t + dQ_a + dm_i (u_i + e_{ai}) + dm_i p_i v_i = dU + dE_a \quad (4.8)$$

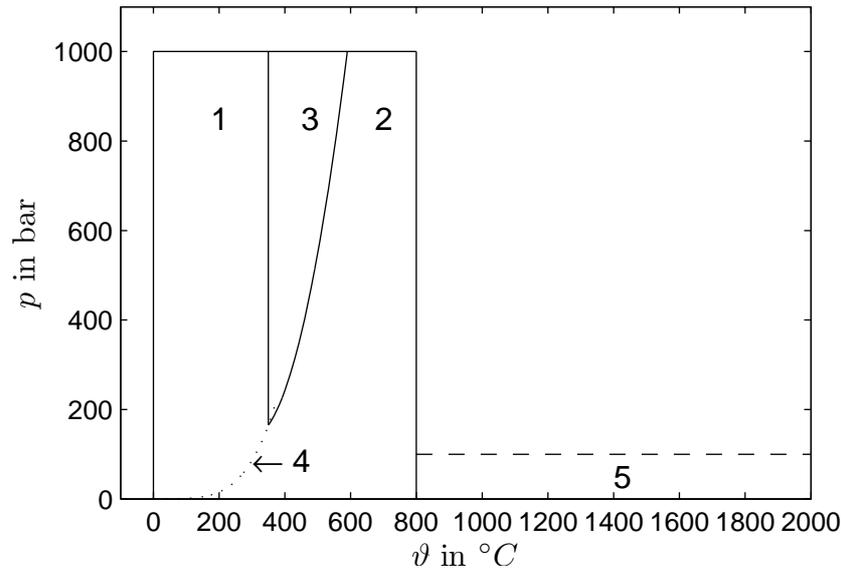
Dabei sind mit  $dA_t$  die zugeführte technische Arbeit,  $dQ_a$  die zugeführte Wärme,  $dU$  die Änderung der inneren Energie und  $dE_a$  die Änderung der äußeren Energie, bezeichnet. Mit der eingeschobenen Masse  $dm_i$  wird die Energie  $dm_i(u_i + e_{ai})$  und zusätzlich die Einschiebearbeit  $dm_i p_i v_i$  zugeführt.  $u_i$  ist die innere Energie und  $e_{ai}$  ist die äußere Energie des eingeschobenen Massenelements, die aus potentieller und kinetischer Energie besteht:

$$e_{ai} = e_{a,pot,i} + e_{a,kin,i} = g z_i + \frac{c_i^2}{2} \quad (4.9)$$

<sup>2</sup>Gibbssche Fundamentalgleichung [9]

<sup>3</sup>Helmholtz-Funktion [9]

<sup>4</sup><http://www.x-eng.com>



**Abbildung 4.1.:** Die 5 Gebiete nach IAPWS-IF97

Dabei sind  $g$  die Erdbeschleunigung,  $z_i$  die Höhe und  $c_i$  die Geschwindigkeit des Masselements.

Die Strömung durch eine Düse kann als stationärer Fließprozess angesehen werden [11], d. h. die zufließenden Massen sind gleich den abfließenden Massen, wobei die zufließenden Massen als positiv gerechnet werden. Die innere und äußere Energie des Systems ändert sich nicht ( $dU = 0$ ,  $dE = 0$ ). Setzt man nun Gleichung (4.5) in Gleichung (4.8) ein und dividiert anschließend durch  $dt$  ergibt sich:

$$\dot{A}_t + \dot{Q}_a = \dot{m} (h_a - h_e + e_{a,a} - e_{a,e}) \quad (4.10)$$

Die Indizes beziehen sich auf den Ein- bzw. Ausgang der Düse.

Wenn der Strömungsraum als adiabat angenommen wird, findet kein Wärmeaustausch statt ( $\dot{Q}_a = 0$ ). Da auch keine Arbeit zugeführt wird, ist  $\dot{A}_t = 0$ . Mit der Annahme, dass sich der Ein- und der Austritt auf annähernd derselben Höhe befinden, kann auch die potentielle Energie vernachlässigt werden. Somit ergibt sich aus Gleichung (4.10) unter Anwendung der Gleichung (4.9):

$$h_a + \frac{c_a^2}{2} = h_e + \frac{c_e^2}{2}$$

Diese Gleichung kann nach der Ausströmgeschwindigkeit  $c_a$  aufgelöst werden, wenn die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_e$  und die Enthalpiedifferenz  $\Delta h = h_e - h_a$  bekannt sind. Wird eine reibungsfreie Strömung vorausgesetzt, kann die isentrope Enthalpiedifferenz  $\Delta h_s = h_e - h_{a,s}$  eingesetzt werden und es ergibt sich die isentrope Austrittsgeschwindigkeit  $c_{a,s}$

zu

$$c_{a,s} = \sqrt{2 \Delta h_s + c_e^2}. \quad (4.11)$$

Um das Enthalpiegefälle in einer Düse zu beschreiben, sei zunächst die verlustlose spezifische Arbeit definiert als

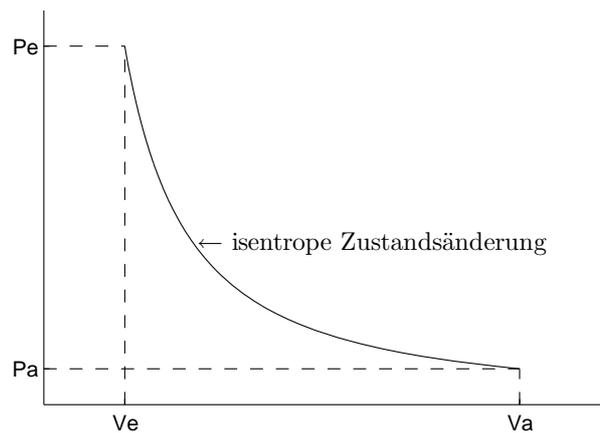
$$A = \int_{p_a}^{p_e} v \, dp. \quad (4.12)$$

Unter der Annahme eines idealen Gases gilt für die isentrope Zustandsänderung (Abbildung 4.2)

$$p v^\kappa = \textit{konst.} \quad (4.13)$$

Formt man diese Gleichung (4.13) nach  $v$  um, erhält man:

$$v = \left( \frac{\textit{konst.}}{p} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$



**Abbildung 4.2.:** p-v Diagramm zur Darstellung der spezifischen Arbeit

Der Wert *konst.* wird durch den Eintrittszustand in die Maschine bestimmt ( $\textit{konst.} = p_e v_e^\kappa$ ). Mit Gleichung (4.12) ergibt sich die Arbeit zu

$$A = \int_{p_a}^{p_e} \left( \frac{p_e v_e^\kappa}{p} \right)^{\frac{1}{\kappa}} dp.$$

Die Lösung des Integrals ergibt

$$A = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_e v_e \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right].$$

Somit ist die isentrope Enthalpiedifferenz gegeben als

$$\Delta h_s = h_e - h_a = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_e v_e \left[ 1 - \left( \frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]. \quad (4.14)$$

Setzt man nun Gleichung (4.11) in Gleichung (4.14) ein und vernachlässigt die Reibung und die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_e$ , so folgt zunächst<sup>5</sup>

$$c = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} p_e v_e \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_e} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}. \quad (4.15)$$

Der Massenstrom durch eine Düse ist gegeben durch den Massenerhaltungssatz

$$\dot{m} = \rho c A = \frac{c A}{v},$$

dabei ist  $A$  der Querschnitt der Düse. Setzt man hier nun Gleichung (4.15) ein und bringt das spezifische Volumen  $v$  unter die Wurzel, ergibt sich

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_e v_e^2}{v_e^2 v^2} \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}.$$

Aufgrund von Gleichung (4.13) kann man nun  $\left(\frac{v_e}{v}\right)^2$  durch  $\left(\frac{p}{p_e}\right)^{\frac{2}{\kappa}}$  ersetzen und erhält für den Durchfluss:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} \underbrace{\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p}{p_e} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p}{p_e} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}}_{\Psi} \quad (4.16)$$

Wobei  $\Psi$  als Durchflussfunktion bezeichnet wird. Um das Maximum von  $\Psi$  zu finden, wird der Ausdruck in der eckigen Klammer in Gleichung (4.16) nach  $\Pi := \frac{p}{p_e}$  differenziert und die Ableitung Null gesetzt. Es ergibt sich

$$\Pi_L = \frac{p_L}{p_e} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (4.17)$$

Dieses Druckverhältnis<sup>6</sup> wurde nach *Gustav de Laval* benannt und mit dem Index  $L$  bezeichnet. Der entsprechende Maximalwert von  $\Psi$  ist

$$\Psi_L = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{2}{\kappa-1}} - \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \right]}. \quad (4.18)$$

<sup>5</sup>Größen ohne Index beziehen sich auf einen beliebigen Querschnitt im inneren der Düse.

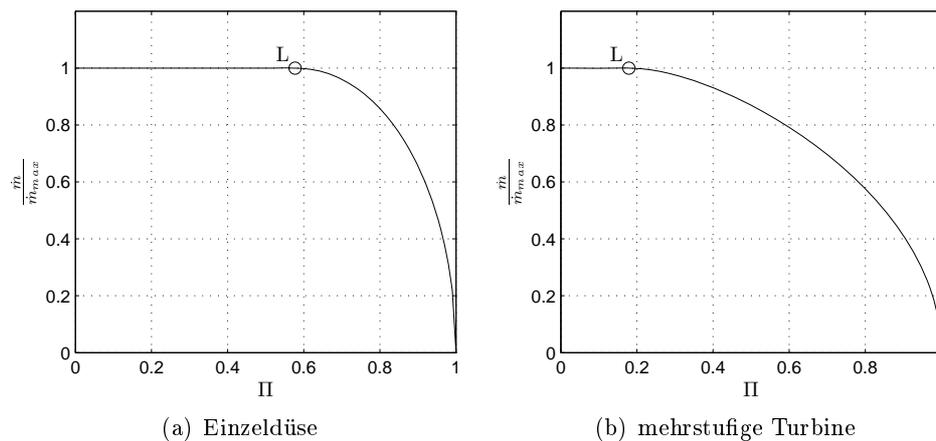
<sup>6</sup>Oft auch kritisches Druckverhältnis genannt.

Betrachtet man eine gewöhnliche Düse, deren engster Querschnitt zugleich der Austrittsquerschnitt ist, und verringert den Gegendruck ausgehend von  $p_a = p_e$ , wird der Durchfluss zunächst ansteigen. Erreicht man aber den Wert  $p_a = p_L$ , ist man am Maximum angelangt. Am Austritt ist die Schallgeschwindigkeit erreicht und es können weder Durchfluss noch Geschwindigkeit gesteigert werden, der Austrittsdruck kann auch nicht unter den Laval-Druck sinken, d. h. es gilt:

$$\dot{m}_{max} = A_a \cdot \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} \cdot \Psi_L$$

### 4.1.3. Stodolas Dampfkegelgesetz

Um den Durchfluss durch eine Stufengruppe der Dampfturbine zu beschreiben, muss auf jeden Fall der Zustand vor der Turbine ( $p_e, T_e$ ) und der Gegendruck ( $p_a$ ) bekannt sein. Um den Einfluss des Druckverhältnisses zu beschreiben, wird von einer einzelnen Düse (vgl. Abschnitt 4.1.2) ausgegangen. Der Durchfluss in Abhängigkeit vom Druckverhältnis ist in Abbildung 4.3(a) gezeigt. Eine Stufe kann nun als Serienschaltung mehrerer Düsen angesehen werden [11, 12], mit dem Ergebnis, dass das Laval-Druckverhältnis (Punkt L in Abbildung 4.3) mit wachsender Stufenzahl immer geringer wird. Wenn der Punkt L nahe



**Abbildung 4.3.:** Abhängigkeit des Massenstroms vom Druckverhältnis

der Ordinatenachse ist, kann die Kurve bei gleichen Maßstäben durch einen Viertelkreis angenähert werden:

$$\left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{max}} \right)^2 = 1 - \left( \frac{p_a}{p_e} \right)^2$$

Wird dieselbe Gleichung noch einmal für den Auslegungspunkt angeschrieben und von der obigen dividiert, entsteht

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}\right)^2 = \frac{1 - \left(\frac{p_a}{p_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{p_{a,0}}{p_{e,0}}\right)^2}. \quad (4.19)$$

Um eine Abhängigkeit von der Eintrittstemperatur einzubringen, wird wiederum der Durchfluss durch eine Düse herangezogen. Nach Gleichung (4.16) gilt:

$$\dot{m} \sim \sqrt{\frac{p_e}{v_e}}$$

Wird nun das spezifische Volumen mittels der thermischen Zustandsgleichung für ideales Gas  $p v = R_i T$  (Gleichung (4.4)) ersetzt,

$$v_e \sim \frac{T_e}{p_e}$$

ergibt sich

$$\dot{m} \sim \sqrt{\frac{p_e^2}{T_e}}.$$

Wenn nun wiederum durch die Gleichung für den Auslegungspunkt dividiert wird, entsteht

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \sim \frac{p_e}{p_{e,0}} \sqrt{\frac{T_{e,0}}{T_e}}.$$

Zusammen mit Gleichung (4.19) erhält man das Stodolasche Kegelgesetz nach *Aurel Stodola* [14]:

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \frac{p_e}{p_{e,0}} \cdot \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_a}{p_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{p_{a,0}}{p_{e,0}}\right)^2}} \cdot \sqrt{\frac{T_{e,0}}{T_e}}$$

Unter der Voraussetzung, dass die Auslegungspunkte der Turbinenstufe bekannt sind, kann man die konstanten Terme in der so genannten *Dampfkegelkonstanten*  $K_{ST}$ <sup>7</sup> zusammenfassen:

$$\dot{m} = \dot{m}_0 \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{T_{e,0}}{p_{e,0}^2 - p_{a,0}^2}}}_{=:K_{ST}} \cdot \sqrt{\frac{p_e^2 - p_a^2}{T_e}} \quad (4.20)$$

---

<sup>7</sup>Stodola-Konstante

Geht man davon aus, dass die Temperaturabweichung vom Auslegungszustand gering ist, kann dieser Einfluss vernachlässigt werden. Die vereinfachte Stodolagleichung ist nur von Ein- und Austrittsdruck abhängig:

$$\dot{m} = \underbrace{\frac{\dot{m}_0}{\sqrt{p_{e,0}^2 - p_{a,0}^2}}}_{=:K_S} \cdot \sqrt{p_e^2 - p_a^2} \quad (4.21)$$

Das Dampfkegelgesetz gilt nur für Stufen, deren Beaufschlagungsgrad konstant ist. Bei Turbinen mit Düsengruppenregelung (vgl. Abschnitt 3.3.2) gilt es daher nur für die vollbeaufschlagten Stufen, nicht aber für die Regelstufe. Weiters ist das Kegelgesetz nur für Abschnitte mit demselben Durchfluss gültig. Bei Entnahmeturbinen muss somit das Gesetz abschnittsweise angewendet werden.

#### 4.1.4. Der innere Wirkungsgrad einer Dampfturbine

Der innere Wirkungsgrad einer Dampfturbinenstufe ist das Verhältnis von realem Enthalpiegefälle zu isentropem Enthalpiegefälle (vgl. Abschnitt 3.2). Er ist von verschiedenen Faktoren wie Rotorkonstruktion und Betriebspunkt abhängig. Ein halbempirischer Ansatz wird in [13] vorgestellt, der den Wirkungsgrad als eine Funktion vom Verhältnis der Rotorspitzen geschwindigkeit zur Geschwindigkeit des Dampfes darstellt. Die Rotorspitzen geschwindigkeit ist proportional zur Rotordrehzahl, die Dampfgeschwindigkeit ist proportional zur Wurzel aus dem isentropen Enthalpiegefälle. Daraus folgt:

$$\eta_i = \eta_{i,0} - \alpha \left[ \frac{n}{n_0} \cdot \sqrt{\frac{\Delta h_{s,0}}{\Delta h_s}} - 1 \right]^2 \quad (4.22)$$

Der Parameter  $\alpha$  ist hierbei eine positive Konstante, die einen typischen Wert von 2 annimmt. In einem Dampfkraftwerk kann davon ausgegangen werden, dass die Turbindrehzahl annähernd konstant gehalten wird. Das Enthalpiegefälle ist hingegen von dem aktuellen Lastfall abhängig. In Abbildung 4.4 ist der Verlauf des Wirkungsgrads in Abhängigkeit von der relativen isentropen Enthalpiedifferenz dargestellt. Die Drehzahl wurde dabei als konstant, der Wirkungsgrad im Auslegungspunkt  $\eta_{i,0} = 0.9$  und  $\alpha = 2$  angenommen.

## 4.2. Instationäre Vorgänge

Dieser Abschnitt befasst sich mit dem dynamischen Verhalten einer Dampfturbine, welches durch die Druckänderung in einem Volumen gegeben ist. Weiters wird die Drehzahländerung in Abhängigkeit von elektrischer und erzeugter Leistung untersucht.

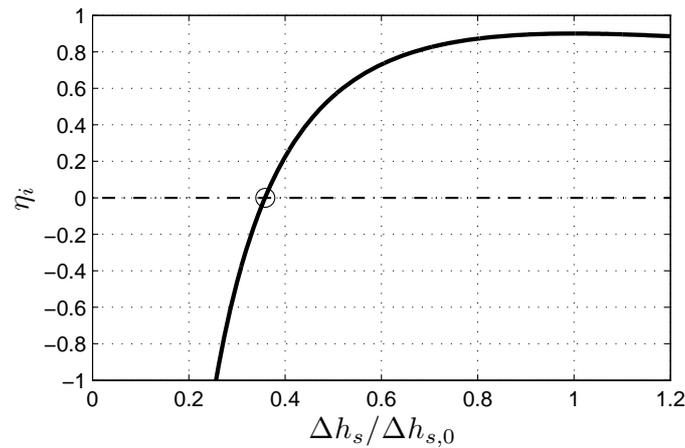


Abbildung 4.4.: Innerer Wirkungsgrad in Abhängigkeit vom relativen Enthalpiegefälle

#### 4.2.1. Konzentriertes Volumen

Betrachtet man ein finites Volumen wie in Abbildung 4.5, so gilt für die augenblicklich im Volumen  $V$  enthaltene Masse  $m$ :

$$m(t) = \varrho(t) V$$

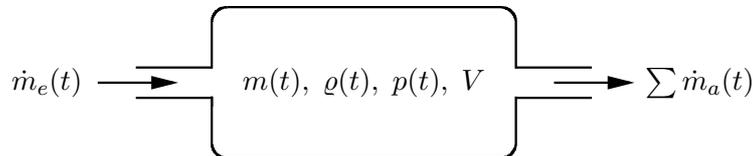


Abbildung 4.5.: Druckänderung in einem Volumen

Mit der Dichte  $\varrho$  als Zustandsvariable gilt für instationäre Vorgänge annähernd [13]:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{m(t)}{V} = \frac{1}{V} (\dot{m}_e - \sum \dot{m}_a) \quad (4.23)$$

Dabei wird mit  $\dot{m}_e$  der Eingangsmassenstrom und mit  $\sum \dot{m}_a$  die Summe aller Durchflüsse, die das Volumen in andere Stufen oder Entnahmeschienen verlassen, bezeichnet.  $V$  ist das konstante Volumen der Kammer. Da die Dichte meistens nicht als Messgröße zur Verfügung steht, kann Gleichung (4.23) noch umgeschrieben werden, um den Druck  $p$  als Zustandsvariable zu verwenden:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial \varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial t} \quad (4.24)$$

Diese partielle Ableitung kann man in zwei idealisierte Funktionen aufteilen. In eine Funktion, die eine isentrope Expansion ( $\eta_i = 1$ ) mit konstanter Entropie darstellt und eine Funktion, die eine Drosselung ( $\eta_i = 0$ ) mit konstanter Enthalpie beschreibt. Daher wird die partielle Ableitung in einen isentropen und einen isenthalpen Teil aufgespalten und mit dem inneren Wirkungsgrad  $\eta_i$  gewichtet [13]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \Gamma \frac{\partial \varrho}{\partial t}$$

mit

$$\Gamma = \frac{\partial p}{\partial \varrho} = \eta_i \left. \frac{\partial p}{\partial \varrho} \right|_{s_o} + (1 - \eta_i) \left. \frac{\partial p}{\partial \varrho} \right|_{h_o}$$

$h_o$  und  $s_o$  sind Eingangs Enthalpie bzw. Entropie im Auslegungszustand. Für die Druckänderung ergibt sich:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\Gamma(\eta_i, p, \varrho)}{V} \left( \dot{m}_e - \sum \dot{m}_a \right) \quad (4.25)$$

### Alternative Überlegung

Mit der allgemeinen Beziehung für die Schallgeschwindigkeit [3]

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \varrho} \right|_s = c^2 = \kappa R T Z$$

und unter der Voraussetzung isentroper Strömungsvorgänge, kann Gleichung (4.24) mit Hilfe von Gleichung (4.23) umgeformt werden zu:

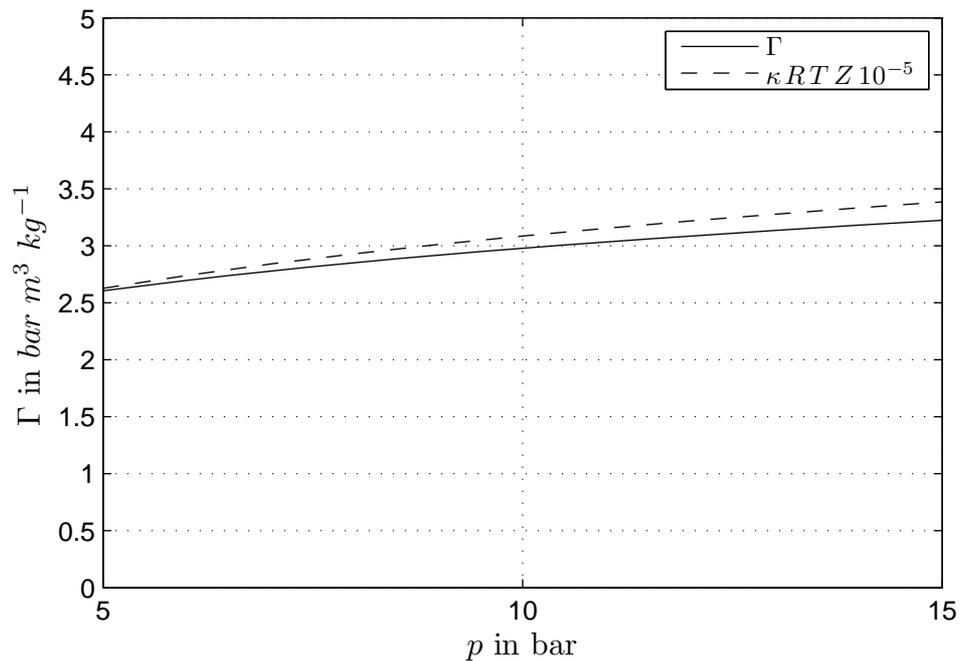
$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\kappa R T Z}{V} \cdot \left( \dot{m}_e - \sum \dot{m}_a \right) \quad (4.26)$$

Es ist ersichtlich, dass die Gleichungen (4.25) und (4.26) identisch sind, wenn der innere Wirkungsgrad  $\eta_i = 1$  ist, was einer isentropen Zustandsänderung entspricht. Diese zwei Gleichungen wurden in Abbildung 4.6, mit den Werten der MD-Stufe aus Tabelle A.1. ( $p = 9.74 \text{ bar}$ ,  $T = 254.5 \text{ °C}$ ,  $\eta_i = 0.9$ ), gegenüber gestellt.

