

# Modellbildung und Regelung für eine Halbleiterverarbeitungsmaschine

## Diplomarbeit



Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik  
Technische Universität Graz

Betreuer:

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Michael Hofbauer

Vorgelegt von:

Arthur Angerer

Graz, Juni 2010



## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b> .....	<b>5</b>
1.1 Aufbau und Funktionsweise der Ätzmaschine.....	5
1.2 Alte und neue Bauweise .....	5
1.3 Überblick der zu erledigenden Arbeiten .....	6
<b>2 Modellbildung</b> .....	<b>7</b>
2.1 Ermittlung eines mathematischen Modells .....	7
2.2 Identifikation der unbekannt Parameter .....	8
2.2.1 Lösung der Bewegungsgleichung .....	9
2.2.2 Ermittlung der unbekannt Parameter .....	10
2.2.3 Ergebnisse der Parameteridentifikation .....	13
2.3 Übertragungsfunktion des mathematischen Modells.....	14
<b>3 Bestehender Regler und Validierung des ermittelten Streckenmodells</b> .....	<b>15</b>
3.1 Aufbau des Streckenmodells in MATLAB-Simulink.....	15
3.2 Aufbau, Struktur und Übertragungsfunktion des bestehenden Reglers.....	15
3.3 Validierung des ermittelten Streckenmodells .....	17
3.3.1 Versuche mit sprungförmiger Drehzahlvorgabe .....	17
3.3.2 Versuche mit trapezförmiger Drehzahlvorgabe .....	18
3.3.3 Ergebnis der Validierung .....	19
<b>4 Probleme mit dem bestehenden Regler</b> .....	<b>19</b>
4.1 Instabilität beim Betrieb ohne Chuck.....	19
4.2 Bleibende Regelabweichung in der Position .....	21
4.2.1 Nichtmodellierete coulombsche Reibung.....	21
4.2.2 „Pin-open/close Problematik“ .....	21
4.3 Schwingungen in Stell- und Regelgröße .....	22

4.4	Bleibende Regelabweichung bei Vorgabe einer konstanten Geschwindigkeit.....	23
<b>5</b>	<b>Entwurf und Erprobung verbesserter Regler.....</b>	<b>24</b>
5.1	Frequenzkennlinienverfahren .....	24
5.1.1	Reglerentwurf .....	24
5.1.2	Simulation und Erprobung .....	26
5.2	Reglerentwurf durch Koprime Faktorisierung.....	29
5.2.1	Theoretische Grundlagen .....	29
5.2.2	Forderungen an den zu entwerfenden Regler.....	31
5.2.3	Reglerentwurf .....	31
5.2.4	Simulation und Erprobung .....	35
<b>6</b>	<b>Robustheit .....</b>	<b>38</b>
6.1	Parametrisches Unsicherheitsmodell.....	38
6.1.1	Ermittlung eines parametrischen Unsicherheitsmodells .....	38
6.1.2	Berechnung der Einhüllenden.....	39
6.1.3	BODE-Diagramme und erhaltene Ergebnisse.....	43
6.2	Unstrukturiertes Unsicherheitsmodell.....	49
6.2.1	Beschreibung des multiplikativen unstrukturierten Unsicherheitsmodells.....	49
6.2.2	Ermittlung eines multiplikativen Unsicherheitsmodells .....	51
<b>7</b>	<b>Loopshaping-Handentwurf .....</b>	<b>63</b>
7.1	Theoretische Grundlagen .....	63
7.2	Vorgangsweise beim Entwurf .....	67
7.3	Vergleich und Bewertung der Ergebnisse .....	77
<b>8</b>	<b>Vergleich der Regler und Zusammenfassung der Entwurfsergebnisse .....</b>	<b>79</b>
<b>9</b>	<b>Modellbildung Erweiterung .....</b>	<b>81</b>
9.1	Korrektur mit Allpass.....	81

9.2	Anpassung des gewählten Reglers.....	85
<b>10</b>	<b>Einsatz und Erprobung.....</b>	<b>87</b>
<b>11</b>	<b>Schwingungsproblematik.....</b>	<b>91</b>
11.1	Detaillierte Beschreibung des Problems .....	93
11.2	Einfügen einer Störquelle ins Streckenmodell.....	95
11.3	Koprimer Regler mit komplexer Nullstelle .....	98
<b>12</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>107</b>
<b>13</b>	<b>Literaturangaben.....</b>	<b>108</b>

# 1 Einleitung

## 1.1 Aufbau und Funktionsweise der Ätzmaschine

Bei der Herstellung von Halbleiterbauelementen spielt das Ätzen des Halbleitermaterials (Siliziumwafer) eine wichtige Rolle. Dieser Prozessschritt dient dazu, um Bereiche oder auch ganze Schichten im Halbleitermaterial zu entfernen.

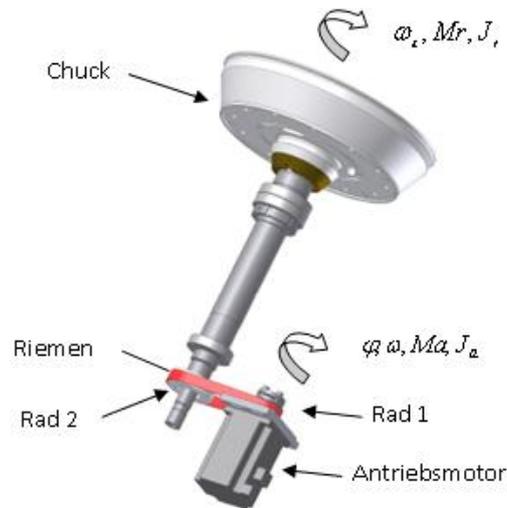
Der Kern der betrachteten Maschine zum Nassätzen von Siliziumwafern ist die Dreh- und Hubeinheit. Vereinfacht gesagt besteht diese Einheit aus einer Antriebsmaschine, die über eine Welle eine darauf sitzende Scheibe, genannt „Chuck“, antreibt. Der zu bearbeitende Siliziumwafer wird auf den Chuck aufgelegt und schwebt dort auf einem Stickstoffkissen, wodurch u. a. verhindert wird, dass Ätzflüssigkeit an die Waferunterseite gelangt. Durch „Pins“, die auf Befehl geöffnet bzw. geschlossen werden können, wird der Siliziumwafer am Chuck zentriert und es werden der Waferwechsel bei geöffneten Pins, bzw. die Fixierung des Wafers am Chuck bei geschlossenen Pins, ermöglicht. Auf den rotierenden Siliziumwafer können nun über einen Medienarm die Ätzflüssigkeit bzw. andere Medien aufgebracht werden, zusätzlich kann der Chuck vertikal bewegt werden.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde die Positionsregelung des rotierenden Chucks genauer unter die Lupe genommen. Da die vorhandene Regelung die gestellten Anforderungen, wie Stabilität auch beim Betrieb ohne Chuck oder stationäre Positionierungsgenauigkeit bei Störungseinwirkungen, nicht erfüllte, sollte ein neuer, verbesserter Regler entworfen und erprobt werden, der den Anforderungen besser genügt.

## 1.2 Alte und neue Bauweise

In der älteren Maschinengeneration erfolgte der Antrieb mittels Keilriemen, eine Gleichstrommaschine treibt über einen Keilriemen die Welle mit dem darauf sitzenden Chuck an (Abb. 1).