Man sieht, dass sich der Wert für  $\Gamma$  bei einer Druckschwankung von  $\pm 5 \text{ bar}$  zwischen 2.6 und 3.2 bewegt. Dies ist eine relativ geringe Änderung, wenn man bedenkt, dass eine so große Druckschwankung im realen Betrieb kaum vorkommen wird. Weiters verursacht eine Änderung von  $\Gamma$  keinen stationären Fehler, sondern ist nur ein Maß für die Dynamik des Systems. Daher kann  $\Gamma$  als konstant angenommen werden.

Die Näherung über die Schallgeschwindigkeit liefert auch annähernd dasselbe Ergebnis, somit kann für die Druckänderung in einem Volumen sowohl Gleichung (4.25) als auch (4.26) verwendet werden.

Die Modellgleichung wird in dieser Arbeit für alle Kammern zwischen Turbinenstufe und Ventil verwendet und auch für alle Dampfschienen. Sind die Ergebnisse nicht zufriedenstellend, müsste eine Modellierung der Rohrströmung vorgenommen werden, um diverse Verluste zu berücksichtigen. Dies wird in dieser Arbeit nicht durchgeführt.

Abbildung 4.6.: Vergleich von  $\Gamma$  und  $\kappa R T Z$ 

#### 4.2.2. Drehmoment, Drehzahl und Leistung

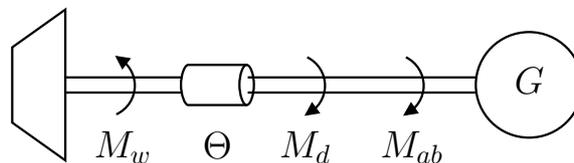


Abbildung 4.7.: Drallsatz an der Welle

Um die Rotation eines starren Körpers zu beschreiben, wird der Drallsatz angewendet

$$\Theta \dot{\omega} = \sum M = M_w - M_d - M_{ab}.$$

Das Dissipationsmoment  $M_d$  wird als viskose Reibung angenähert, die proportional der Winkelgeschwindigkeit ist:

$$M_d = b \omega$$

Das belastende Moment des Generators wird mit  $M_{ab}$  bezeichnet und das Moment, das von der Turbine auf die Welle aufgebracht wird, mit  $M_w$ . Ersetzt man nun das Moment

durch die Leistung

$$M = \frac{P}{\omega},$$

entsteht eine Differentialgleichung für die Winkelgeschwindigkeit, in Abhängigkeit von mechanischer und elektrischer Leistung und der Reibung:

$$\dot{\omega} = \frac{1}{\Theta} \left( \frac{P_w - P_{el}}{\omega} - b \omega \right) \quad (4.27)$$

Das Massenträgheitsmoment  $\Theta$  ist das Trägheitsmoment aller rotierender Maschinen am Netz. Wenn der Netzschalter geschlossen ist, kann es also als unendlich angenommen werden. Arbeitet das Kraftwerk im Inselbetrieb, so verbleiben lediglich die Massenträgheitsmomente des Inselnetzes, die nicht immer bekannt sind. Im schlechtesten Fall wirkt nur das Trägheitsmoment für den Strang aus Turbinenrotor, Welle, Generator und gegebenenfalls Getriebe und Pumpen.

Um genau zu sein, müssten von der elektrischen Leistung noch die elektrischen Verluste des Generators subtrahiert werden, da aber der Wirkungsgrad moderner Generatoren annähernd 1 ist, wird dies hier vernachlässigt. Die Frequenz des Generators berechnet sich aus Multiplikation der Drehzahl in  $s^{-1}$  mit der Polpaarzahl  $p$ <sup>8</sup>:

$$f = n \cdot p$$

Wie schon erwähnt, ist die gesamte mechanische Leistung, die an der Welle abgegeben wird, die Summe der jeweiligen Stufenleistungen der Turbine:

$$P_T = \sum_j \Delta h_j \dot{m}_j \quad (4.28)$$

Möchte man die geringe Verzögerung, die bei der Umwandlung in mechanische Energie entsteht, modellieren, kann noch ein PT1-Glied mit der Zeitkonstante  $\tau_P$ <sup>9</sup> eingeführt werden:

$$\dot{P}_w = \frac{1}{\tau_P} (P_T - P_w) \quad (4.29)$$

### 4.3. Baugruppen

In einer Dampfturbine treten immer wieder ähnliche Bauteile bei der Modellierung auf. In diesem Abschnitt werden die häufigsten behandelt. Eine wichtige Rolle spielen natürlich die Regeleinrichtungen einer Dampfturbine. Es werden hierbei die Modellgleichungen für verschiedene Ventile und für die Regelstufe erläutert. Da man eine Turbine nicht unabhängig von der restlichen Dampfkraftanlage betrachten kann, werden weitere Anlagenkomponenten wie ZÜ und DE berücksichtigt. Weiters könnten noch Bauteile wie der Kondensator, Stufenüberbrückung oder Bypass-Stationen in der Modellbildung berücksichtigt werden, in dieser Arbeit wird aber darauf verzichtet.

<sup>8</sup>Wenn ein Getriebe vorhanden ist, muss das Übersetzungsverhältnis beachtet werden.

<sup>9</sup> $\tau_P \approx 0.15 \text{ s}$  [8]

### 4.3.1. Regelventile und Klappen

Die Gleichungen für den Durchfluss  $\dot{m}$  durch ein Regelventil werden in der ÖVE/ÖNORM EN 60534 „Stellventile für die Prozessregelung“ beschrieben. Die Bemessungsgleichung für kompressible Fluide bei turbulentem Durchfluss ohne Durchflussbegrenzung lautet:

$$\dot{m} = 31.6 \cdot K_V \cdot F_P \cdot Y \sqrt{\xi p_e \varrho_e} \quad (4.30)$$

Die numerische Konstante 31.6 wurde aus der Norm entnommen und gilt für die Einheiten bar und  $\frac{kg}{h}$ . Um mit SI Einheiten rechnen zu können wird sie durch 3600 dividiert, weiters wird  $\varrho$  durch  $v = 1/\varrho$  ersetzt. Die Symbole  $K_V$ ,  $F_P$ ,  $Y$  und  $\xi$  werden im folgenden Abschnitt erläutert.

#### Durchflusskoeffizient $K_V$

Der Durchflusskoeffizient  $K_V$  wird vom Hersteller angegeben und ist vom Steuereingang  $u$  abhängig. Dieser Zusammenhang kann zum Beispiel linear oder gleichprozentig sein. In dieser Arbeit werden Ventile mit linearer Kennlinie betrachtet, das heißt  $K_V = u \cdot K_{Vs}^{10}$ . Oftmals wird auch ein  $C_V$  Wert angegeben, welcher mit  $C_V = 1.66 K_V$  umgerechnet werden kann. Wenn der Steuereingang in % angegeben wird, muss der Vorfaktor durch 100 dividiert werden.

#### Rohrleitungsgeometrie-Faktor $F_P$

$F_P$  kann für  $K_V/d^2 \leq 0.0086$  gleich 1 angenommen werden, ansonsten muss der Faktor vom Hersteller angegeben, oder aus der entsprechenden Norm berechnet werden<sup>11</sup>.

#### Differenzdruckverhältnis $\xi$

In der Norm wird für das Differenzdruckverhältnis die Abkürzung  $x$  verwendet. Um eine Verwechslung mit dem Dampfgehalt zu vermeiden, wird in dieser Arbeit  $\xi$  für das Verhältnis eingeführt:

$$\xi = \frac{p_e - p_a}{p_e}$$

Wird bei einem konstanten Eingangsdruck der Ausgangsdruck stetig gesenkt, erhöht sich der Durchfluss bis zum maximalen Grenzwert des Stellventils. Eine weitere Senkung von  $p_a$  bewirkt keine Erhöhung des Durchflusses. Dieser Punkt wird durch das kritische Differenzdruckverhältnis  $\xi_T$  gekennzeichnet, man spricht von einer sogenannten Durchflussbegrenzung (vgl. Abschnitt 4.1.2).

Die Formel für turbulenten Durchfluss mit Durchflussbegrenzung lautet:

$$\dot{m} = 31.6 \cdot K_V \cdot F_P \cdot Y \sqrt{F_\gamma \xi_T} \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} \quad (4.31)$$

<sup>10</sup> $K_{Vs}$ ...Durchflusskoeffizient bei maximalen Ventilhub

<sup>11</sup> $d$ ...Nennweite des Stellventils

**Normierungsfaktor  $F_\gamma$** 

Das kritische Differenzdruckverhältnis  $\xi_T$  basiert auf den Werten für Luft nahe dem Atmosphärendruck, daher muss der Wert mit dem Normierungsfaktor

$$F_\gamma = \frac{\kappa}{1.4}$$

angepasst werden. Somit stellt sich der Durchflussgrenzwert ein, wenn das Verhältnis  $\xi$  den Wert  $F_\gamma \cdot \xi_T$  erreicht hat.

**Expansionsfaktor  $Y$** 

Der Expansionsfaktor  $Y$  berücksichtigt die Änderung der Dichte des Fluids vom Eintritt zum engsten Querschnitt des Ventils:

$$Y = 1 - \frac{\xi}{3 F_\gamma \xi_T} \quad (4.32)$$

Erreicht der Wert  $\xi$  das Produkt  $F_\gamma \cdot \xi_T$ , wird der Expansionsfaktor auf  $\frac{2}{3}$  beschränkt.

Aus den Gleichungen (4.30) und (4.31) und den genannten Annahmen kann der Durchfluss durch ein Ventil wie folgt dargestellt werden:

$$\dot{m} = \begin{cases} 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{u}{100} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot Y \cdot \sqrt{\frac{p_e - p_a}{v_e}} & \text{für } \xi < F_\gamma \xi_T \\ 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{u}{100} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{F_\gamma \xi_T} \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} & \text{für } \xi \geq F_\gamma \xi_T \end{cases} \quad (4.33)$$

Diese Gleichung ist sowohl für Regelventile als auch Regelklappen für  $p_e > p_a$  anwendbar. Regelklappen besitzen im Vergleich zu Ventilen einen größeren  $K_V$  Wert bei gleicher Nennweite. Um eine Rückschlagklappe zu modellieren, wird für  $p_e \leq p_a$  der Durchfluss auf Null gesetzt. Weiters ist bei voll geöffneter Klappe keine Durchflussbegrenzung zu erwarten. Daraus folgt aus Gleichung (4.33) mit  $u = 100\%$ :

$$\dot{m} = \begin{cases} 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot Y \cdot \sqrt{\frac{p_e - p_a}{v_e}} & \text{für } \xi < F_\gamma \xi_T \wedge p_e > p_a \\ 0 & \text{für } p_e \leq p_a \end{cases} \quad (4.34)$$

Eine Reihenschaltung von Ventil und Rückschlagklappe wird wie folgt berechnet:

$$\dot{m} = \begin{cases} 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{u}{100} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot Y \cdot \sqrt{\frac{p_e - p_a}{v_e}} & \text{für } \xi < F_\gamma \xi_T \wedge p_e > p_a \\ 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{u}{100} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{F_\gamma \xi_T} \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} & \text{für } \xi \geq F_\gamma \xi_T \wedge p_e > p_a \\ 0 & \text{für } p_e \leq p_a \end{cases} \quad (4.35)$$

In Abbildung 4.8 ist der Durchfluss eines Kegelsitzventils bzw. eines Klappenventils gegenüber dem Druckverhältnis  $\Pi$  dargestellt. Als Ventildaten wurde jene des Entnahmeventils aus Tabelle A.1 verwendet. Es ist deutlich die Ähnlichkeit zum Durchfluss durch eine Düse in Abbildung 4.3(a) zu erkennen.

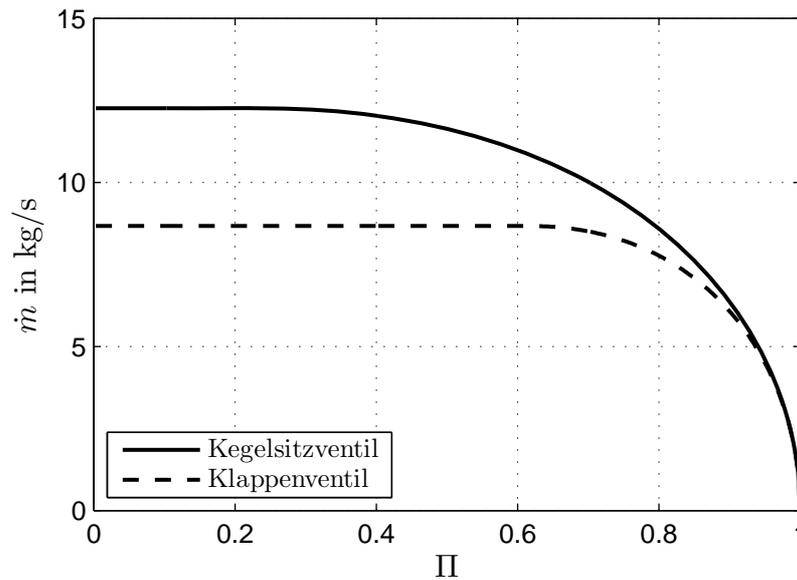


Abbildung 4.8.: Ventilkennlinie

### 4.3.2. Regelstufe

Wie schon in Abschnitt 3.3.2 erläutert, wird in vielen Kraftwerksanlagen auf Grund des besseren Teillastverhaltens häufig die Düsengruppenregelung anstelle der Drosselregelung angewandt. Mit zunehmendem Durchfluss werden die Ventile nacheinander geöffnet, wobei die Öffnungsperioden eine Überlappung aufweisen, damit keine Lücken entstehen [16]. Die Herleitung einer Regelstufe würde ein detailliertes Wissen über Kenndaten und die Konstruktion der Turbine verlangen. Eine exakte Herleitung der Düsengruppenregelung ist in [16] zu finden.

Die Turbinenhersteller bemühen sich, die Frischdampfventil-Kennlinie möglichst linear zu gestalten. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ein linearer Zusammenhang zwischen Ventilhub und dem Massenstrom durch die Regelstufe angenommen:

$$\dot{m} = \dot{m}_{max} \frac{u}{100} \quad (4.36)$$

Um den Einfluss des Frischdampfzustands zu berücksichtigen, kann, wie schon in Abschnitt 4.1.3 gezeigt, ein Korrekturterm hinzugefügt werden:

$$\dot{m} = \dot{m}_{max} \frac{p_e}{p_{e,0}} \sqrt{\frac{T_{e,0}}{T_e}} \frac{u}{100} \quad (4.37)$$

Ist das Ergebnis nicht zufriedenstellend, müsste die Kennlinie vom Turbinenhersteller zur Verfügung gestellt werden, um diese im Modell zu berücksichtigen. Da aber das Modell möglichst allgemein gehalten werden soll und die Herstellerdaten nicht immer zugänglich sind, ist eine Linearisierung zu bevorzugen.

Die Leistung einer Regelstufe wird analog zu den üblichen Stufenleistungen über die Enthalpiedifferenz und den Massenstrom berechnet. Dies ist eine vereinfachte Berechnung und gilt streng genommen nur, wenn keine Düse angedrosselt wird. Für die Betrachtungen in dieser Arbeit ist es allerdings ausreichend.

### 4.3.3. Überströmventil

Die Charakteristik des Überströmventils ist durch die Düsenströmung aus Gleichung (4.16) gegeben:

$$\dot{m} = A_{max} a(u) \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} \Psi \quad (4.38)$$

Hierbei bezeichnen  $A_{max}$  die Durchtrittsfläche bei Maximalhub<sup>12</sup> und  $a(u)$  die spezifische Fläche in Abhängigkeit vom Öffnungsgrad  $u$ . Die herstellerepezifische Funktion  $a(u)$  wird als linear angenommen, da im Idealfall ein linearer Zusammenhang besteht und für diese Arbeit keine Herstellerangaben vorhanden waren.

### 4.3.4. Dampfturbine mit Zwischenüberhitzung

Wie schon in Abschnitt 2.3.2 erwähnt, wird in einer Dampfkraftanlage oftmals eine Zwischenüberhitzung durchgeführt, um den teilweise entspannten Heißdampf wieder auf Frischdampftemperatur zu erhitzen. Das in die Zwischenüberhitzung führende Rohr kann vereinfacht als finites Volumen betrachtet werden. Somit ergibt sich analog zu Gleichung (4.26):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\kappa R (T_e + T_a) Z}{2 V} \cdot \left( \dot{m}_e - \sum \dot{m}_a \right) \quad (4.39)$$

Es wird hier mit dem arithmetischen Mittelwert der Temperatur gerechnet. Als Ausgangstemperatur kann die Frischdampftemperatur verwendet werden. Um den Rohrreibungsverlusten Sorge zu tragen, wird zusätzlich ein Druckminderungsfaktor  $c_r$  eingeführt [7]:

$$p_a = c_r p \quad (4.40)$$

Wenn diese recht vereinfachte Modellierung der realen Anlage nicht genügt, muss auf eine Modellierung der Rohrstrecke zurückgegriffen werden.

### 4.3.5. Dampferzeuger, Frischdampfschiene

Eine wichtige Anlagenkomponente ist der DE mit der dazugehörigen FDS. Will man den Vordruck regeln, ist ein Modell dieser Bauteile unumgänglich. Ein rudimentärer Ansatz ist in [7] zu finden. Da der Dampferzeuger im Vergleich zur Dampfturbine (DT) sehr träge ist, kann dieser durch ein PT1-Glied modelliert werden. Die Druckänderung in der Frischdampfschiene kann wiederum mit Gleichung (4.26) beschrieben werden:

<sup>12</sup>Bei parallelen Ventilen die Summe aller Durchtrittsflächen.

$$\dot{p}_f = \frac{\kappa R T_f Z}{V_{de}} \cdot (\dot{m}_p - \dot{m}_{dt} - \dot{m}_{fz}) \quad (4.41a)$$

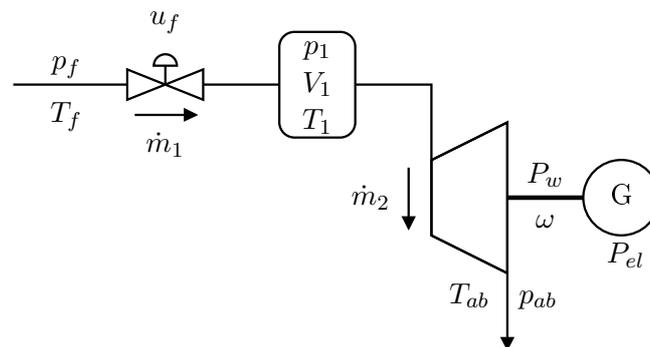
$$\frac{d\dot{m}_p}{dt} = \frac{1}{\tau_{de}} (\dot{m}_e - \dot{m}_p) \quad (4.41b)$$

Dabei stellt  $\dot{m}_{fz}$  den Massenstrom der zusätzlichen Verbraucher an der FDS dar und  $\dot{m}_{dt}$  den Massenstrom in die DT.  $\dot{m}_e$  ist die angeforderte Dampfmenge, die als Eingangsgröße für das Verzögerungsglied dient. Der Ausgang ist der tatsächlich produzierte Dampfmassestrom  $\dot{m}_p$ .

Dieser Ansatz stellt das Verhalten eines Dampferzeugers stark vereinfacht dar, ist aber für diese Arbeit durchaus geeignet.

#### 4.4. Implementierung in Simulink

Die erhaltenen mathematischen Beschreibungen der verschiedenen Anlagenkomponenten wurden in einzelnen Subsystemen implementiert und maskiert, um eine benutzerfreundliche Handhabung zu gewährleisten. Alle notwendigen Blöcke für die Simulation einer Dampfturbine wurden in einer Simulink-Bibliothek zusammengefasst. Die Beschreibungen der einzelnen Blöcke ist in der Bedienungsanleitung (Anhang B) zu finden.



**Abbildung 4.9.:** Strukturbild einer Beispieldampfturbine

Um den grundsätzlichen Aufbau eines solchen Modells zu erläutern, wird die fiktive Turbine aus Abbildung 4.9 modelliert. Der Aufbau besteht aus einem Frischdampfventil, einer einstufigen Turbine, einem Generator und einer Kammer mit dem Volumen  $V_1$ , das den Raum zwischen dem Ventil und der Turbinenstufe darstellt.