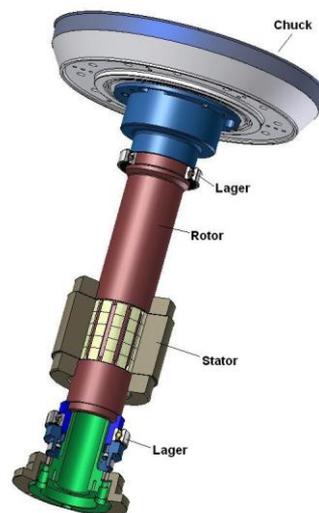
Diese Anordnung bringt allerdings große Probleme mit sich, da sich der Riemenantrieb sehr negativ auf die Sauberkeit im Reinraum auswirkt. Durch Maßnahmen, wie Verwendung anderer Keilriemen bzw. Einhaltung der richtigen Spannung, konnte der Antrieb auf ein akzeptables Maß verringert werden, womit sich Herr Dr. Staudegger in seiner Dissertation [1] unter anderem beschäftigte.



**Abb. 1: Dreh- Hubeinheit mit Riemen-Antrieb**

Da es sich bei Riemen um ein Verschleißteil handelt, war man allerdings bestrebt, ohne Riemen auszukommen, was zur neuen Bauweise mit „Built-in-Motor“ führte (Abb. 2).

Der Antrieb erfolgt nun direkt über eine auf der Welle sitzende Synchronmaschine (Built-in-Motor), der Riemen mit seinen negativen Eigenschaften entfällt. Die Diplomarbeit befasst sich mit dieser Anordnung.



**Abb. 2: Dreh- Hubeinheit mit Built-in-Motor**

### 1.3 Überblick der zu erledigenden Arbeiten

Auch für die neue Bauweise mit Built-in-Motor existiert bereits ein Regler, welcher jedoch den gestellten Anforderungen nur ungenügend entspricht. Deshalb soll ein neuer, verbesserter Regler entworfen und erprobt werden.

Dazu wird in Kapitel 2 die Modellbildung mit Bestimmung der unbekannt Parameter beschrieben, in Kapitel 3 erfolgt anschließend die Validierung des ermittelten Modells mittels Simulation in MATLAB sowie mit Versuchen an der realen Maschine und in Kapitel 4 wird auf die Probleme mit dem bestehenden Regler eingegangen. In Kapitel 5 erfolgt der Entwurf verbesserter Regler mittels Frequenzkennlinienverfahren und Koprimer Faktorisierung. Danach wird in Kapitel 6 auf die Robustheit der entworfenen Regelung eingegangen und jeweils ein parametrisches und ein unstrukturiertes Unsicherheitsmodell vorgestellt. In Kapitel 7 wird ein robuster Reglerentwurf mittels „Loopshaping-Verfahren“ vorgestellt und durchgeführt. In Kapitel 8 erfolgen Vergleich und Zusammenfassung der Entwurfsergebnisse und es wird der die Anforderungen am besten erfüllende Regler ausgewählt. In Kapitel 9 wird beschrieben, dass das in Kapitel 2 erstellte Streckenmodell für hohe Frequenzen noch einer Verbesserung bedarf und eine Modifizierung des gewählten Reglers nötig ist. In Kapitel 10 wird auf die Tests, die mit dem letztendlich ausgewählten Regler durchgeführt wurden, eingegangen und in Kapitel 11 werden die bei Versuchen am Teststand gemessenen Schwingungen an Stell- und Regelgröße und Möglichkeiten zu deren Unterdrückung diskutiert. In Kapitel 12 ist eine kurze Zusammenfassung der Arbeit zu lesen und in Kapitel 13 folgen noch die Literaturangaben.

## 2 Modellbildung

Um verbesserte Regler entwerfen zu können, wird ein hinreichend genaues Modell der Regelstrecke benötigt, das erst ermittelt werden muss.

Die Welle mit dem Chuck und dem darauf sitzenden Wafer wird direkt über eine permanenterregte Synchronmaschine angetrieben, für welche bereits eine als ideal angenommene Stromregelung existiert, die auf ein vorzugebendes Antriebsmoment  $M_A$  hin regelt. Das zu bestimmende mathematische Modell soll den Zusammenhang zwischen dem Moment am Streckeneingang, das als Stellgröße vom zu entwerfenden Regler vorgegeben wird, und der Winkelposition der Motorwelle am Ausgang (Regelgröße) beschreiben.