Der dazugehörige Koppelplan ist in Abbildung 4.10 zu sehen. Er besteht aus einem Block für das FD-Ventil (Glg. (4.33)), der Turbinenstufe (Glg. (4.20)), der Kammer (Glg. (4.25)), einem PT1 Glied für die Wellenleistung (Glg. (4.29)) und dem Block für die Kreisfrequenz (Glg. (4.27)).

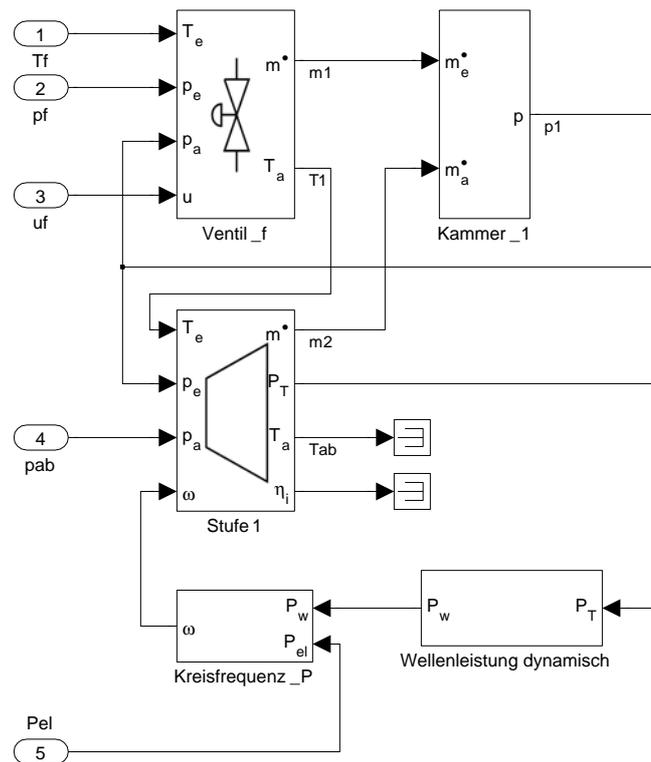


Abbildung 4.10.: Simulink Koppelplan der Beispielturbine

Bei der Verwendung von XSTEAM ist zu beachten, dass je nach Dampfzustand (Nassdampf- oder Heißdampfgebiet) unterschiedliche Programmaufrufe verwendet werden müssen. Dadurch ergibt sich für die Berechnung der Modellgleichungen für eine Stufe bzw. der Regelstufe ein Programmablauf, der in Abbildung 4.11 dargestellt ist. Als Eingangsgrößen werden die Eintrittsdampfparameter Temperatur  $T_e$ , Dampfzustand  $x_e$  und Druck  $p_e$  benötigt. Weiters muss der Druck nach der Stufe  $p_a$  bekannt sein und für die Wirkungsgradberechnung auch die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Rückgabewerte der Funktion sind der Massendurchfluss  $\dot{m}$ , das Enthalpiegefälle  $\Delta h$ <sup>13</sup>, die Austrittstemperatur  $T_a$  und der Dampfzustand bei Austritt aus der Turbinenstufe  $x_a$ .

Die Berechnung der Ventile ist ähnlich dazu aufgebaut. In der Simulation werden die Einheiten  $^{\circ}C$ ,  $kJ/kg$ ,  $kg/s$ ,  $bar$  und  $kW$  verwendet, um einerseits eine leichtere Bedienbarkeit zu sichern und andererseits die Schnittstelle zu XSTEAM zu vereinfachen.

<sup>13</sup>bzw. die Stufenleistung  $P_T = \dot{m} \cdot \Delta h$

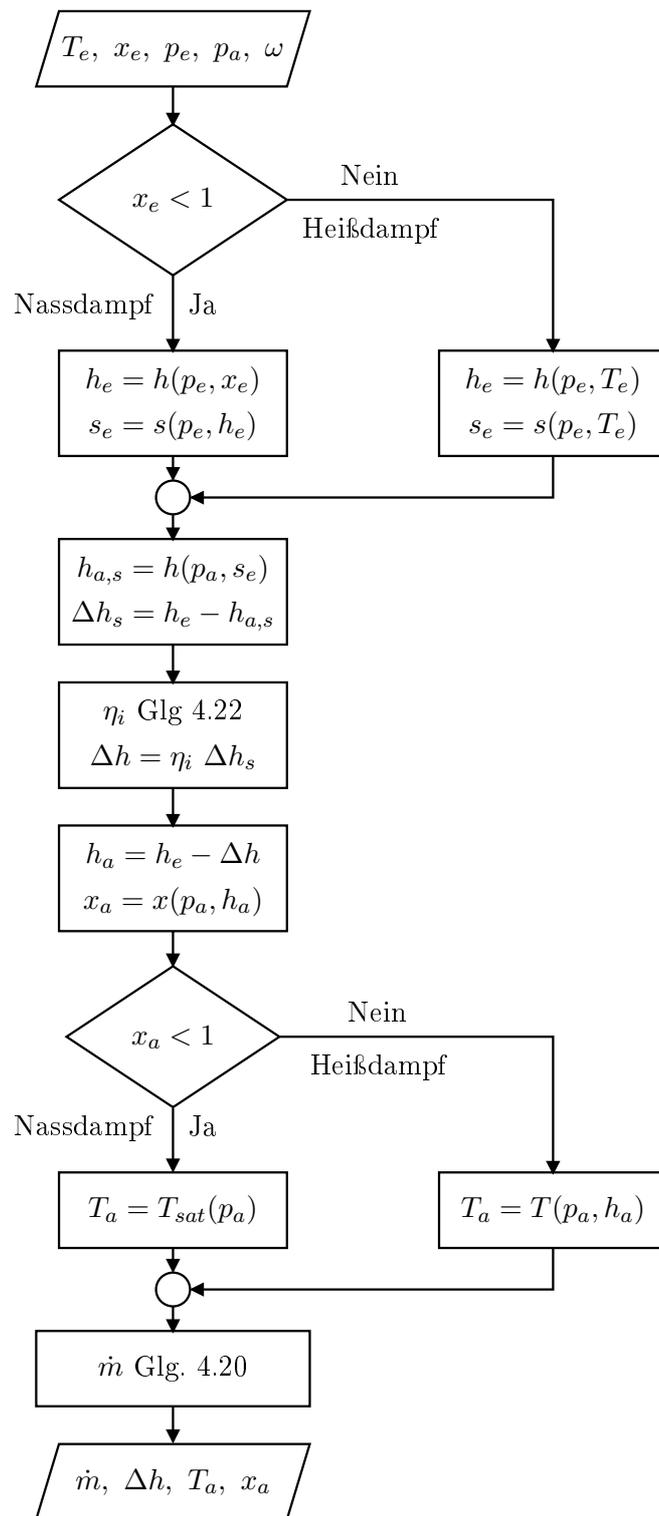


Abbildung 4.11.: Flussdiagramm für die Berechnung einer Stufe

## 5. Modellierungsbeispiel

Um die erhaltenen Modellgleichungen zu überprüfen, wird nun ein reales System nachgebildet. Als Beispiel dient eine Kondensationsturbine der Firma MAN-Turbo, die für das Biomasse-Heizkraftwerk (BMHKW) der Energieversorgung Niederösterreich AG am Standort Mödling angefertigt wurde.

### 5.1. Anlagenbeschreibung

Die Anlage besteht aus einem Dampferzeuger, der mit Biomasse beschickt wird. Die Dampfturbine hat eine Anzapfung, die über einen Wärmetauscher einen Kunden mit Fernwärme beliefert. Vor dem Niederdruck-Teil der Turbine wird Dampf für die Fernwärmeauskopplung, die Primärluftvorwärmung und die Speisewasservorwärmung entnommen. Der Abdampf wird im Luftkondensator kondensiert, im Speisewasserbehälter gesammelt und anschließend über die Speisewasserpumpe wieder dem DE zugeführt. Der gesamte Wasser- Dampfkreislauf ist vereinfacht in Abbildung 5.1 dargestellt.

#### 5.1.1. Turbine

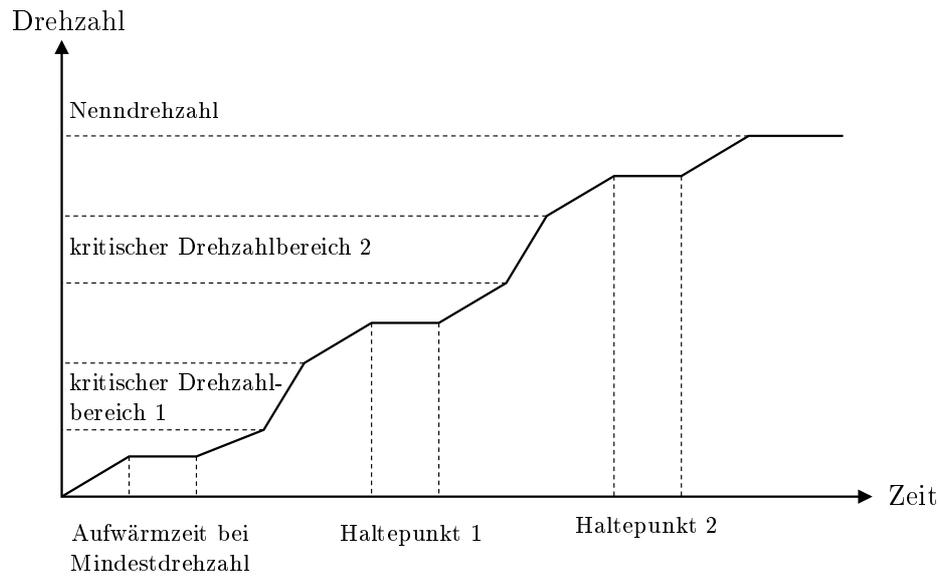
Die Turbine ist eine Kondensationsturbine des Typs MARC2-C11 der Firma MAN-Turbo. Sie wird als Generatorantrieb zur Stromproduktion genutzt, wobei gleichzeitig Dampf an der Entnahmestelle und an der Anzapfung der Turbine für weitere Dampfprozesse entnommen wird. Die Bezeichnung der Turbine bedeutet **Modular AR**angement **C**oncept, die Ziffer 2 ist ein Schlüssel für die Turbinengröße bzw. Turbinenleistung, C steht für Kondensation und die letzten beiden Ziffern stehen für *eine* Entnahmestelle und *eine* Anzapfung. Die Kondensationsturbine ist in mehrstufiger Reaktionsbauart mit einem einkränzigen Aktionsrad als HD-Regelstufe ausgeführt.

Die Turbine besitzt eine maximale Leistung von 5590 kW und eine Nenndrehzahl von 12000 1/min. Sie ist über ein Planetengetriebe mit einem Generator gekoppelt, der bei einer Drehzahl von 1500 1/min und einer Spannung von 6.3 kV eine Leistung von 5000 kW erzeugt. Genauere Kenndaten, die für die Modellbildung verwendet wurden, sind der Tabelle A.1 zu entnehmen.

### 5.2. Bestehende Regelung

Um auf die Komplexität einer Turbinenregelung einzugehen, wird in diesem Abschnitt die bereits bestehende Dampfturbinenregelung am Standort Mödling beschrieben. Es werden die Betriebszustände Hochlauf, Synchronisation, Netzparallelbetrieb, Inselbetrieb





**Abbildung 5.2.:** Drehzahlrampe für den Turbinenhochlauf

### 5.2.2. Synchronisation

Nach Erreichen der Nenndrehzahl kann der Generator mit dem Netz synchronisiert werden. Dies geschieht durch Anpassen der Drehzahl an die Netzfrequenz. Die Generatorspannung wird ebenfalls über einen Regler angepasst. Sind Frequenz und Spannung innerhalb der zulässigen Grenzen, schaltet die Synchronisation den Generatorschalter ein.

### 5.2.3. Netzparallelbetrieb

Nach der erfolgreichen Synchronisation zum Netzparallelbetrieb wird die Drehzahl durch die Netzfrequenz bestimmt. Der eigentliche Drehzahlregler ist abgeschaltet und ein Proportionalregler übernimmt eine überlagerte Drehzahlregelung zur Netzfrequenzstützung.

Durch das Anlagenpersonal kann im Netzparallelbetrieb die Vordruck- oder die Leistungsregelung aktiviert werden. Es ist dabei immer nur ein Regler wirksam. Sind beide Regler ausgeschaltet, wird automatisch nach Synchronisation die Leistungsregelung eingeschaltet. Zusätzlich sind immer Begrenzungsregler aktiviert, die nicht ausgeschaltet werden können.

### Leistungsregelung

Bei eingeschalteter Leistungsregelung wird die Generatorleistung geregelt. Der Vordruck stellt sich entsprechend ein bzw. muss durch die Kesselregelung geregelt werden. Bei Leistungsregelung wird durch eine nachgeschaltete Vordruckbegrenzung der Kessel gestützt.

Dies erfolgt durch Leistungsrücknahme, falls der Frischdampfdruck unterhalb eines minimalen Grenzwertes fällt.

### **Vordruckregelung**

Bei eingeschalteter Vordruckregelung wird der Frischdampfdruck vor der Turbine geregelt. Da der Leistungsbegrenzungsregler immer nachgeschaltet ist, wird verhindert, dass der Generator überlastet wird.

### **Begrenzungsregelung**

Für die Begrenzungsregler sind sicherheitsrelevante Grenzen fest eingestellt und können durch das Anlagenpersonal nicht über- bzw. unterschritten werden.

### **Turbinenstopp**

Mit dem Betätigen des Stopp-Tasters wird die Lastrampe auf den Wert der aktuellen Generatorleistung gesetzt und von dort langsam bis auf Null reduziert. Die Turbinensteuerung öffnet den Generatorschalter bei Erreichen der minimalen Last.

#### **5.2.4. Inselbetrieb**

Bei Öffnung des Netzschalters wird sofort auf Drehzahlregelung umgeschaltet und die Nenndrehzahl der Turbine als Sollwert übernommen. Bei Lastabwurf kommt es zu einer kurzzeitigen Drehzahlerhöhung, die jedoch unterhalb des Überdrehzahlgrenzwerts liegt.

#### **5.2.5. Frequenzstützung**

Bei einem Frequenzanstieg und somit einer Drehzahlerhöhung, greift ein Proportionalregler ein und verändert die Leistung der Turbine proportional zur Frequenzänderung, um das bestehende Netz zu stützen. Bei einer Frequenz von 52.5 Hz wird die Leistung auf minimale Last zurück genommen. Damit kleine Netzschwankungen nicht sofort auf die Turbinenregelung einwirken, ist bei dieser Regelung ein Totband bei der Drehzahlmessung zwischengeschaltet.

#### **5.2.6. Entnahmedruckregelung**

Der Entnahmedruck wird über das ND-Regelventil geregelt. Die Entnahmeregelung wird erst nach einer Mindestöffnung des HD-Regelventils freigegeben. Ist dies nicht der Fall, oder der Entnahmedruck ist zu gering, wird die Entnahmeregelung automatisch abgeschaltet und das ND-Ventil zu 100 % geöffnet.

#### **5.2.7. Anzapfdruck-Begrenzungsregelung**

Der Druck der Anzapfung wird über das Anzapfregelventil begrenzt und wird erst nach Beendigung der Belastungsrampe und einem Mindestdruck von 7.4 bar freigegeben. Bei

zu kleinem Anzapfdruck (7.0 bar) oder zu kleiner HD-Regelventilstellung (18 %) wird die Anzapfung automatisch abgeschaltet und damit das Anzapfventil geschlossen.

### 5.3. Modellgleichungen

Die Struktur der beschriebenen Turbine ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Zunächst wurden die Differentialgleichungen für die auftretenden Drücke nach Gleichung (4.25) aufgestellt.

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= \frac{\Gamma_1}{V_1} \left( \underbrace{\dot{m}_{hd}(T_{fd}, p_{fd}, p_1, u_{fd})}_{(4.37)} - \underbrace{\dot{m}_{anz}(T_1, p_1, p_{mds}, u_{anz})}_{(4.35)} - \underbrace{\dot{m}_{md}(T_1, p_1, p_2, \omega)}_{(4.20)} \right) \\ \dot{p}_2 &= \frac{\Gamma_2}{V_2} \left( \underbrace{\dot{m}_{md}(T_1, p_1, p_2, \omega)}_{(4.20)} - \underbrace{\dot{m}_{ent}(T_2, p_2, p_{nds}, u_{ent})}_{(4.35)} - \underbrace{\dot{m}_{und}(T_2, p_2, p_3, u_{nd})}_{(4.38)} \right) \\ \dot{p}_3 &= \frac{\Gamma_3}{V_3} \left( \underbrace{\dot{m}_{und}(T_2, p_2, p_3, u_{nd})}_{(4.38)} - \underbrace{\dot{m}_{nd}(T_3, p_3, p_{ab}, \omega)}_{(4.20)} \right) \\ \dot{p}_{mds} &= \frac{\Gamma_{mds}}{V_{mds}} \left( \underbrace{\dot{m}_{anz}(T_1, p_1, p_{mds}, u_{anz})}_{(4.35)} - \dot{m}_{mds} \right) \\ \dot{p}_{nds} &= \frac{\Gamma_{nds}}{V_{nds}} \left( \underbrace{\dot{m}_{ent}(T_2, p_2, p_{nds}, u_{ent})}_{(4.35)} - \dot{m}_{nds} \right)\end{aligned}$$

Die Turbinenleistung  $P_T$  berechnet sich aus Gleichung (4.28). Zusätzlich kann noch Gleichung (4.29) angewendet werden, um eine Zeitverzögerung zu berücksichtigen:

$$\dot{P}_w = \frac{1}{\tau_P} (P_T - P_w)$$

Wenn sich die Anlage im Inselbetrieb befindet, wird zusätzlich die Differentialgleichung für die Drehzahl (Glg. (4.27)) benötigt. Da dies bei dieser Anlage noch nicht aufgetreten ist und daher auch keine Vergleichsmessungen zur Verfügung stehen, wird die Drehzahl als konstant angenommen.

Dies ergibt ein Zustandsraummodell der Art:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{d}(t)] \quad (5.1a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t)] \quad (5.1b)$$

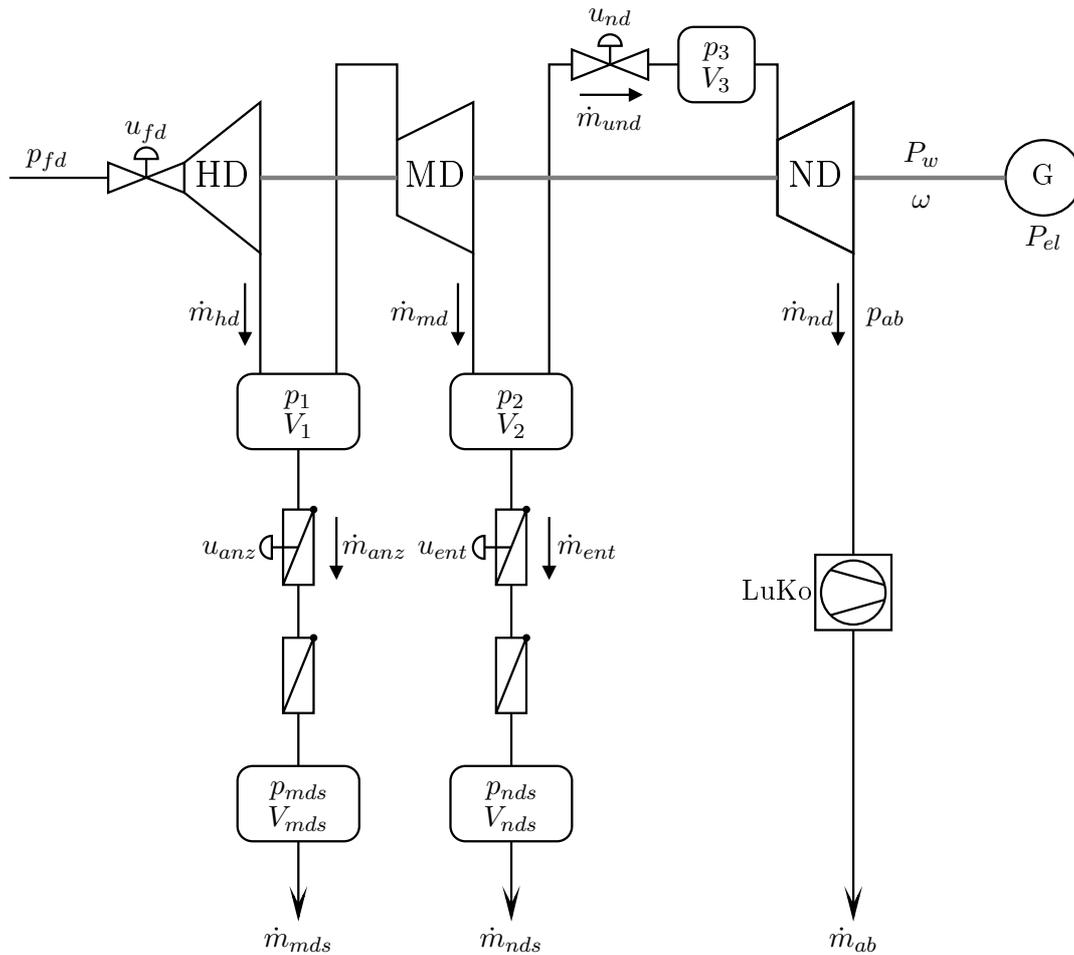


Abbildung 5.3.: Strukturbild der Dampfturbine Mödling

mit

$$\mathbf{x} = [P_w, p_1, p_2, p_3, p_{mds}, p_{nds}]^T$$

$$\mathbf{u} = [u_{fd}, u_{anz}, u_{ent}, u_{nd}]^T$$

$$\mathbf{d} = [T_{fd}, p_{fd}, p_{ab}, \dot{m}_{mds}, \dot{m}_{nds}]^T$$

$$\mathbf{y} = [P_w, p_{mds}, p_{nds}]^T$$

## 5.4. Verifikation

Die Verifikation des erhaltenen Modells erfolgt anhand aufgezeichneter Daten aus der Biomasseanlage. Als Messsignale stehen alle Drücke sowie die elektrische Leistung und

die Frischdampfmenge zur Verfügung. Weiters sind die Stellsignale ( $u_{fd}, u_{anz}, u_{ent}, u_{nd}$ ) der Ventile in % aufgezeichnet worden. Bei Anzapfung und Entnahme werden lediglich die Leistungen der Wärmetauscher, die ein Fernwärmenetz speisen, gemessen. Die Temperaturen vor und nach den Wärmetauschern werden als konstant angenommen, um so auf die Dampfmenge zu schließen. Weiters werden die Massendurchflüsse für zusätzliche Verbraucher der Mitteldruckschiene bzw. Niederdruckschiene messtechnisch nicht erfasst. Solche Verbraucher sind zum Beispiel Primärluftvorwärmung und Speisewasservorwärmung, diese Dampfmenge werden ebenfalls als konstant angenommen. Somit hat man hinreichend viele Daten, um das Modell zu simulieren. Im folgenden Abschnitt werden beispielhaft die Messdaten 1 und 2 als Vergleichsdaten verwendet.