### 2.1 Ermittlung eines mathematischen Modells

Die Bewegungsgleichung F. 1 stellt die Grundlage für die Modellbildung dar.

$$\text{F. 1 } J_{ges} \cdot \dot{\omega} = k_u \cdot u - \underbrace{M_C \cdot \text{sgn}(\omega) + M_V \cdot \omega}_{M_R}$$

- $J_{ges}$  gesamtes Massenträgheitsmoment [Nm]  
 $k_u$  eingangsseitiger Umrechnungsfaktor [inkr]  $\rightarrow$  [Nm]  
 $k_y$  ausgangsseitiger Umrechnungsfaktor [rad/sec]  $\rightarrow$  [inkr/sec]  
 $u$  momentproportionale Eingangsgröße [inkr]  
 $M_C'$  coulombscher Reibkoeffizient  $\left[ \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} \right]$   $M_V'$  viskoser Reibkoeffizient  $\left[ \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}} \right]$   
 $\omega$  Winkelgeschwindigkeit  $\left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$   
 $M_A$  Antriebsmoment [Nm]  $M_R$  Reibmoment [Nm]

Das Antriebsmoment  $M_A$ , das durch einen unterlagerten Regler geregelt wird, wird in der Regelungssoftware an der Maschine in Inkrementen vorgegeben, wobei 10000 inkr dem Nenn Drehmoment von 9,9 Nm entsprechen. Der Umrechnungsfaktor  $k_u$  dient zur Umrechnung des Antriebsmoments von [inkr] in [Nm] und wird durch den Verstärker und die Motorkonstante bestimmt.

Dem Antriebsmoment  $M_A$  wirkt ein Reibmoment  $M_R$  entgegen. Zur Modellierung der Reibung wurden ein coulombscher Reibanteil  $M_C'$  und ein viskoser Reibanteil  $M_V'$  berücksichtigt. Das mathematische Modell liefert als Ausgangsgröße eine Winkelgeschwindigkeit mit der Einheit [rad/sec] und muss mit dem Umrechnungsfaktor  $k_y$  umgerechnet werden, um, wie am Teststand, die Ausgangsgröße in [inkr/sec] zu erhalten. Um die Winkelposition zu erhalten, ist zusätzlich noch eine Integration der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  notwendig. Das Massenträgheitsmoment  $J_{ges}$  setzt sich aus jenem des Motors mit Welle und jenem des verwendeten Chucks zusammen.

## 2.2 Identifikation der unbekannt Parameter

Um mit dem ermittelten mathematischen Modell Simulationen durchführen zu können, müssen alle Parameter bekannt sein.

Die Massenträgheitsmomente von Motor, Welle und Chuck wurden von der Firma LAM mathematisch ermittelt und als gegeben betrachtet.

Der ausgangsseitige Umrechnungsfaktor  $k_y$  ist durch den eingesetzten Inkrementalgeber bestimmt und aus dem Datenblatt bekannt:

$$F. 2 \quad 1U \hat{=} 2\pi \hat{=} 2^{18} \text{ inkr}$$

Die als näherungsweise konstant angenommenen Parameter  $k_u$ ,  $M_C'$  und  $M_V'$  sind unbekannt und wurden aus Versuchen am Teststand mit anschließender Optimierung der Modellparameter ermittelt. Dazu wurde in einem ersten Schritt die Bewegungsdifferentialgleichung für konstante Eingangsgrößen gelöst.

## 2.2.1 Lösung der Bewegungsgleichung

$$J_{ges} \cdot \dot{\omega} = k_u \cdot u - \underbrace{M_C}' \cdot \text{sgn}(\omega) - \underbrace{M_V}' \cdot \omega$$

$M_A$   $M_R$

F. 3

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_u}{J_{ges}} \cdot u - \frac{M_C'}{J_{ges}} \cdot \text{sgn}(\omega) - \frac{M_V'}{J_{ges}} \cdot \omega$$

Wird eine positive Drehrichtung vorausgesetzt, kann die Signum-Funktion weggelassen werden.

F. 4

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{M_V'}{J_{ges}} \cdot \omega + \frac{k_u}{J_{ges}} \cdot \left( u - \frac{M_C'}{k_u} \right)$$

Nun wird eine neue Eingangsgröße definiert:

F. 5

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{M_V'}{J_{ges}} \cdot \omega + \frac{k_u}{J_{ges}} \cdot \tilde{u} \quad \tilde{u} = u - \frac{M_C'}{k_u}$$

Werden noch Substitutionen durchgeführt, erhält man:

$$\frac{dx}{dt} = a \cdot x + b \cdot \tilde{u}$$

F. 6

$$a = -\frac{M_V'}{J_{ges}} \quad b = \frac{k_u}{J_{ges}} \quad \omega = x$$

Damit erhält man eine gewöhnliche, lineare Differentialgleichung 1. Ordnung, deren Lösung sofort angegeben werden kann:

F. 7

$$x(t) = e^{at} \cdot x(0) + \int_0^t e^{a(t-\tau)} \cdot b \cdot \tilde{u}(\tau) d\tau = e^{at} \cdot x(0) + e^{at} \int_0^t e^{-a\tau} \cdot b \cdot \tilde{u}(\tau) d\tau$$

Wird von einer konstanten Eingangsgröße ausgegangen, kann geschrieben werden:

$$\tilde{u}(\tau) = \tilde{u} = \text{konst.}$$

F. 8

$$x(t) = e^{at} \cdot x(0) + e^{at} \int_0^t e^{-a\tau} \cdot b \cdot \tilde{u} d\tau$$

Die Lösung lautet somit:

$$x(t) = e^{at} \cdot x(0) + e^{at} \left( -\frac{1}{a} e^{-ar} b \cdot \tilde{u} \right) \Big|_0^t$$

$$\text{F. 9 } x(t) = e^{at} \cdot x(0) + e^{at} \left( -\frac{1}{a} e^{-at} b \cdot \tilde{u} + \frac{1}{a} b \cdot \tilde{u} \right)$$

$$x(t) = e^{at} \cdot x(0) - \frac{b}{a} (1 - e^{at}) \tilde{u}$$

Rücksubstitution:

$$\text{F. 10 } \omega(t) = e^{-\frac{M_V'}{J}t} \omega(0) + \frac{k_u}{M_V'} \left( 1 - e^{-\frac{M_V'}{J}t} \right) \left( u - \frac{M_C'}{k_u} \right)$$

$$\tilde{\omega}(t) = k_y \cdot \omega(t)$$

Allgemeine Lösung:

$$\text{F. 11 } \omega(t) = e^{-\frac{M_V'}{J}(t-t_e)} \omega(t_e) + \frac{k_u}{M_V'} \left( 1 - e^{-\frac{M_V'}{J}(t-t_e)} \right) \left( u - \frac{M_C'}{k_u} \right)$$