### Messdaten 1

Bei dieser Messung wird die elektrische Leistung annähernd konstant gehalten, obwohl die Dampfmenge  $\dot{m}_{HD}$  abnimmt. Dies wird durch Reduzieren der Anzapfmenge  $\dot{m}_{anz}$  erreicht. In Abbildung 5.4 sieht man den Verlauf der Stellsignale, sowie die produzierte elektrische Leistung und die auftretenden Massenströme. Die gemessenen Drücke und die Leistung sind dabei rot strichliert und die Daten aus der Simulation mit einer durchgezogenen blauen Linie dargestellt.

Da bei ersten Versuchen der Massenstrom über das Anzapfventil mit einer linearen Kennlinie nicht ausreichend genau nachgebildet wurde, wurde die Ventilkennlinie im Bereich von 0 bis 10 % angepasst und dadurch das Ergebnis deutlich verbessert.

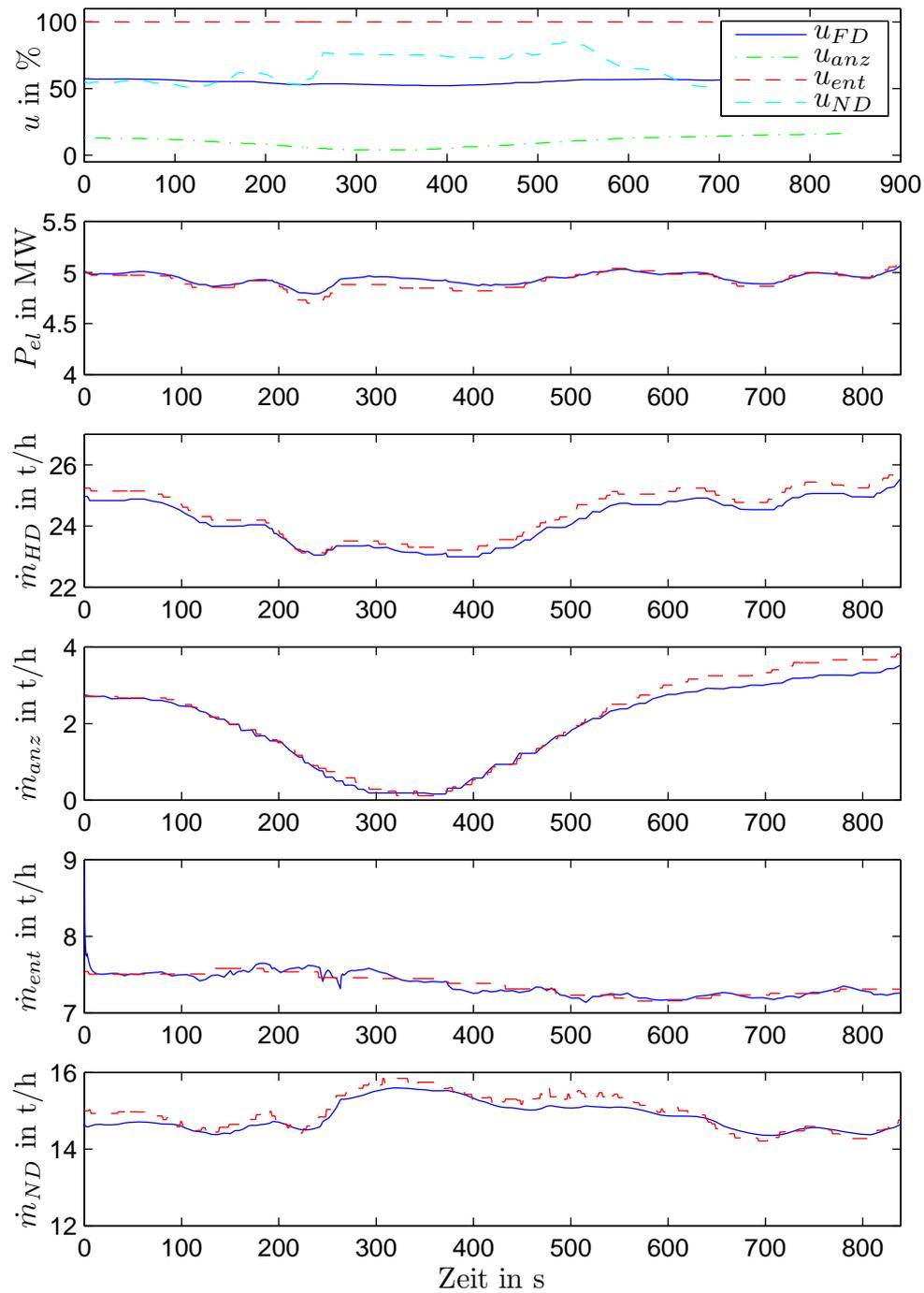
In Abbildung 5.5 sind die Drücke dargestellt.

### Messdaten 2

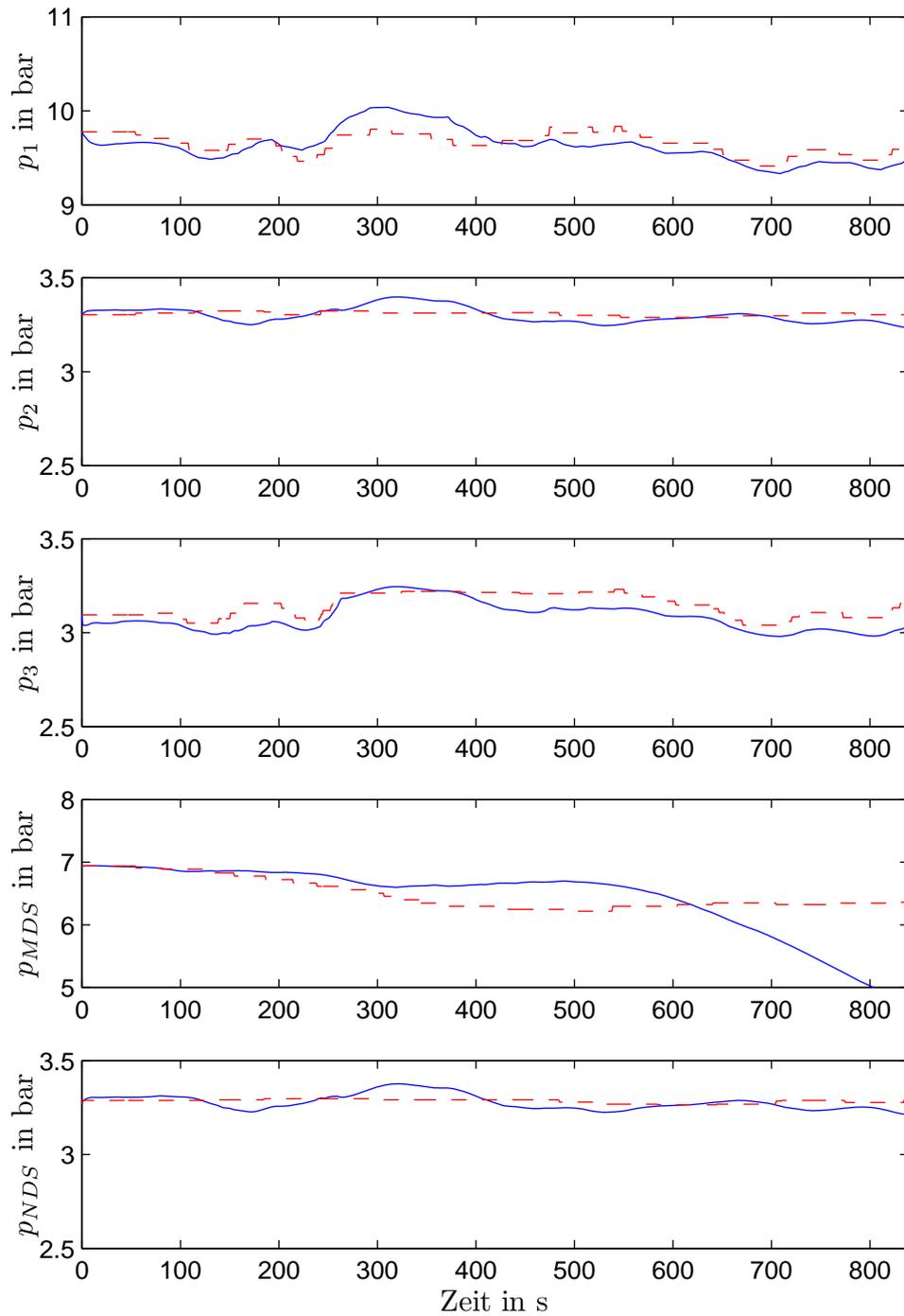
Da die Turbine mit einer Leistungsregelung betrieben wird, wurden im Zeitraum der Datenerfassung keine größeren Leistungseinbrüche festgestellt. Die Messdaten 2 beinhalten einen geringen Leistungsrückgang, weiters wird die Anzapfung abgeschaltet. Wie schon erwähnt, wurde die Kennlinie des Anzapfventils angepasst, dies wurde bei dieser Messung deutlich, da keine Anzapfleistung gemessen wurde, obwohl die Ventilstellung ungleich Null war. Das bedeutet, dass das Regelventil bei kleinen Stellgrößen automatisch schließt. Die Ventil-Stellgrößen, die elektrische Leistung und die Massenströme sind in Abbildung 5.6 dargestellt, die auftretenden Drücke in Abbildung 5.7.

### Fazit

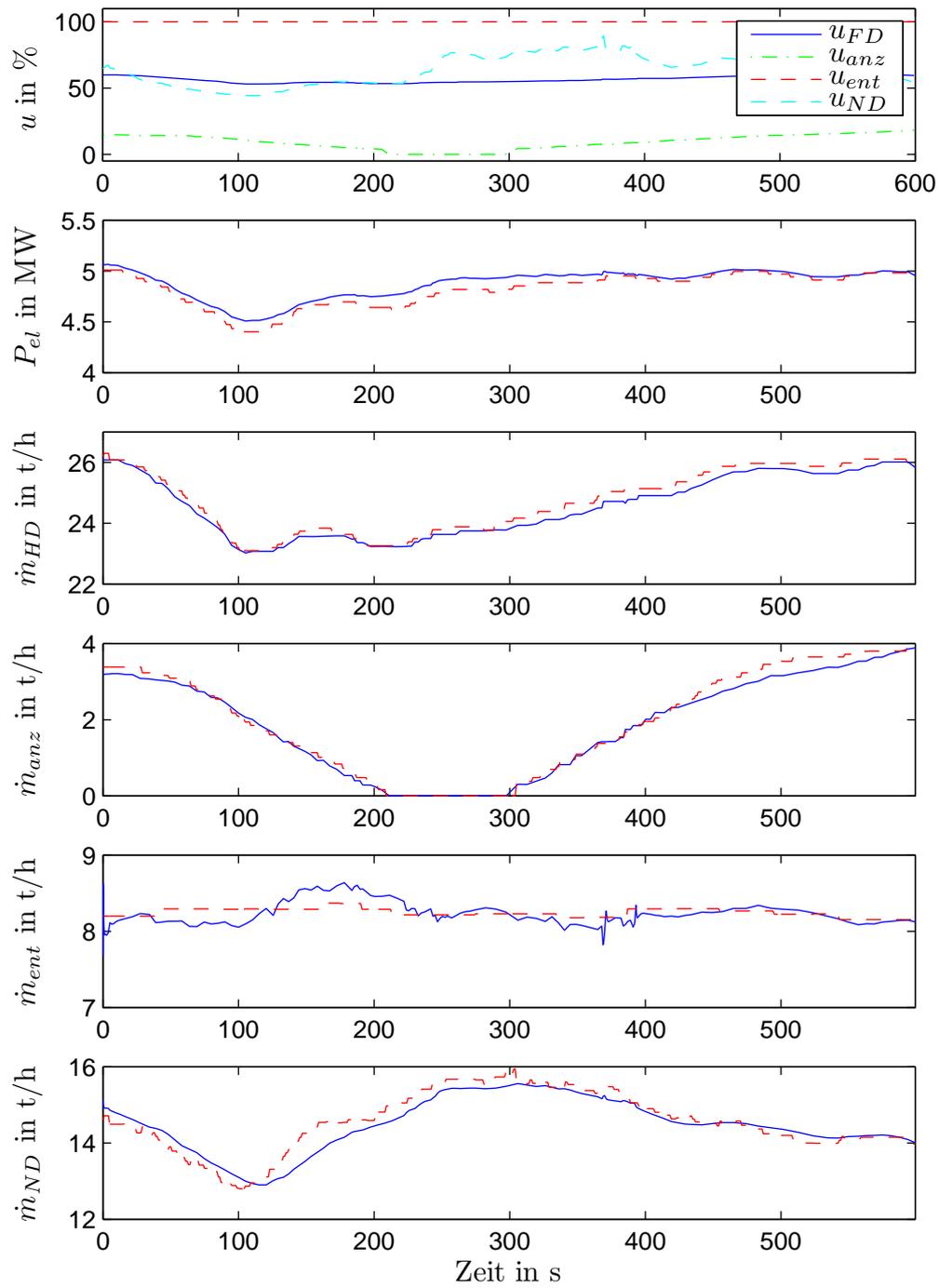
Der Vergleich von der Simulation mit realen Messdaten zeigt, dass die elektrische Leistung  $P_{el}$  und die Durchflussmengen  $\dot{m}$  der Dampfturbine hinreichend genau nachgebildet werden. Die Drücke in den verschiedenen Kammern werden auch zufriedenstellend nachgebildet. Lediglich der Druck in der Mitteldruckschiene  $p_{MDS}$  weicht bei längerer Simulationsdauer vom gemessenen Druck ab. Das ist auf das integrierende Verhalten der Berechnungsvorschrift laut Gleichung (4.25) zurückzuführen. Zusätzlich sind auch Messungenauigkeiten der Ventilstellung  $u_{ent}$  und der Anzapfmenge  $\dot{m}_{anz}$  zu vermuten.



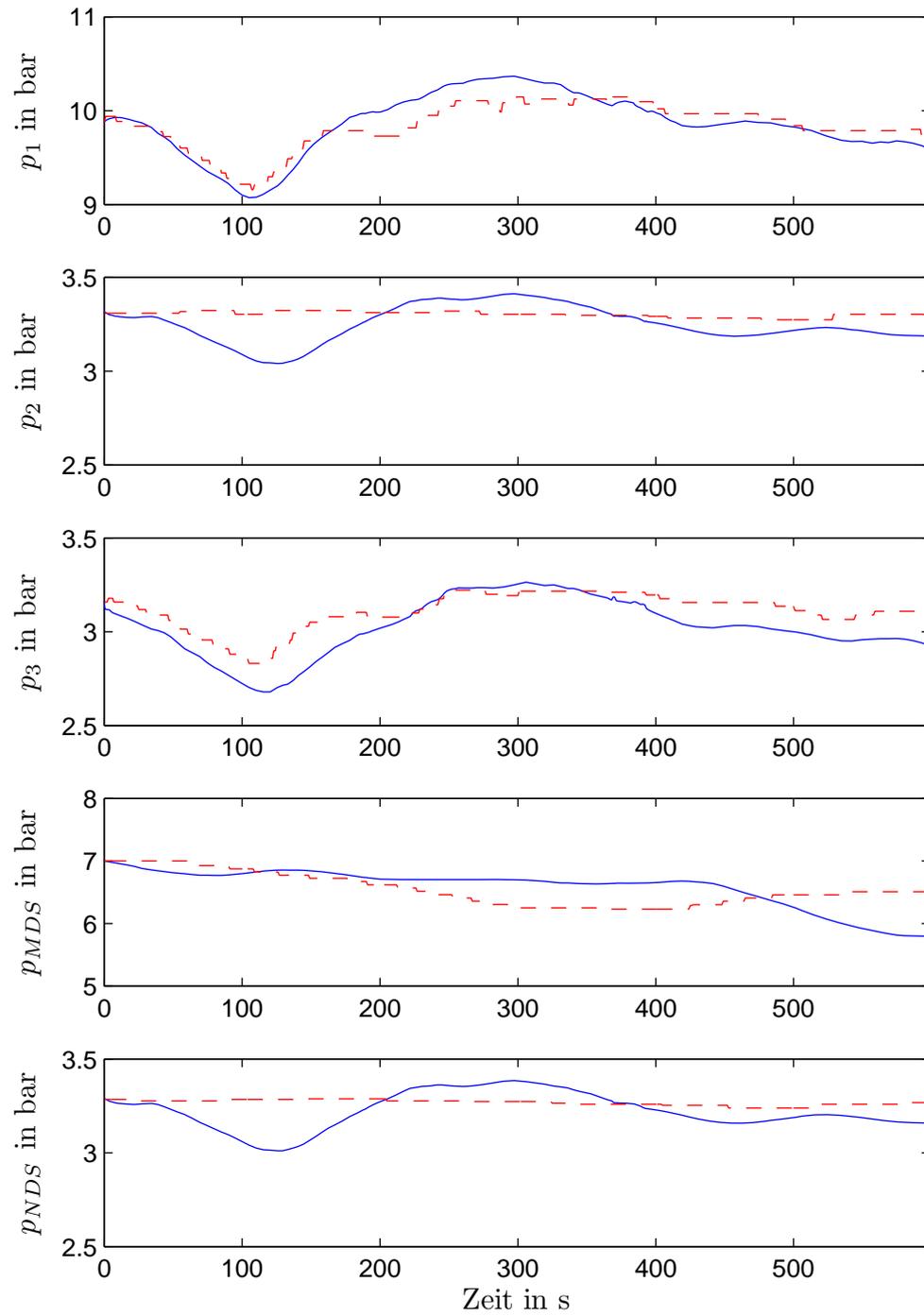
**Abbildung 5.4.:** Messdaten 1: Stellsignale, Leistung und Durchfluss. Vergleich zwischen Simulation (blaue durchgezogene Linie) und Messdaten 1 (rot strichlierte Linie).



**Abbildung 5.5.:** Messdaten 1: Druck. Vergleich zwischen Simulation (blaue durchgezogene Linie) und Messdaten 1 (rot strichlierte Linie).



**Abbildung 5.6.:** Messdaten 2: Stellsignale, Leistung und Durchfluss. Vergleich zwischen Simulation (blaue durchgezogene Linie) und Messdaten 1 (rot strichlierte Linie).



**Abbildung 5.7.:** Messdaten 2: Druck. Vergleich zwischen Simulation (blaue durchgezogene Linie) und Messdaten 1 (rot strichlierte Linie).

## 6. Modellanalyse

Das in Kapitel 5 erhaltene Modell wird nun genauer untersucht. Dazu wird zuerst eine Ruhelage des Systems bestimmt, die als Arbeitspunkt für die anschließende Analyse des Turbinenwirkungsgrad dient. Zusätzlich wird das System um diese Ruhelage linearisiert und die Steifigkeit und Verkopplung des linearen Mehrgrößensystems berechnet.

### 6.1. Ruhelagen des Systems

Für weitere Betrachtungen des Systems ist es von Vorteil, eine Ruhelage des nichtlinearen Modells zu ermitteln. Zuvor wird erläutert, wie eine solche Ruhelage definiert ist [1].

Man betrachte das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}),$$

dann ist ein Punkt  $\mathbf{x}_R$  eine Ruhelage für den konstanten Eingangsvektor  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_R$ , wenn

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R) = \mathbf{0}$$

gilt.

Das Lösen dieser Gleichung kann unter Umständen sehr aufwändig sein. Da im Falle der Dampfturbine die Gleichungen sehr komplex sind, wird der Arbeitspunkt numerisch mit Hilfe der MATLAB Funktion `trim` berechnet, wodurch man folgendes Ergebnis erhält:

$$\mathbf{x}_R = [5200, 8.67, 3.21, 3.04, 7.00, 3.20]^T \quad (6.1a)$$

$$\mathbf{u}_R = [54.0, 20.5, 100, 69.8]^T \quad (6.1b)$$

$$\mathbf{d}_R = [470, 60, 0.15, 1.0, 1.5]^T \quad (6.1c)$$

Ausgehend von dieser Ruhelage ergeben sich folgende Dampfmengen und Leistungen

$$\dot{m}_{HD} = 23.5 \text{ t/h}$$

$$\dot{m}_{anz} = 3.5 \text{ t/h}$$

$$\dot{m}_{ent} = 5.0 \text{ t/h}$$

$$P_{el} = 5.0 \text{ MW}$$

$$P_{anz} = 2.6 \text{ MW}$$

$$P_{ent} = 1.4 \text{ MW}$$

## 6.2. Studie zum Turbinenwirkungsgrad

Für den Anlagenbetreiber ist es von Interesse, die Turbine bei höchstmöglichem Wirkungsgrad zu betreiben. Der optimale Wirkungsgrad stellt sich bei Auslegungsbedingungen ein. In diesem Abschnitt soll nun der Wirkungsgrad für verschiedene Lastfälle berechnet werden.

Ausgehend von der Ruhelage, berechnet im vorherigen Abschnitt, werden nun Anzapf-, Entnahme- und elektrische Leistung variiert. Beobachtet werden die Leistungen, Dampfmenngen und die Wirkungsgraddifferenz.