$$\tilde{\omega}(t) = k_y \cdot \omega(t)$$

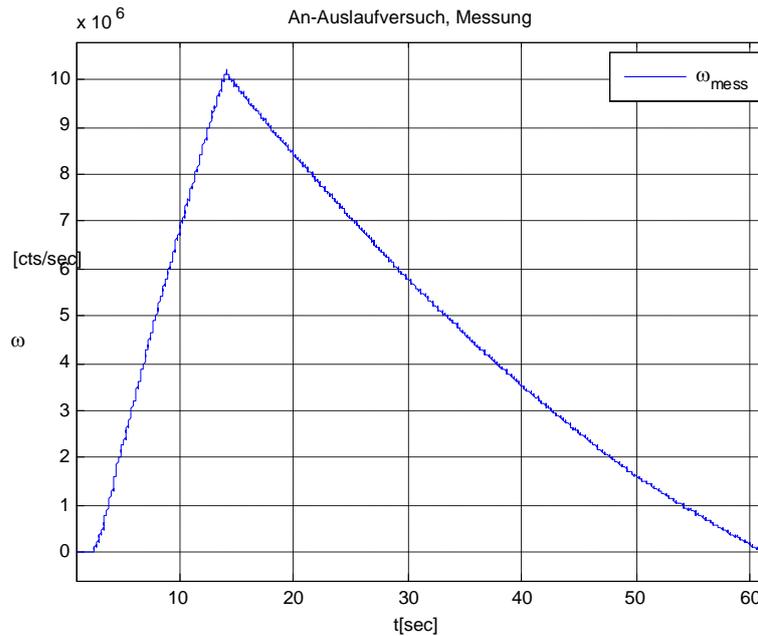
Eine weitere Vereinfachung ergibt sich beim Auslauf, hier gilt nämlich  $u=0$ :

$$\text{F. 12 } \omega(t) = e^{-\frac{M_V'}{J}(t-t_e)} \omega(t_e) + \frac{M_C'}{M_V'} \left( 1 - e^{-\frac{M_V'}{J}(t-t_e)} \right)$$

$$\tilde{\omega}(t) = k_y \cdot \omega(t)$$

## 2.2.2 Ermittlung der unbekannt Parameter

Die Parameter  $M_V'$ ,  $M_C'$  und  $k_u$  müssen experimentell ermittelt werden. Dazu wurden in einem ersten Schritt An-/Auslaufversuche (Abb. 3) jeweils mit und ohne Chuck durchgeführt und die Winkelgeschwindigkeiten in [inkr/sec] aufgezeichnet. Dabei wurde die bestehende Drehzahlregelung außer Betrieb gesetzt und der Momentenregelung der Synchronmaschine ein konstantes Antriebsmoment vorgegeben, welches etwa 10% des Nenndrehmoments entspricht. Nach Erreichen einer Drehzahl von über 8,7 Mio. inkr/sec (etwa 2000 rpm) wurde der Regler elektrisch vom Motor getrennt, um einen vom Regler unbeeinflussten Motorauslauf zu gewährleisten.



**Abb. 3: Gemessene Drehzahl bei An-/Auslaufversuch**

Die zu ermittelnden Parameter wurden dadurch bestimmt, dass die unbekannt Parameter in der Lösung der Differentialgleichung so variiert wurden, dass die Summe der quadrierten Differenzen der Drehzahlwerte, erhalten aus den aufgezeichneten Messergebnissen bzw. der gelösten Differentialgleichung, minimal wird (F. 13). Für diese Aufgabe wurde die MATLAB-Funktion „fminsearch“ verwendet.

$$F. 13 \quad e = \sum_1^N (\tilde{\omega}_{Mess}(t_i) - \tilde{\omega}(t_i))^2 \Rightarrow \min \quad N \dots \text{Anzahl der aufgezeichneten Drehzahlwerte}$$

Zuerst wurden die Parameter  $M_C'$  und  $M_V'$  mit Hilfe der für  $u=0$  vereinfachten Lösung der Differentialgleichung aus dem Auslaufversuch bestimmt (Abb. 4).