Es ist anzumerken, dass bei diesen Simulationen keine Regelung implementiert ist. Die erforderlichen Stellgrößen wurden empirisch ermittelt und werden sprunghaft auf das System aufgeschaltet.

### Versuch 1: Maximale elektrische Leistung

Um die maximale elektrische Leistung bei konstanten Frischdampfparametern und Durchfluss zu erreichen, müssen die Anzapfung und Entnahme abgeschaltet werden. Dazu wurden die Anzapfmengen  $\dot{m}_{mds}$  und die Stellung des Anzapfventils  $u_{anz}$  bzw. die Entnahmemenge  $\dot{m}_{nds}$  und  $u_{ent}$  bei  $t = 50$  s auf Null gesetzt. Somit ergibt sich eine elektrische Leistung von 6MW. Der Gesamtwirkungsgrad sinkt deutlich um 1.6%. Die zeitlichen Verläufe der Simulation sind in Abbildung 6.1 dargestellt.

### Versuch 2: Maximale Anzapfleistung

Die maximale Anzapfleistung wird bei maximalem Durchfluss  $\dot{m}_{mds,max} = 5$ t/h erreicht. Um diesen Durchfluss zu erhalten, muss das Anzapfventil weiter geöffnet werden, um den Durchfluss über das Ventil  $\dot{m}_{anz}$  zu steigern. Man sieht, dass diese Änderung auf die anderen Größen nur geringe Auswirkungen hat und der Gesamtwirkungsgrad der Turbine nur geringfügig sinkt. Abbildung 6.2 zeigt den Verlauf des Versuchs.

### Versuch 3: Maximale Entnahmeleistung

Wie in Abschnitt 5.2 erläutert, wird die Entnahmemenge über das ND-Ventil geregelt. Um die maximale Entnahmemenge  $\dot{m}_{ent,max} = 13$ t/h und somit eine maximale Entnahmeleistung von ca. 6.9MW zu erreichen, muss das ND-Ventil weiter geschlossen werden. Über die ND-Stufe fließt nun ein geringerer Massenstrom und dadurch sinkt auch die elektrische Leistung auf 3.6MW. Der Gesamtwirkungsgrad sinkt um 1.5%, dies ist hauptsächlich auf das schlechte Teillastverhalten der ND-Stufe zurückzuführen. Die zeitlichen Verläufe werden in Abbildung 6.3 gezeigt.

### Versuch 4: Minimale elektrische Leistung

Bei diesem Versuch wird das ND-Regelventil vollkommen geschlossen und die Dampfmenngen auf Anzapfung und Entnahme verteilt. Dadurch werden die maximalen Durchflüsse

erreicht und es muss zusätzlich das Frischdampfregelventil gedrosselt werden, um die Frischdampfmenge auf 18t/h zu reduzieren. Wie in Abbildung 6.4 zu sehen ist, sinkt bei diesen Maßnahmen die elektrische Leistung auf ca. 2.4MW und der Wirkungsgrad ist um 2.7% geringer. Wobei die Verluste, die in der ND-Stufe durch Ventilation entstehen, nicht bekannt sind und daher auch nicht im Gesamtwirkungsgrad berücksichtigt werden können. Anzapf- bzw. Entnahmeleistung stellen sich wie in den Versuchen 2 bzw. 3 ein.

#### **Versuch 5: Maximale Gesamtleistung**

In Abbildung 6.5 wird der maximale Lastfall gezeigt. Um diesen zu simulieren, wird das ND-Ventil vollständig geöffnet und dann das FD-Ventil und das Anzapfventil so weit geöffnet, bis sich die maximalen Leistungen einstellen. Die erforderliche Frischdampfmenge steigt auf 31.3t/h. Der Gesamtwirkungsgrad der Dampfturbine sinkt um 2%.

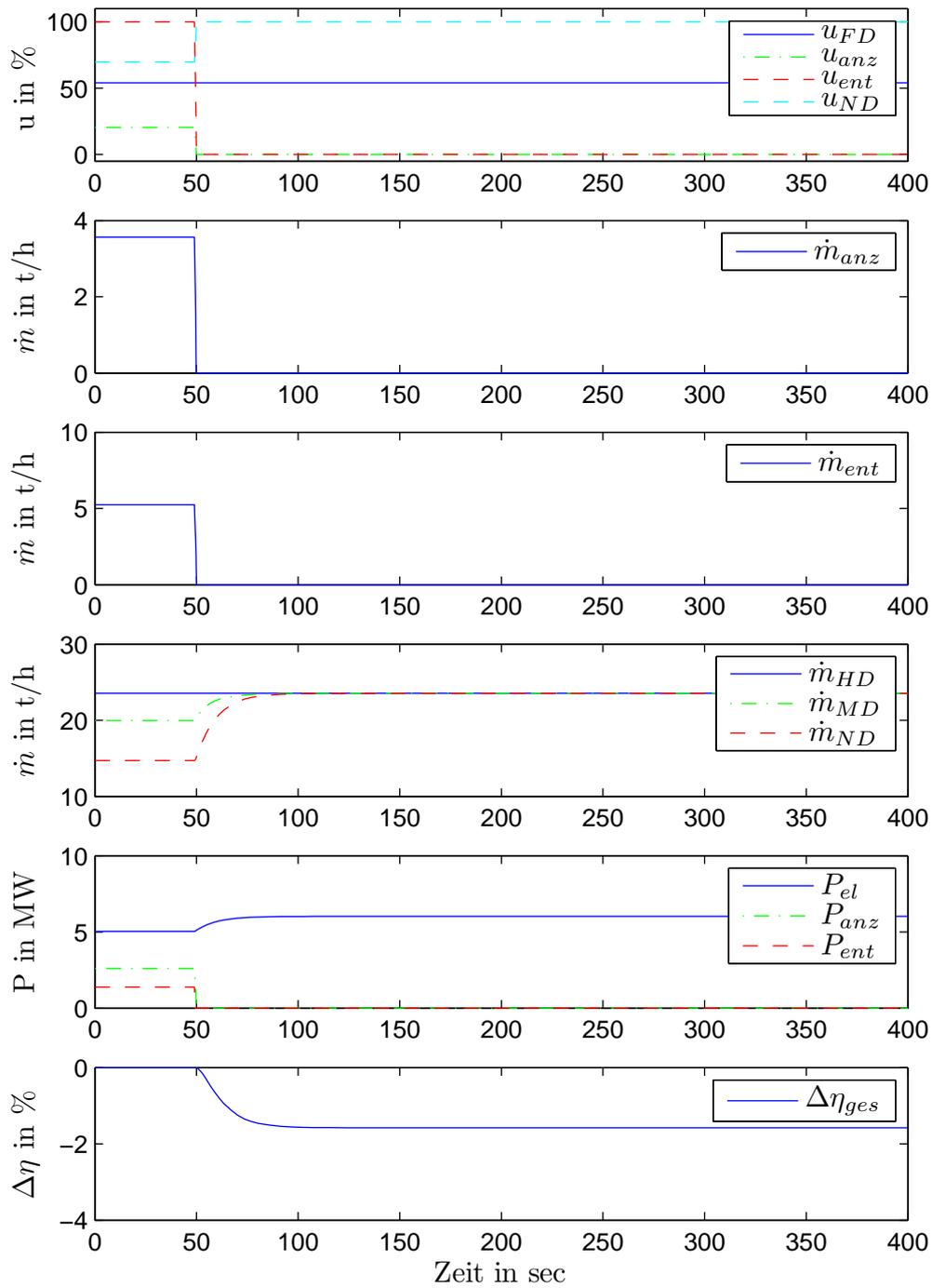


Abbildung 6.1.: Versuch 1: Maximale elektrische Leistung

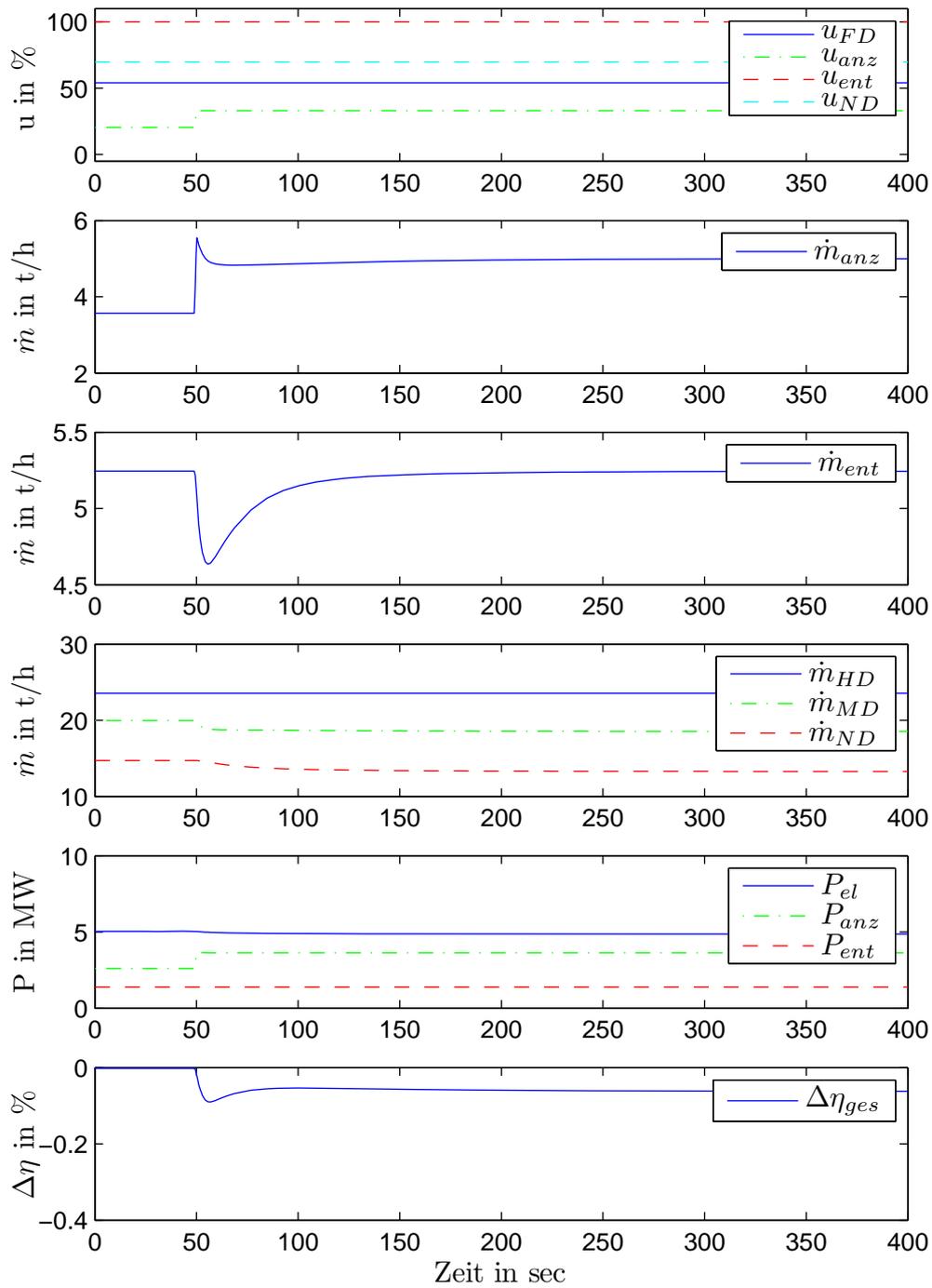


Abbildung 6.2.: Versuch 2: Maximale Anzapfleistung

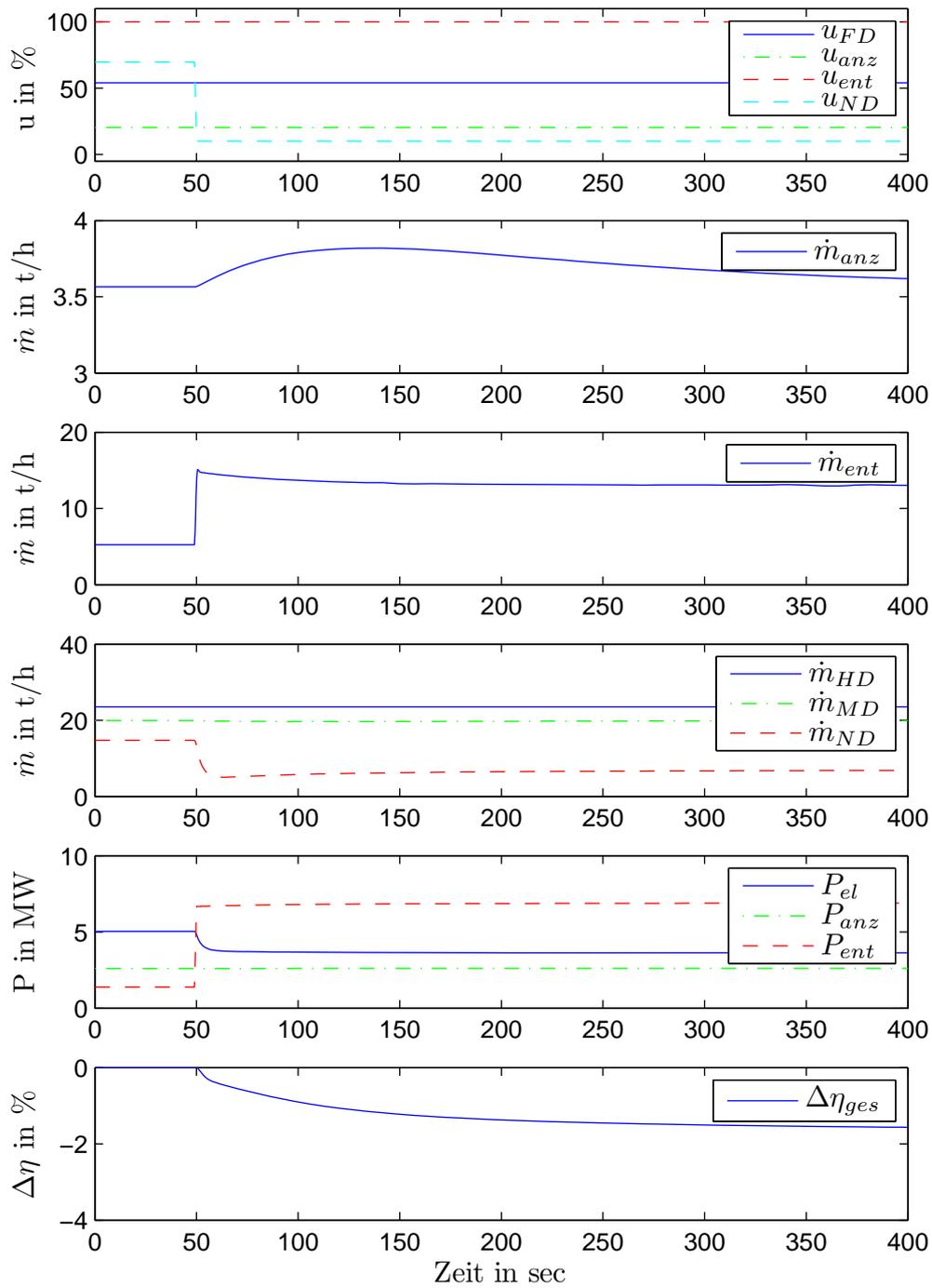


Abbildung 6.3.: Versuch 3: Maximale Entnahmeleistung

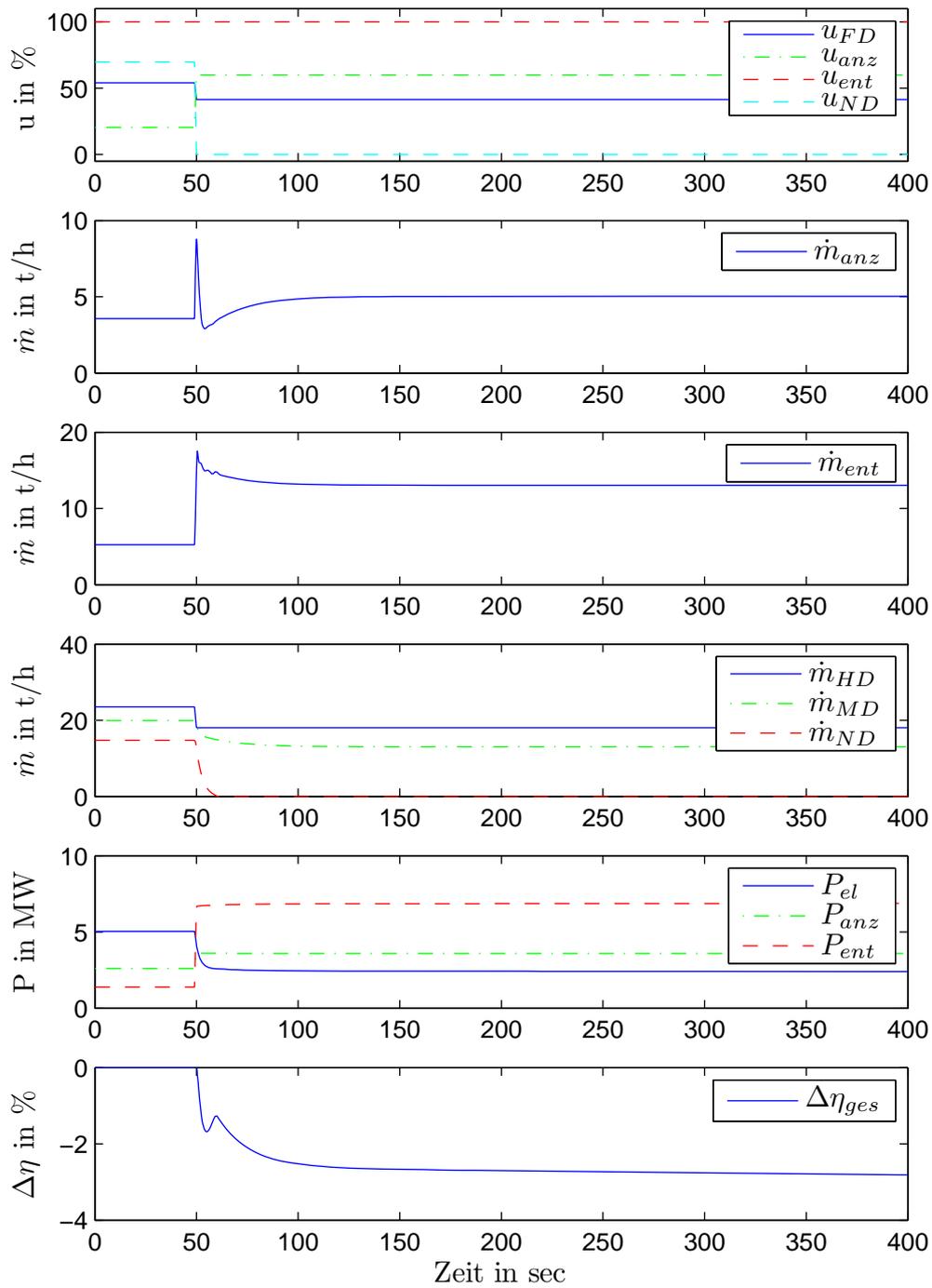


Abbildung 6.4.: Versuch 4: Minimale elektrische Leistung

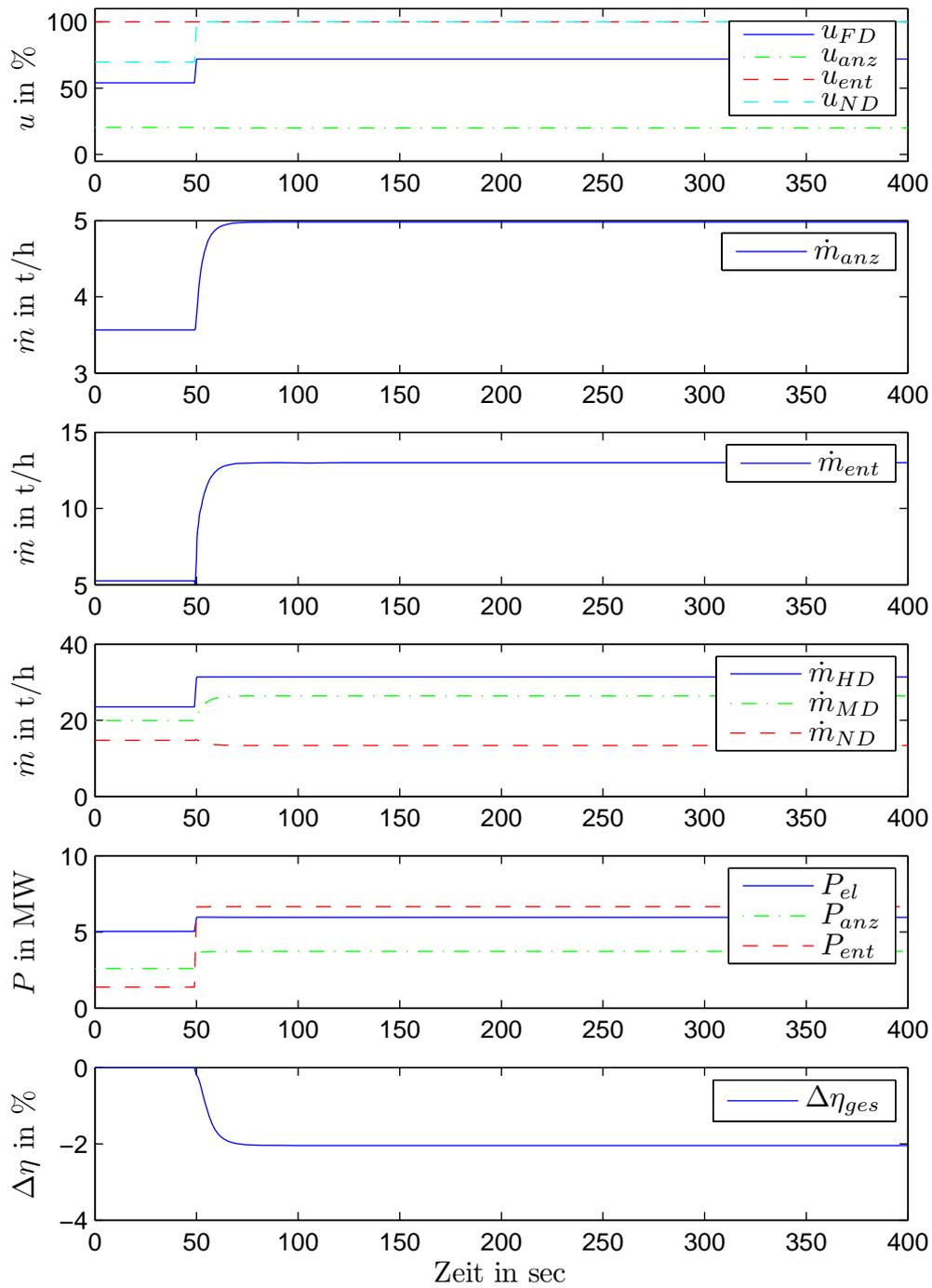


Abbildung 6.5.: Versuch 5: Maximale Gesamtleistung

### 6.3. Analyse des linearisierten Modells

Um die Charakteristik eines nichtlinearen Systems näher zu untersuchen, ist es oftmals einfacher, dieses System um einen Arbeitspunkt zu linearisieren. Anhand dieses vereinfachten Modells kann dann das System auf seine Steifigkeit untersucht werden. Weiters wird ein Maß für die Kopplung zwischen den einzelnen Stellgrößen und Regelgrößen berechnet.

#### 6.3.1. Linearisierung

Eine an der Stelle  $x = x_R$  hinreichend oft differenzierbare Funktion  $f(x)$  kann um die Ruhelage  $x_R$  in eine Taylorreihe entwickelt werden:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_R)}{i!} (x - x_R)^i \quad (6.2)$$

In gleicher Weise kann dies auch auf eine nichtlineare Vektordifferentialgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

angewendet werden. Die Taylor-Reihenentwicklung aus Gleichung (6.2) um die Ruhelage  $(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R)$  und bei Vernachlässigung der Terme höhere Ordnung, lautet

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \approx \underbrace{\mathbf{f}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R)}_{=0} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_R) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_R).$$

Bezeichnet man nun die Abweichung aus der Ruhelage mit  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$  bzw.  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_R$ , ergibt sich die näherungsweise lineare Vektordifferentialgleichung:

$$(\dot{\Delta \mathbf{x}}) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}$$

Wendet man dieses Verfahren auf das nichtlineare System aus Gleichung (5.1) an, ergibt sich folgendes linearisiertes Zustandsraummodell:

$$(\dot{\Delta \mathbf{x}}) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{E} \Delta \mathbf{d} \quad (6.3a)$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} \quad (6.3b)$$

mit

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R} = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial x_n} \end{array} \right] \Bigg|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R}$$

$$\mathbf{C} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R}$$

$$\mathbf{D} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R}$$

$$\mathbf{E} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{d}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R}$$

Die Matrix (6.4) wird als *Jacobimatrix* bezeichnet. MATLAB stellt die Funktion `linmod` zur Verfügung, mit deren Hilfe das lineare System eines Simulink-Blockdiagramms bestimmt werden kann. Die Matrizen, die für die Ruhelage aus Abschnitt 6.1 berechnet wurden, sind im Anhang A.2 zu finden.

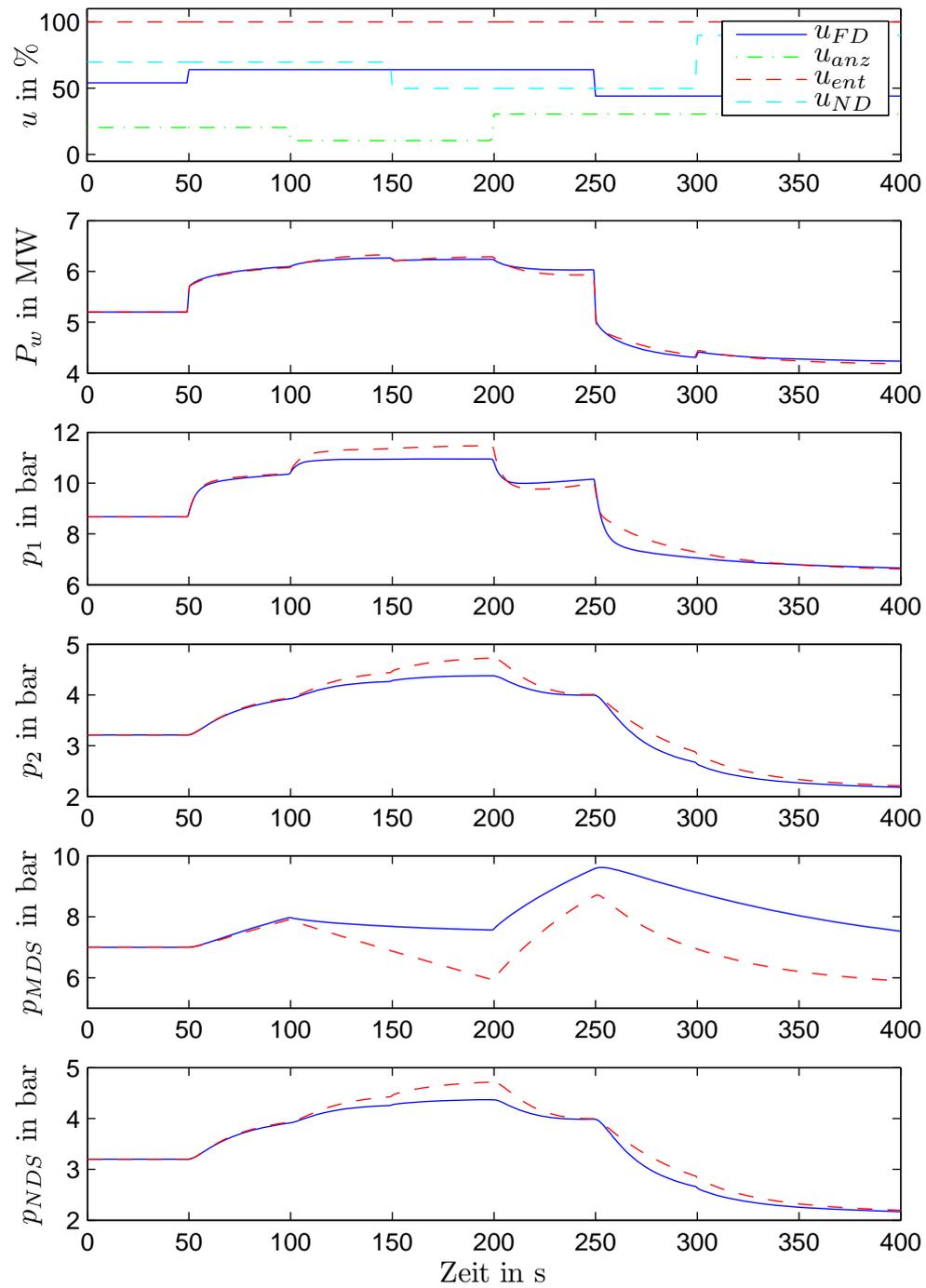
Um das linearisierte Modell zu verifizieren, erfolgt eine Simulation der Modelle mit veränderten Stell- und Störgrößen. Es werden die Zustandsgrößen des nichtlinearen Systems mit den Zustandsgrößen des linearisierten Modells verglichen.

### Simulation 1

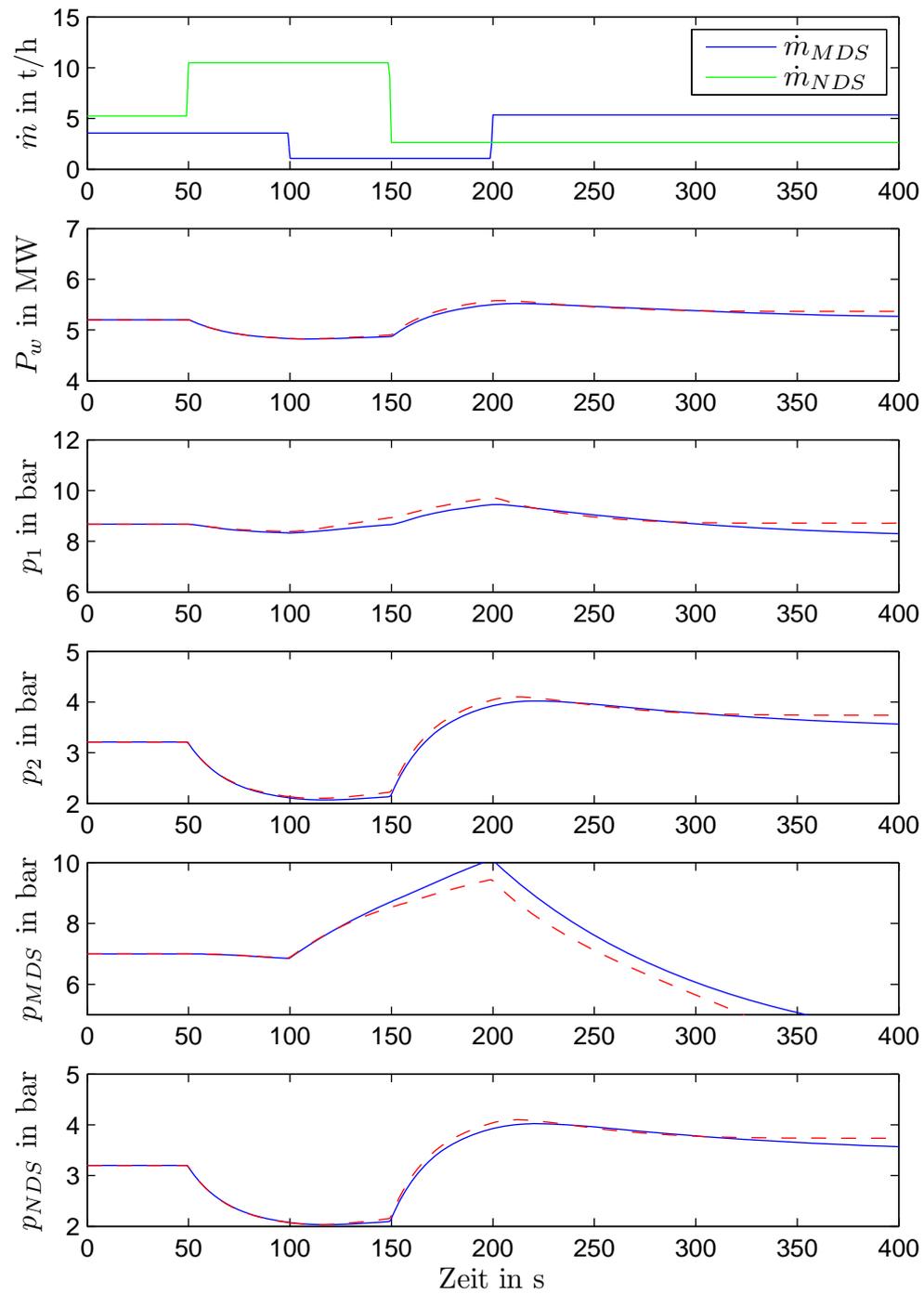
In dieser Simulation wird der Einfluss der Stellgrößen auf das Verhalten der Systeme untersucht. In Abbildung 6.6 ganz oben sieht man die sprunghaftigen Änderungen der Ventilstellungen  $u_{FD}$ ,  $u_{anz}$  und  $u_{ND}$ . Die Stellung des Entnahmeventils  $u_{ent}$  ist dabei immer bei 100%. Die Störgrößen werden in der Ruhelage gehalten. Weiters werden die Wellenleistung  $P_w$  und die auftretenden Drücke des linearisierten Modells in blau und die des nichtlinearen Modells in rot strichliert dargestellt.

Ausgehend von der Ruhelage wird zuerst das Frischdampfventil weiter geöffnet, worauf eine sprunghafte Erhöhung der produzierten Leistung zu sehen ist. Der weitere langsame Anstieg der Leistung ist auf die Druckerhöhung in der Turbine zurückzuführen. Wird das Anzapfventil weiter geschlossen, wird weniger Dampf an die Mitteldruckschiene abgegeben, dadurch sinkt der Druck  $p_{MDS}$  und alle anderen Drücke steigen. Auch die Leistung steigt minimal.

Wird der Öffnungsquerschnitt des ND-Ventils verringert, fließt weniger Dampf über die ND-Stufe und somit sinkt auch die Leistung geringfügig. Die überschüssige Dampfmenge wird in die Niederdruckschiene geleitet und bewirkt damit eine Druckerhöhung in der Schiene. Ab dem Zeitpunkt  $t = 200\text{ s}$  wird die Simulation, mit geändertem Vorzeichen der Stellgrößen sprünge, wiederholt. Das Verhalten lässt sich aus den vorangegangenen Ausführungen ableiten.



**Abbildung 6.6.:** Simulation 1: Vergleich von linearisiertem (rot strichliert) und nichtlinearem (blau durchgezogen) Modell.



**Abbildung 6.7.:** Simulation 2: Vergleich von linearisiertem (rot strichliert) und nichtlinearem (blau durchgezogen) Modell.

### Simulation 2

In Abbildung 6.7 bleiben die Ventilstellungen unverändert in der Ruhelage gehalten und die Anzapfmenge  $\dot{m}_{anz}$  bzw. die Entnahmemenge  $\dot{m}_{ent}$  variieren. Es ist deutlich zu erkennen, dass eine Erhöhung dieser Dampfmengen zu einer Leistungsreduktion führt, wobei die Anzapfmenge auf Grund der geringeren Durchflüsse weniger Einfluss besitzt.

Die Drücke in der Mitteldruckschiene bzw. Niederdruckschiene sind von den entnommenen Dampfmengen abhängig. Die restlichen Drücke stellen sich dementsprechend ein.

### Fazit

Zusammenfassend kann man sagen, dass das linearisierte Modell das Verhalten des nicht-linearen Systems in einer Umgebung der Ruhelage durchaus zufriedenstellend nachbildet. Bei größeren Auslenkungen aus dem Arbeitspunkt sind die Abweichungen größer.

### 6.3.2. Steifigkeit

Die Steifigkeit eines Systems ist dadurch gekennzeichnet, dass die Zustandsvariablen ein stark unterschiedliches Dynamikverhalten aufweisen [1]. Das heißt, ein System ist steif, wenn sich die Absolutbeträge der Realteile des größten und kleinsten Eigenwerts um mehrere Zehnerpotenzen unterscheiden [2]. Eine mathematische Formulierung ist durch Gleichung (6.5) gegeben. Dabei ist  $S$  der Steifigkeitsindex und  $\boldsymbol{\lambda}_R$  ein Vektor mit den Eigenwerten der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  des linearisierten Systems.

$$S = \frac{\max(|\Re(\boldsymbol{\lambda}_R)|)}{\min(|\Re(\boldsymbol{\lambda}_R)|)} \quad (6.5)$$

Ist dieser Faktor größer als 1000, so muss in der Simulation ein Lösungsverfahren für steife Systeme angewendet werden<sup>1</sup>. Im Modellierungsbeispiel ist dieser Steifigkeitsindex größer als 2000 und zur Simulation wird der *Solver ode15s*<sup>2</sup> verwendet.

### 6.3.3. Kopplungsanalyse

Um zu untersuchen, ob ein Mehrgrößensystem mit mehreren einschleifigen Regelkreisen regelbar ist oder ob eine aufwändigere Mehrgrößenregelung notwendig ist, werden nun drei verschiedene Kopplungsmaße vorgestellt (vgl. [10]). Mit diesen Maßen ist es auch möglich, eine Zuordnung der Stellgrößen zu den jeweiligen Regelgrößen zu treffen. Eine endgültige Entscheidung über die Reglerstruktur und die Zuordnung der Regelgrößen kann man aber erst nach dem Reglerentwurf treffen.

---

<sup>1</sup>Faustregel aus [5]

<sup>2</sup>*ode15s* ist der MATLAB-Standard-Integrator für steife Differentialgleichungen und verwendet ein Mehrschrittverfahren [17].

### Statische Kopplungsmatrix $\bar{\mathbf{K}}_s$

Dieses Kopplungsmaß beschreibt das statische Verhalten der Regelstrecke und wird aus der Statikmatrix gebildet. Betrachtet wird ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}.\end{aligned}$$

Unter der Annahme, dass der Anfangszustand  $\mathbf{x}_0$  zum Anfangszeitpunkt  $t_0 = 0$  gleich Null ist, wird die *Laplace*-Transformation auf die obige Gleichung angewendet. Der Zusammenhang zwischen der Ausgangs- und der Eingangsgröße im Bildbereich wird mit der so genannten Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(s)$  beschrieben:

$$\mathbf{y}(s) = \underbrace{\left[ \mathbf{C} (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \right]}_{\mathbf{G}(s)} \mathbf{u}(s)$$

Unter der Voraussetzung dass die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  keinen Eigenwert bei Null besitzt, kann die Statikmatrix  $\mathbf{K}_s$  als Grenzwert der Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(s)$  für  $s \rightarrow 0$  berechnet werden:

$$\mathbf{K}_s = \lim_{s \rightarrow 0} \mathbf{G}(s) = -\mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D}$$

Es entsteht eine  $r \times m$  Matrix. Die Anzahl der Zeilen  $r$  ist durch die Anzahl der Regelgrößen vorgegeben und die Anzahl der Spalten  $m$  durch die Stellgrößen. Für das Modellierungsbeispiel aus Kapitel 5 mit dem Eingangsvektor  $\mathbf{u}$  und dem Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{FD} \\ u_{anz} \\ u_{ND} \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} P_w \\ p_{MDS} \\ p_{NDS} \end{bmatrix},$$

erhält man:

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} 1.1E + 02 & -3.6E - 15 & 1.2E + 00 \\ 3.1E - 01 & 2.7E - 01 & -3.0E - 03 \\ 1.1E - 01 & 0.0E + 00 & -5.4E - 03 \end{bmatrix}$$

Dabei sieht man die Auswirkungen der Stellgrößen  $u_{FD}$ ,  $u_{anz}$ ,  $u_{ND}$  auf die Regelgrößen  $P_w$ ,  $p_{MDS}$ ,  $p_{NDS}$ . Das Entnahmeregulventil wird in dieser Anlage nicht für die Regelung benutzt und daher auch nicht in den Kopplungsmaßen berücksichtigt.

Um die statische Kopplungsmatrix  $\bar{\mathbf{K}}_s$  zu erhalten, werden die Einträge der Statikmatrix  $k_{sij}$  quadriert und durch den größten Wert der dabei entstehenden Werte  $k_{sij,max}^2$  dividiert. Dadurch werden alle Elemente positiv und auf Eins normiert.

$$\bar{\mathbf{K}}_s = \frac{1}{k_{sij,max}^2} \begin{bmatrix} k_{s11}^2 & \cdots & k_{s1m}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{sr1}^2 & \cdots & k_{srm}^2 \end{bmatrix}$$

Für das Modellierungsbeispiel erhält man:

$$\bar{\mathbf{K}}_s = \begin{bmatrix} 1.0E+00 & 1.1E-33 & 1.3E-04 \\ 8.5E-06 & 6.8E-06 & 8.1E-10 \\ 9.9E-07 & 0.0E+00 & 2.6E-09 \end{bmatrix}$$

Man sieht, dass das Frischdampfventil den größten Einfluss auf die Leistung hat. Der MDS-Druck ist eindeutig von der Stellung des Anzapfventils abhängig und das ND-Ventil hat Einfluss auf die produzierte Leistung und nur geringen Auswirkungen auf den NDS-Druck.

### Kopplungsmatrix $\bar{\mathbf{K}}_d$

Die statische Kopplungsmatrix  $\bar{\mathbf{K}}_s$  bewertet nur die statische Verkopplung. Um auch das dynamische Verhalten zu berücksichtigen, werden nun die Gewichtsfunktionen  $g_{ij}(t)$  zur Berechnung der Elemente der Kopplungsmatrix herangezogen. Die Gewichtsfunktionen  $g_{ij}(t)$  berechnen sich folgendermaßen:

$$g_{ij}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \mathbf{c}_i^T (s \mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b}_j + d_{ij} \right\}$$

mit

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{c}_r^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{b}_m].$$

Unter der Annahme, dass das System stabil ist, können die Elemente der Kopplungsmatrix  $\bar{\mathbf{K}}_d$  aus Gleichung (6.6) ermittelt werden:

$$k_{dij} = \frac{1}{k_{sij}^2} \int_0^\infty g_{ij}^2(t) dt \quad (6.6)$$

Durch die Division durch  $k_{sij}^2$ , wird die Abhängigkeit von der statischen Verstärkung beseitigt. Die Elemente der Kopplungsmatrix  $\bar{\mathbf{K}}_d$  werden nun wieder auf das größte Element normiert:

$$\bar{\mathbf{K}}_d = \frac{1}{k_{dij,max}} \begin{bmatrix} k_{d11} & \cdots & k_{d1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{dr1} & \cdots & k_{drm} \end{bmatrix}$$

Für das Modellierungsbeispiel erhält man:

$$\bar{\mathbf{K}}_d = \begin{bmatrix} 1.2E-01 & 0.0E+00 & 1.0E+00 \\ 6.5E-04 & 7.4E-04 & 5.9E-04 \\ 1.9E-03 & 0.0E+00 & 8.2E-03 \end{bmatrix}$$

Auch hier sieht man deutlich die starke Verkopplung zwischen FD-Ventil und Wellenleistung bzw. zwischen  $u_{anz}$  und  $p_{MDS}$ . Das ND-Ventil weist nun die stärkste Verkopplung mit der produzierten Leistung auf, aber auch eine geringe Verkopplung mit dem NDS-Druck.

### Relative Verstärkungsmatrix $\mathbf{V}_R$

Ein drittes Maß für die Verkopplung stellt die relative Verstärkungsmatrix  $\mathbf{V}_R$  (*Relative Gain Array*<sup>3</sup>) dar. Sie ist durch die Gleichung

$$\mathbf{V}_R(s) = \mathbf{G}(s) \times (\mathbf{G}(s)^{-1})^T$$

definiert, wobei  $\times$  die elementweise Multiplikation der beiden Matrizen bezeichnet. Es wird hierbei vorausgesetzt, dass  $r = m$  gilt, d. h. dass die Anzahl der Stellgrößen gleich der Anzahl der Ausgangsgrößen ist. Da diese Matrix von der Frequenz abhängig ist, sind auch die relativen Verstärkungen frequenzabhängig. Die Beträge der relativen Verstärkungsmatrix des Modellierungsbeispiels, sind in Abbildung 6.8 zu sehen.

Für die Beurteilung der Kopplung ist es zweckmäßig, die statischen Werte von  $\mathbf{V}_R(s)$  bei  $s = 0$  zu betrachten:

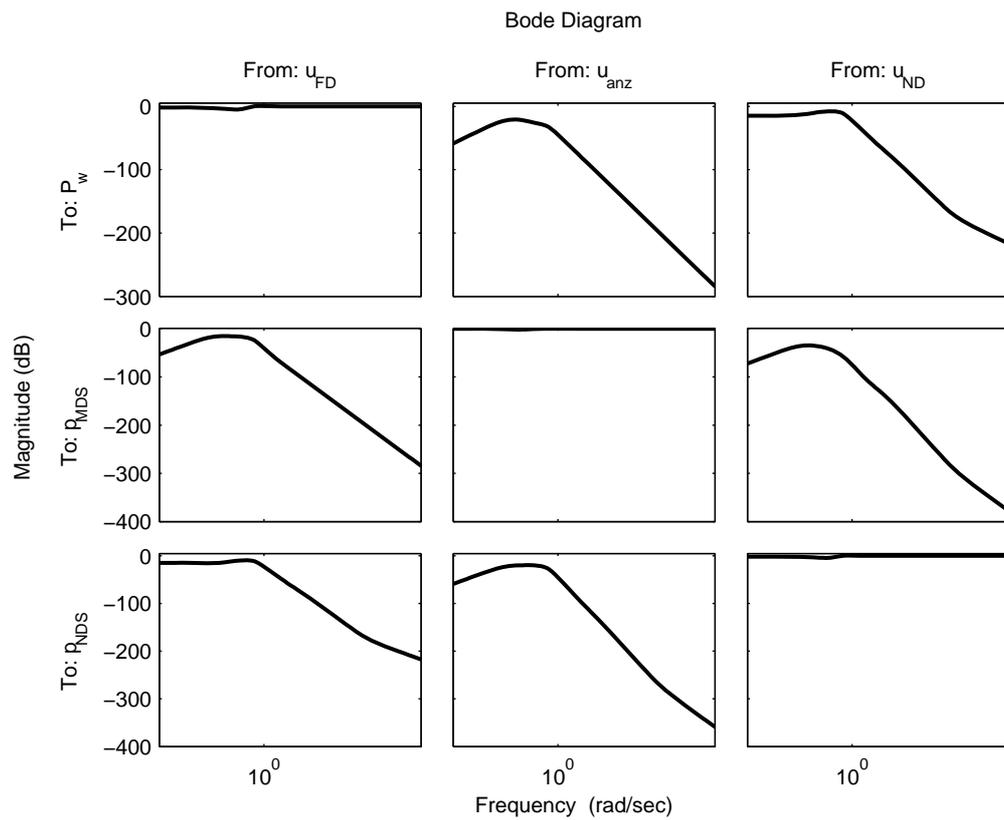
$$\mathbf{V}_R(s)|_{s=0} = \begin{bmatrix} 8.2E - 01 & 1.0E - 16 & 1.8E - 01 \\ 1.7E - 09 & 1.0E + 00 & -4.9E - 08 \\ 1.8E - 01 & -1.3E - 15 & 8.2E - 01 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Aus dem Bode-Diagramm und der Matrix (6.7) ist zu sehen, dass die Verkopplungen in der Hauptdiagonale am stärksten sind und somit die in der Anlage verwendete Regelung durchaus sinnvoll ist.

Es sei noch einmal angemerkt, dass diese Kopplungsmaße nur empirische Formeln sind und nur als Entscheidungshilfe in der Projektierungsphase dienen sollen.

---

<sup>3</sup>In der Literatur oft als RGA bezeichnet.



**Abbildung 6.8.:** Beträge der relativen Verstärkungsmatrix  $\mathbf{V}_R(s)$  des Modellierungsbeispiels

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, ein Simulationsmodell einer Dampfturbine zu erstellen, das für regelungstechnische Untersuchungen an solchen Anlagen gut geeignet ist. Um das Verhalten einer Dampfturbine zu verstehen, wurden als erstes die gesamte Dampfkraftanlage und die verschiedenen Anlagenkomponenten erläutert. Dazu gehören Möglichkeiten zur Wirkungsgradverbesserung und die grundsätzlichen Regelungsaufgaben einer solchen Anlage. Anschließend wurde auf den Aufbau und die auftretenden Verluste einer Dampfturbine näher eingegangen und die Regelungsstrategien beschrieben.

Die Modellbildung stütze sich auf physikalische Eigenschaften aus der Thermodynamik wie z. B. der *Theorie der Düsenströmung* und *Stodolas Dampfkegelgesetz*, mit denen das stationäre Verhalten der Massendurchflüsse beschrieben wurde. Das dynamische Verhalten einer Dampfturbine, wurde durch den Drallsatz und den Druckaufbau in einem Volumen nachgebildet. Mit diesen physikalischen Zusammenhängen wurden die wichtigsten Komponenten einer Dampfturbine wie Turbinenstufe, Kammern und Welle beschrieben. Auch Regeleinrichtungen wie Ventile und Regelstufen wurden implementiert. Zusätzlich wurde auch ein rudimentäres Modell des Dampferzeugers erstellt.

Alle ermittelten Modelle wurden in Teilsystemen aufgebaut und in einer MATLAB Simulink Bibliothek zusammengefasst. Dadurch besteht die Möglichkeit, die Anlagenkomponenten je nach Anlagenbauart miteinander zu verknüpfen und spezifische Parameter vorzugeben.

Um die Gültigkeit dieser Modellgleichungen zu verifizieren, wurden dem Simulationsmodell Eingangsgrößen in der Form von Messdaten aus einem Biomasse-Heizkraftwerk eingespeist und die Ausgangs- und Zustandsvariablen des Modells mit den entsprechenden Größen der realen Anlage verglichen. Es wurde festgestellt, dass die Modellierung hinreichend genau durchgeführt wurde.

Abschließend wurde das Modellierungsbeispiel auf Steifigkeit und Verkopplung untersucht. Dazu musste das nichtlineare Mehrgrößensystem um eine Ruhelage linearisiert werden. Weiters wurde eine Studie zum Turbinenwirkungsgrad bei verschiedenen Lastfällen durchgeführt.

Mit dem erstellten Simulationspaket, können in erster Linie neue Regelungsstrategien entwickelt und getestet werden. Es besteht aber auch die Möglichkeit, das Modell in einem Prozessleitsystem zu implementieren und nicht messbare oder schwer zugängliche Größen wie z. B. den Wirkungsgrad oder Temperaturen zu berechnen. Eine weitere Möglichkeit wäre, das Simulationsmodell für Schulungszwecke des Anlagenpersonals zu verwenden. Man könnte mögliche Störfälle und kritische Situationen simulieren, damit das Anlagenpersonal die nötigen Maßnahmen trainieren kann. Durch diese Arbeit stehen also eine Vielzahl von möglichen Anwendungen zur Verfügung, um den Betrieb einer Dampfturbine zu erleichtern und zu verbessern.

# A. Zusätzliche Daten zum Modellierungsbeispiel

In diesem Abschnitt findet man die Parameter, die zur Modellierung der Dampfturbine aus Kapitel 5 verwendet wurden und die Matrizen des linearisierten Modells aus Abschnitt 6.3.1.

## A.1. Daten zur Modellbildung

In Tabelle A.1 sind die Parameter der Dampfturbine und der dazugehörigen Ventile und Kammern für das Modellierungsbeispiel aus Kapitel 5 zu finden.

Baugruppe	Größe	Wert	Einheit
HD-Stufe	$\alpha$	2.00	1
	$\Delta h_{s,0}$	530.00	kJ/kg
	$\eta_i$	0.80	1
	$n_0$	12000.00	U/min
	$\dot{m}_{hd,0}$	26.84	t/h
	$p_{fd,0}$	60.00	bar
	$p_{1,0}$	9.74	bar
	$T_{fd,0}$	470.00	°C
MD-Stufe	$\alpha$	2.00	1
	$\Delta h_{s,0}$	200.00	kJ/kg
	$\eta_i$	0.88	1
	$n_0$	12000.00	U/min
	$\dot{m}_{md,0}$	22.50	t/h
	$p_{1,0}$	9.74	bar
	$p_{2,0}$	3.39	bar
	$T_{1,0}$	254.50	°C
ND-Stufe	$\alpha$	2.00	1
	$\Delta h_{s,0}$	480.00	kJ/kg
	$\eta_i$	0.80	1
	$n_0$	12000.00	U/min
	$\dot{m}_{nd,0}$	15.48	t/h
	$p_{3,0}$	3.20	bar
	$p_{ab,0}$	0.15	bar
	$T_{3,0}$	151.40	°C

Baugruppe	Größe	Wert	Einheit
Anzapf-Ventil	$\xi_T$	0.40	1
	$K_{Vs}$	265.00	$m^3/h$
	$F_p$	1.00	1
Entnahme-Ventil	$\xi_T$	0.40	1
	$K_{Vs}$	1200.00	$m^3/h$
	$F_p$	1.00	1
ND-Ventil	$A_{max} \cdot \alpha$	8.00	$m^2$
Kammer 1	$V_1$	10.00	$m^3$
	$\Gamma_1$	3.00	$bar \ m^3/kg$
	$p_{1,0}$	9.74	bar
Kammer 2	$V_2$	10.00	$m^3$
	$\Gamma_2$	2.50	$bar \ m^3/kg$
	$p_{2,0}$	3.39	bar
Kammer 3	$V_3$	10.00	$m^3$
	$\Gamma_3$	2.50	$bar \ m^3/kg$
	$p_{3,0}$	3.20	bar
MD-Schiene	$V_{mds}$	40.00	$m^3$
	$\Gamma_{mds}$	3.00	$bar \ m^3/kg$
	$p_{mds,0}$	6.60	bar
ND-Schiene	$V_{nds}$	40.00	$m^3$
	$\Gamma_{nds}$	2.50	$bar \ m^3/kg$
	$p_{nds,0}$	3.18	bar

Tabelle A.1.: Modellparameter Dampfturbine Mödling

## A.2. Das lineare Zustandsraummodell

Das linearisierte Zustandsraummodell aus Abschnitt 6.3.1:

$$\begin{aligned} \dot{(\Delta \mathbf{x})} &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{E} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{y} &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} \end{aligned}$$

mit den Vektoren definiert als

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x} &= [\Delta P_w, \Delta p_1, \Delta p_2, \Delta p_3, \Delta p_{mds}, \Delta p_{nds}]^T \\ \Delta \mathbf{u} &= [\Delta u_{fd}, \Delta u_{anz}, \Delta u_{ent}, \Delta u_{nd}]^T \\ \Delta \mathbf{d} &= [\Delta T_{fd}, \Delta p_{fd}, \Delta p_{ab}, \Delta \dot{m}_{mds}, \Delta \dot{m}_{nds}]^T \\ \Delta \mathbf{y} &= [\Delta P_w, \Delta p_{mds}, \Delta p_{nds}]^T \end{aligned}$$

wird durch folgende Matrizen beschrieben:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6.67E+0 & 7.43E+2 & -2.15E+3 & 4.41E+3 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 0.00E+0 & -2.79E-1 & 8.23E-2 & 0.00E+0 & 5.29E-2 & 0.00E+0 \\ 0.00E+0 & 1.70E-1 & -1.89E+1 & 2.84E+0 & 0.00E+0 & 1.58E+1 \\ 0.00E+0 & 9.91E-5 & 3.00E+0 & -3.17E+0 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 0.00E+0 & 1.85E-2 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & -1.32E-2 & 0.00E+0 \\ 0.00E+0 & 7.36E-5 & 3.97E+0 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & -3.96E+0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3.28E+2 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 3.63E-2 & -1.45E-2 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 0.00E+0 & 0.00E+0 & -3.64E-3 & -1.47E-2 \\ 0.00E+0 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & 1.47E-2 \\ 0.00E+0 & 3.62E-3 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 0.00E+0 & 0.00E+0 & 9.11E-4 & 0.00E+0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 2.51E+1 & 2.45E+2 & -1.98E+4 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 1.63E-4 & 1.30E-2 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ 1.61E-4 & -3.66E-4 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ -1.04E-4 & 2.37E-4 & 1.66E-2 & 0.00E+0 & 0.00E+0 \\ -6.25E-5 & 1.42E-4 & 0.00E+0 & -7.50E-2 & 0.00E+0 \\ -7.76E-5 & 1.76E-4 & 0.00E+0 & 0.00E+0 & -6.25E-2 \end{bmatrix}$$

## B. Bedienungsanleitung

Dieses Simulink Paket gibt die Möglichkeit, eine Vielzahl von Bauarten einer Dampfturbine zu modellieren und anschließend verschiedene Anlagenzustände und Verhaltensweisen zu simulieren.

Alle Modellgleichungen, die für die Modellierung einer Dampfturbine nötig sind, wurden in einzelnen Teilsystemen implementiert und in einer Simulink-Bibliothek zusammengefasst. In Abschnitt B.1 ist eine Anleitung zur Installation dieser Bibliothek zu finden. Das stationäre Verhalten einer Dampfturbine kann mit Hilfe der Massendurchflüsse durch Ventile und Turbinenstufen dargestellt werden. Diese Blöcke sind in Abschnitt B.2 erläutert. Werden die Änderungen des Druckes, Drehzahl und Leistung berücksichtigt, kann zusätzlich das dynamische Verhalten modelliert werden. Diese Blöcke werden in Abschnitt B.3 behandelt.

Die Teilsysteme wurden so aufgebaut, dass eine Anpassung an verschiedene Bauarten möglich ist. Die Einheiten der Signale sind folgendermaßen definiert:

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
$p$	Druck	bar
$\dot{m}$	Massendurchfluss	kg/s
$u$	Ventilstellung	%
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
$T$	Temperatur	°C

**Tabelle B.1.:** Signale mit Einheiten

Weiters ist das Temperatursignal ein Vektor aus der Temperatur und dem Dampfgehalt  $x$ , um den Aufbau des Blockschaltbildes zu vereinfachen. Der Index  $e$  bedeutet Eingang und  $a$  Ausgang. Ein einführendes Beispiel zur Modellierung einer Dampfturbine ist in Abschnitt B.4 zu finden.

### B.1. Installation

Alle notwendigen Dateien sind in dem Ordner *Turbine\_library* gespeichert. In diesem Verzeichnis sind somit schon alle Funktionen bereitgestellt, um ein Modellierungsprojekt zu starten.

Sinnvoller ist es jedoch, den gesamten Ordner dem MATLAB *Suchpfad* hinzuzufügen (File - Set Path oder `path.m`). Dabei wird die Simulink Bibliothek `TG_lib.mdl` im *Si-*

*mulink Library Browser* hinzugefügt. Standardmäßig ist diese Bibliothek *Technikgruppe* benannt. In der Datei `slblocks.m` kann dieser Name beliebig geändert werden.

```
1 Browser(1).Library = 'TG_lib';
2 Browser(1).Name    = ' Technikgruppe ';
3 Browser(1).IsFlat  = 0;
```

**Listing B.1:** Ausschnitt aus der Datei `slblocks.m`

Dazu ist nur `Browser(1).Name` zu ändern. Das führende Leerzeichen bewirkt, dass die Bibliothek direkt nach der Simulink Bibliothek angezeigt wird.

In dieser Bibliothek befinden sich, neben den Blöcken zur Modellierung einer Dampfturbine, noch eine Sub-Bibliothek mit einigen PID-Reglern und eine Sub-Bibliothek mit häufig verwendeten Simulink Blöcken.

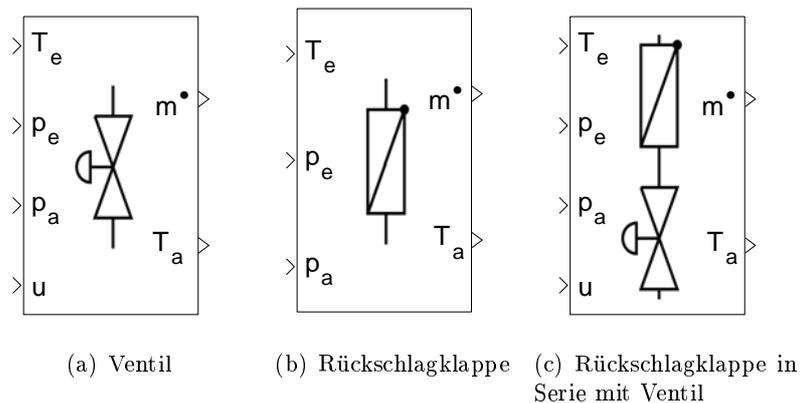
## B.2. Stationäre Vorgänge

### B.2.1. Massendurchfluss durch Ventile

Um den Durchfluss durch ein Ventil zu berechnen, wird Gleichung (B.1) angewendet:

$$\dot{m} = \begin{cases} 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{u}{100} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot Y \cdot \sqrt{\frac{p_e - p_a}{v_e}} & \text{für } \xi < F_\gamma \xi_T \\ 8.7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{u}{100} \cdot K_{Vs} \cdot F_P \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{F_\gamma \xi_T} \sqrt{\frac{p_e}{v_e}} & \text{für } \xi \geq F_\gamma \xi_T \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Die verwendeten Variablen werden in Tabelle B.2 beschrieben. Zusätzlich werden intern noch der Expansionsfaktor  $Y$ , der Normierungsfaktor des verwendeten Gases  $F_\gamma$ , das Differenzdruckverhältnis  $\xi = (p_e - p_a)/p_e$  und das spezifische Volumen des einströmenden Gases  $v_e$  berechnet. In Abbildung B.1 sind die Blöcke der verschiedenen Ventile dargestellt.



**Abbildung B.1.:** Simulink-Blöcke für verschiedene Ventile

Eingang	$[T_e, x_e]$	Eintrittstemperatur/ -dampfgehalt	[°C, 1]
	$p_e$	Eintrittsdruck	bar
	$p_a$	Austrittsdruck	bar
	$u$	Ventilstellung	%
Ausgang	$\dot{m}$	Massendurchfluss	kg/s
	$[T_a, x_a]$	Austrittstemperatur/ -dampfgehalt	[°C, 1]
Konstanten	$K_{Vs}$	Durchflusskoeffizient bei maximalem Ventilhub	m <sup>3</sup> /h
	$F_P$	Rohrleitungsgeometrie-Faktor	1
	$\xi_T$	kritisches Differenzdruckverhältnis	1

Tabelle B.2.: Parameterliste der Ventilberechnung



Abbildung B.2.: Eingabemaske Ventil

## B.2.2. Massendurchfluss durch Turbinenstufen

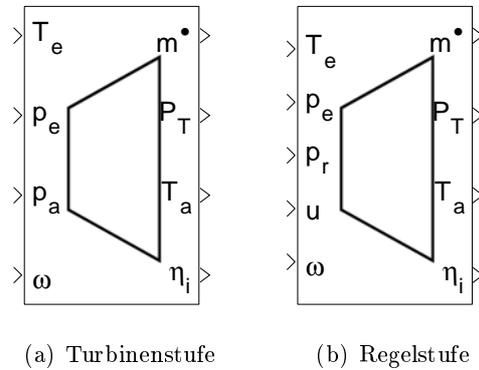


Abbildung B.3.: Simulink-Blöcke für verschiedene Stufen

Der Massendurchfluss durch eine Turbinenstufe ist durch Gleichung (B.2) gegeben. Dabei

Eingang	$[T_e, x_e]$	Eintrittstemperatur/ -dampfgehalt	$[^{\circ}\text{C}, 1]$
	$p_e$	Eintrittsdruck	bar
	$p_a$	Austrittsdruck	bar
	$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
Ausgang	$\dot{m}$	Massendurchfluss	kg/s
	$P_T$	Turbinenleistung	kW
	$[T_a, x_a]$	Austrittstemperatur/ -dampfgehalt	$[^{\circ}\text{C}, 1]$
	$\eta_i$	innerer Wirkungsgrad	1
Konstanten	$\alpha$	Wirkungsgrad-Korrekturfaktor	1
	$\Delta h_{s,0}$	Isentrope Enthalpiegefälle	kJ/kg
	$\eta_{i,0}$	Nenn-Wirkungsgrad	1
	$\omega_0$	Nenn-Winkelgeschwindigkeit	rad/s
	$\dot{m}_0$	Nenn-Durchfluss	kJ/kg
	$p_{e,0}$	Nenn-Eintrittsdruck	bar
	$p_{a,0}$	Nenn-Austrittsdruck	bar
	$T_{e,0}$	Nenn-Eintrittstemperatur (optional)	$^{\circ}\text{C}$

Tabelle B.3.: Parameterliste der Stufenberechnung

stellt der Index 0 den Auslegungszustand dar:

$$\dot{m} = \dot{m}_0 \cdot \sqrt{\frac{T_{e,0}}{p_{e,0}^2 - p_{a,0}^2}} \cdot \sqrt{\frac{p_e^2 - p_a^2}{T_e}} \quad (\text{B.2})$$

Zusätzlich wird mit Gleichung (B.3) die Turbinenleistung einer Stufe berechnet:

$$P_T = \Delta h \dot{m} \quad (\text{B.3})$$

Der Wirkungsgrad wird durch die halbempirische Formel (B.4) berechnet:

$$\eta_i = \eta_{i,0} - \alpha \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \sqrt{\frac{\Delta h_{s,0}}{\Delta h_s}} - 1 \right]^2 \quad (\text{B.4})$$

Ist die erste Stufe der Dampfturbine als Regelstufe ausgeführt (Abb. B.3(b)), wird Gleichung (B.5) benötigt:

$$\dot{m} = \dot{m}_{max} \frac{p_e}{p_{e,0}} \sqrt{\frac{T_{e,0}}{T_e}} \frac{u}{100} \quad (\text{B.5})$$

In Abbildung B.4 sind die benötigten Konstanten einer Stufe in der Eingabemaske zu sehen.

Function Block Parameters: Stufe

Turbinenstufe (mask) (link)

Durchfluss, Leistung, Austrittstemperatur und Wirkungsgrad einer Stufe.

Parameters

Wirkungsgrad-Korrekturfaktor alpha:  
2

Isentrope Enthalpiegefälle im Nennpunkt delta\_h\_s0 [kJ/kg]:  
200

Wirkungsgrad im Nennpunkt eta\_i0:  
0.90

Nenn-Winkelgeschw. w0 [rad/s]:  
200

Nenndurchfluss mp0 [kg/s]:  
6

Nenn-Eintrittsdruck p\_e0 [bar]:  
9

Nenn-Austrittsdruck p\_a0 [bar]:  
3

Stodola mit Temp.korrektur

Nenn-Eintrittstemp. T\_e0 [°C]:  
250

OK Cancel Help Apply

Abbildung B.4.: Eingabemaske Turbinenstufe

### B.2.3. Gesamtwirkungsgrad $\eta_{ges}$

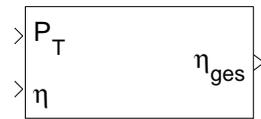


Abbildung B.5.: Simulink-Block für den Gesamtwirkungsgrad

Eingang	$P_T$	Vektor der Stufenleistungen	kW
	$\eta$	Vektor der Stufenwirkungsgrade	1
Ausgang	$\eta_{ges}$	Turbinenwirkungsgrad	1

Tabelle B.4.: Parameterliste zur Gesamtwirkungsgrad Berechnung

Besteht eine Turbine aus mehreren Stufen, so wird für jede einzelne Stufe der innere Wirkungsgrad berechnet. Um den Gesamtwirkungsgrad der Turbine zu erhalten, müssen die Stufenwirkungsgrade mit der jeweiligen Stufenleistung gewichtet werden (Glg. (B.6)):

$$\eta_{ges} = \frac{P_{ges}}{\sum_i \frac{P_i}{\eta_i}} \quad (\text{B.6})$$

In Abbildung B.6 sieht man den Aufbau des Simulink-Koppelplans.

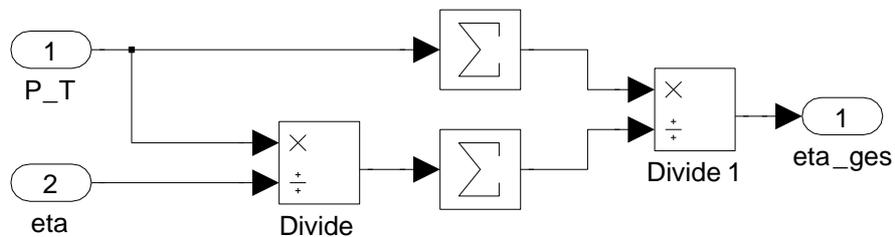


Abbildung B.6.: Simulink-Koppelplan zur Berechnung des Gesamtwirkungsgrads

## B.3. Dynamische Vorgänge

### B.3.1. Wellenleistung $P_w$



Abbildung B.7.: Simulink-Block für die Wellenleistung

Eingang	$P_T$	Turbinenleistung	kW
Ausgang	$P_w$	Wellenleistung	kW
Konstanten	$\tau_P$	Zeitkonstante	s
	$P_{w,0}$	Startwert für Integrator	kW

Tabelle B.5.: Parameterliste für die Berechnung der Wellenleistung

Möchte man die geringe Verzögerung, die bei der Umwandlung in mechanische Energie entsteht, modellieren, kann noch ein PT1-Glied mit der Zeitkonstante  $\tau_P$  eingeführt werden:

$$\dot{P}_w = \frac{1}{\tau_P} (P_T - P_w) \quad (\text{B.7})$$

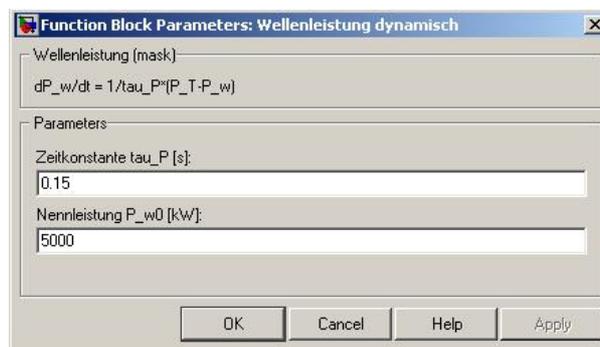
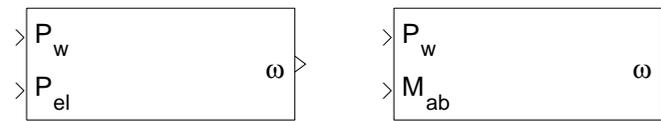


Abbildung B.8.: Eingabemaske Wellenleistung

### B.3.2. Winkelgeschwindigkeit $\omega$



(a) Winkelgeschwindigkeit  $P_w$     (b) Winkelgeschwindigkeit  $M_{ab}$

**Abbildung B.9.:** Simulink-Blöcke für die Winkelgeschwindigkeit

Eingang	$P_w$	Wellenleistung	W
	$P_{el}$	elektrische Leistung	W
	$M_{ab}$	Generatormoment	Nm
Ausgang	$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
Konstanten	$b$	Dämpfungskonstante	kg m <sup>2</sup> /s
	$\Theta$	Massenträgheitsmoment	kg m <sup>2</sup>
	$\omega_0$	Startwert für Integrator	rad/s

**Tabelle B.6.:** Parameterliste für die Winkelgeschwindigkeitsberechnung

Die Änderung der Drehzahl bzw. der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  wird über den Drallsatz beschrieben:

$$\dot{\omega} = \frac{1}{\Theta} \left( \frac{P_w - P_{el}}{\omega} - b \omega \right) \quad (\text{B.8})$$

An Stelle der elektrischen Leistung  $P_{el}$  (Abb. B.9(a)) kann auch das belastende Moment  $M_{ab}$  des Generators (Abb. B.9(b)) verwendet werden:

$$\dot{\omega} = \frac{1}{\Theta} \left( \frac{P_w}{\omega} - M_{ab} - b \omega \right)$$

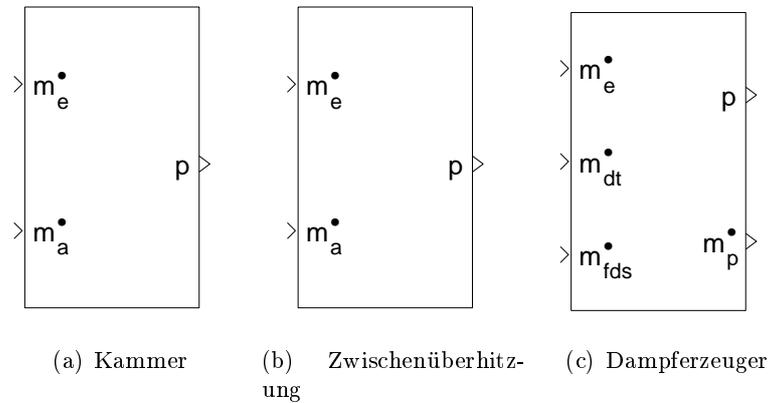
B.3.3. Druck  $p$  in einer Kammer

Abbildung B.10.: Simulink-Blöcke für verschiedene Kammern

Eingang	$\dot{m}_e$	zufließende Dampfmenge	kg/s
	$[T_e, x_e]$	Eintrittstemperatur/ -dampfgehalt	[°C, 1]
	$[T_{ZÜ}, x_{ZÜ}]$	Zwischenüberhitzer-Temperatur/ -dampfgehalt	[°C, 1]
	$\dot{m}_a$	abfließende Dampfmenge	kg/s
	$\dot{m}_{dt}$	Dampfmenge Dampfturbine (optional DE)	kg/s
	$\dot{m}_{fds}$	Dampfmenge Frischdampfschiene (optional DE)	kg/s
Ausgang	$p$	Druck	bar
	$\dot{m}_p$	produzierte Dampfmenge (optional DE)	kg/s
Konstanten	$\Gamma$	Differentialquotient $\partial p / \partial \rho$	bar m <sup>3</sup> /kg
	$V$	Volumen	m <sup>3</sup>
	$p_0$	Startwert für Integrator	bar
	$[min, max]$	Integrator-Begrenzung	bar
	'Name'	Name der Zustandsvariable	String
	$c_r$	Rohrreibungsfaktor (optional ZÜ)	1
	$\tau_{de}$	Zeitkonstante Dampferzeuger (optional DE)	s

Tabelle B.7.: Parameterliste für verschiedene Kammern

Die Druckänderung in einem finiten Volumen  $V$ , wie z. B. die Kammer zwischen einer Stufe und einem Ventil, wird mit dem Block in Abb. B.10(a) berechnet. Dazu wird Gleichung (B.9) benötigt:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\Gamma(\eta_i, p, \rho)}{V} \left( \dot{m}_e - \sum \dot{m}_a \right) \quad (\text{B.9})$$

Dabei ist  $\Gamma$  die Ableitung des Drucks  $p$  nach der Dichte  $\rho$  und kann folgendermaßen

angeschrieben werden:

$$\Gamma = \frac{\partial p}{\partial \varrho} = \eta_i \left. \frac{\partial p}{\partial \varrho} \right|_{s_o} + (1 - \eta_i) \left. \frac{\partial p}{\partial \varrho} \right|_{h_o} \quad (\text{B.10})$$

Es kann auch annähernd  $\Gamma \approx \kappa R T Z$  als konstant angenommen werden.

Eine Zwischenüberhitzung (Abb. B.10(b)) kann vereinfacht auch als solche Kammer dargestellt werden. Dazu wird  $\Gamma$  an der Stelle  $T = (T_e + T_a)/2$  berechnet. Der Dampferzeuger (Abb. B.10(c)) besteht aus der Frischdampfschiene, deren Druckänderung analog zu einer Kammer berechnet wird (Gleichung (B.11b)) und einem Verzögerungsglied (Glg. (B.11a)), das die Trägheit des Dampferzeugers beschreibt:

$$\frac{d\dot{m}_p}{dt} = \frac{1}{\tau_{de}} (\dot{m}_e - \dot{m}_p) \quad (\text{B.11a})$$

$$\dot{p} = \frac{\kappa R T_f Z}{V_{de}} \cdot (\dot{m}_p - \dot{m}_{dt} - \dot{m}_{fz}) \quad (\text{B.11b})$$

Die benötigten Konstanten sind in der Eingabemaske (Abb. B.11) zu sehen.

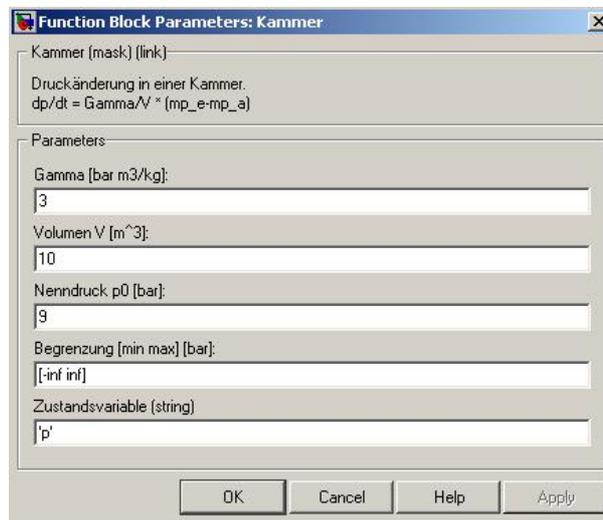


Abbildung B.11.: Eingabemaske Kammer

## B.4. Beispiel

Als Beispiel wird die Turbine aus Abbildung B.12 modelliert. Der Aufbau besteht aus einem Frischdampfventil, einer einstufigen Turbine, einem Generator und einer Kammer, mit dem Volumen  $V_1$ , die den Raum zwischen dem Ventil und der Turbinenstufe darstellt.

Der dazugehörige Koppelplan ist in Abbildung B.13 zu sehen. Er besteht aus einem Block für das FD-Ventil, der Turbinenstufe, der Kammer, einem PT1 Glied für die Wellenleistung und dem Block für die Winkelgeschwindigkeit.

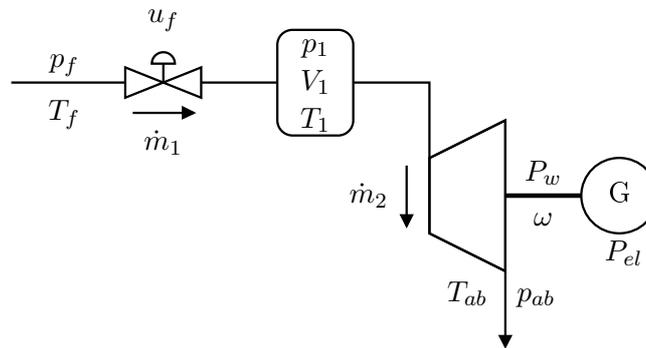


Abbildung B.12.: Strukturbild einer Beispilturbine

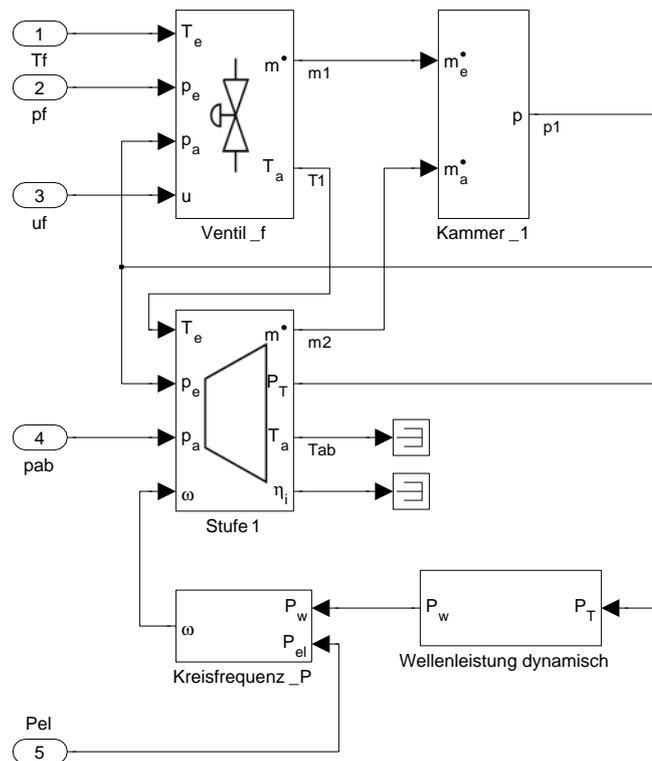


Abbildung B.13.: Simulink Koppelplan der Beispilturbine

# Abbildungsverzeichnis

2.1.	Blockschaltbild eines einfachen Dampfkraftprozesses . . . . .	3
2.2.	Clausius-Rankine-Prozess im T-s-Diagramm . . . . .	4
2.3.	Dampfkraftprozesses mit einfacher Speisewasservorwärmung . . . . .	6
2.4.	Blockschaltbild eines Dampfkraftprozesses mit einfacher ZÜ . . . . .	7
2.5.	T-s Diagramm eines Dampfkraftprozesses mit einfacher ZÜ . . . . .	7
2.6.	Regelschema eines Kondensationskraftwerks . . . . .	8
2.7.	Regelschema eines Industriekraftwerks für Prozessdampf . . . . .	9
2.8.	Modifiziertes Regelschema eines Kondensationskraftwerks . . . . .	10
3.1.	Vergleich Überdruck- und Gleichdruckstufe . . . . .	12
3.2.	Längsschnitt durch eine Turbinenstufe . . . . .	13
3.3.	Verlustbehaftete Expansion in einer Dampfturbine . . . . .	14
4.1.	Die 5 Gebiete nach IAPWS-IF97 . . . . .	21
4.2.	p-v Diagramm zur Darstellung der spezifischen Arbeit . . . . .	22
4.3.	Abhängigkeit des Massenstroms vom Druckverhältnis . . . . .	24
4.4.	$\eta_i$ in Abhängigkeit vom relativen Enthalpiegefälle . . . . .	27
4.5.	Druckänderung in einem Volumen . . . . .	27
4.6.	Vergleich von $\Gamma$ und $\kappa R T Z$ . . . . .	29
4.7.	Drallsatz an der Welle . . . . .	29
4.8.	Ventilkennlinie . . . . .	33
4.9.	Strukturbild einer Beispielturbine . . . . .	35
4.10.	Simulink Koppelplan der Beispielturbine . . . . .	36
4.11.	Flussdiagramm für die Berechnung einer Stufe . . . . .	37
5.1.	Wasser- Dampfkreislauf des BMHKW. . . . .	39
5.2.	Drehzahlrampe für den Turbinenhochlauf . . . . .	40
5.3.	Strukturbild der Dampfturbine Mödling . . . . .	43
5.4.	Messdaten 1: Stellsignale, Leistung und Durchfluss . . . . .	45
5.5.	Messdaten 1: Druck . . . . .	46
5.6.	Messdaten 2: Stellsignale, Leistung und Durchfluss . . . . .	47
5.7.	Messdaten 2: Druck . . . . .	48
6.1.	Versuch 1: Maximale elektrische Leistung . . . . .	52
6.2.	Versuch 2: Maximale Anzapfleistung . . . . .	53
6.3.	Versuch 3: Maximale Entnahmeleistung . . . . .	54
6.4.	Versuch 4: Minimale elektrische Leistung . . . . .	55

---

6.5. Versuch 5: Maximale Gesamtleistung . . . . .	56
6.6. Simulation 1 . . . . .	59
6.7. Simulation 2 . . . . .	60
6.8. Beträge der relativen Verstärkungsmatrix $\mathbf{V}_R(s)$ des Modellierungsbeispiels	65
B.1. Simulink-Blöcke für verschiedene Ventile . . . . .	71
B.2. Eingabemaske Ventil . . . . .	72
B.3. Simulink-Blöcke für verschiedene Stufen . . . . .	73
B.4. Eingabemaske Turbinenstufe . . . . .	74
B.5. Simulink-Block für den Gesamtwirkungsgrad . . . . .	75
B.6. Simulink-Koppelplan zur Berechnung des Gesamtwirkungsgrads . . . . .	75
B.7. Simulink-Block für die Wellenleistung . . . . .	76
B.8. Eingabemaske Wellenleistung . . . . .	76
B.9. Simulink-Blöcke für die Winkelgeschwindigkeit . . . . .	77
B.10. Simulink-Blöcke für verschiedene Kammern . . . . .	78
B.11. Eingabemaske Kammer . . . . .	79
B.12. Strukturbild einer Beispieldturbine . . . . .	80
B.13. Simulink Koppelplan der Beispieldturbine . . . . .	80

# Tabellenverzeichnis

A.1. Modellparameter Dampfturbine Mödling . . . . .	68
B.1. Signale mit Einheiten . . . . .	70
B.2. Parameterliste der Ventilberechnung . . . . .	72
B.3. Parameterliste der Stufenberechnung . . . . .	73
B.4. Parameterliste zur Gesamtwirkungsgrad Berechnung . . . . .	75
B.5. Parameterliste für die Berechnung der Wellenleistung . . . . .	76
B.6. Parameterliste für die Winkelgeschwindigkeitsberechnung . . . . .	77
B.7. Parameterliste für verschiedene Kammern . . . . .	78

# Literaturverzeichnis

- [1] Adamy, J.: *Nichtlineare Regelung*. Springer-Verlag, Berlin, 2009.
- [2] Bode, H.: *Matlab-Simulink*. Teubner Verlag, Wiesbaden, 2. Aufl., 2006.
- [3] Böswirth, L.: *Technische Strömungslehre*. Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden, 7. Aufl., 2007.
- [4] Dietzel, F.: *Technische Wärmelehre*. Vogel, Würzburg, 6. Aufl., 1992.
- [5] Gipsper, M.: *Systemdynamik und Simulation*. Teubner Verlag, Stuttgart, 1999.
- [6] Grote, K.H.: *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer-Verlag, Berlin, 22. Aufl., 2007.
- [7] Grote, W.: *Ein Beitrag zur modellbasierten Regelung von Entnahmedampfturbinen*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Fakultät für Maschinenbau, Mai 2009.
- [8] Klefenz, G.: *Die Regelung von Dampfkraftwerken*. B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, 3. Aufl., 1985.
- [9] Lucas, K.: *Thermodynamik*. Springer-Verlag, Berlin, 7. Aufl., 2008.
- [10] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2*. Springer-Verlag, Berlin, 6. Aufl., 2010.
- [11] Menny, K.: *Strömungsmaschinen*. Teubner Verlag, Wiesbaden, 5. Aufl., 2006.
- [12] Pfeleiderer, C.: *Strömungsmaschinen*. Springer-Verlag, Berlin, 7. Aufl., 2005.
- [13] Ray, A.: *Dynamic modelling of power plant turbines for controller design*. Appl. Math. Modelling, 4:109–112, Apr. 1980.
- [14] Stodola, A.: *Dampf- und Gasturbinen*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1986.
- [15] Strauß, K.: *Kraftwerkstechnik*. Springer-Verlag, Berlin, 5. Aufl., 2009.
- [16] Traupel, W.: *Thermische Turbomaschinen*, Bd. 2. Springer-Verlag, Berlin, 4. Aufl., 2001.
- [17] Überhuber, C.: *Matlab 7*. Springer-Verlag, Wien, 2005.
- [18] Wagner, W.: *Properties of water and steam*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.