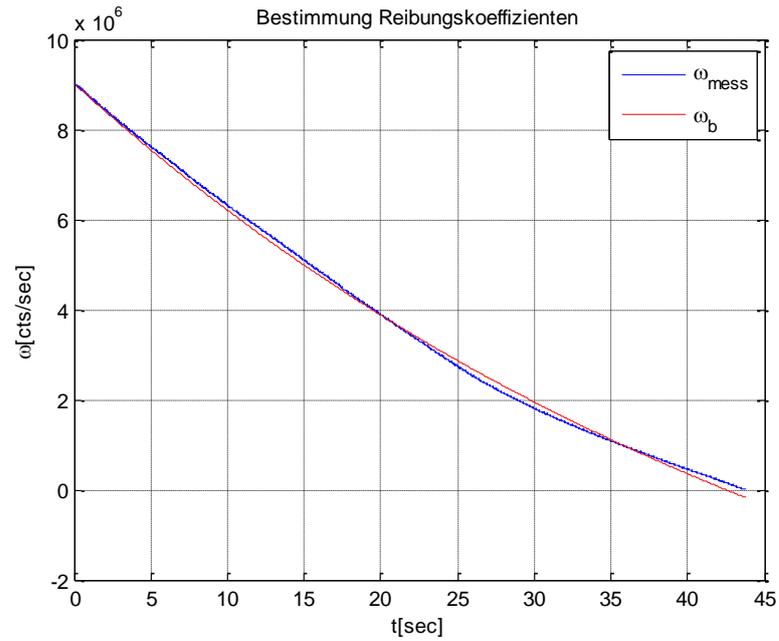


Abb. 4: Bestimmung der Reibungskoeffizienten aus dem Auslaufversuch

Danach wurde, unter Verwendung der zuvor bestimmten Reibkoeffizienten, mit Hilfe der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung für konstante Eingangsgrößen der Parameter  $k_u$  aus dem Anlaufversuch bestimmt (Abb. 5).

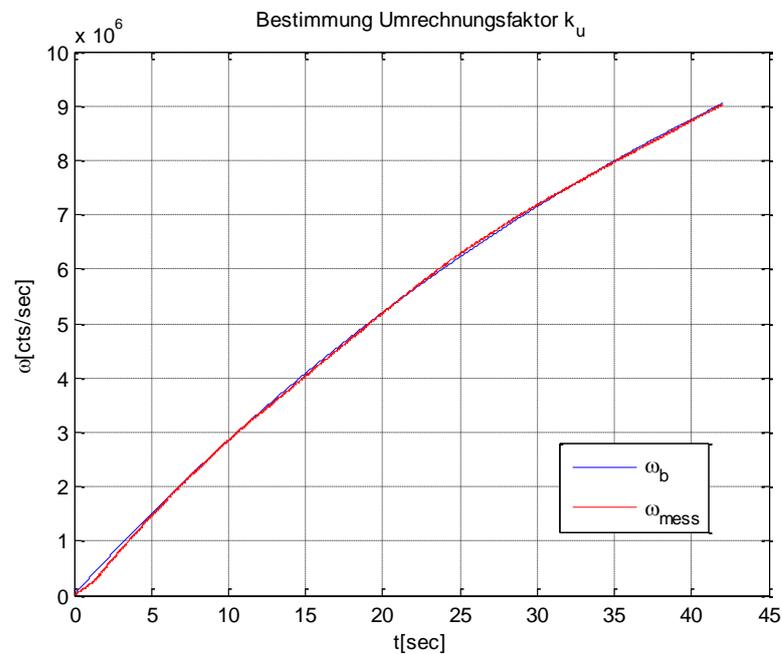


Abb. 5: Bestimmung des Faktors  $k_u$  aus dem Anlaufversuch

### Eine zweite Möglichkeit den Faktor $k_u$ zu ermitteln

Eine andere Möglichkeit den Skalierungsfaktor  $k_u$  zu bestimmen besteht darin, ihn aus dem maximalen Geschwindigkeitswert beim An-/Auslaufversuch zu ermitteln. Dazu wurde die Lösung der Differentialgleichung zuerst nach  $k_u$  aufgelöst, dabei wurde von einer Anfangsdrehzahl von  $\omega(t_e) = 0$  ausgegangen.

$$\omega(t_e) = 0$$

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{k_u k_y}{M_v} \left( 1 - e^{-\frac{M_v}{J}(t-t_e)} \right) \left( u - \frac{M_C}{k_u} \right)$$

F. 14 
$$k_u = \left( \frac{\tilde{\omega}(t)}{1 - e^{-\frac{M_v}{J}(t-t_e)}} + \frac{k_y M_C}{M_v} \right) \frac{M_v}{k_y u}$$

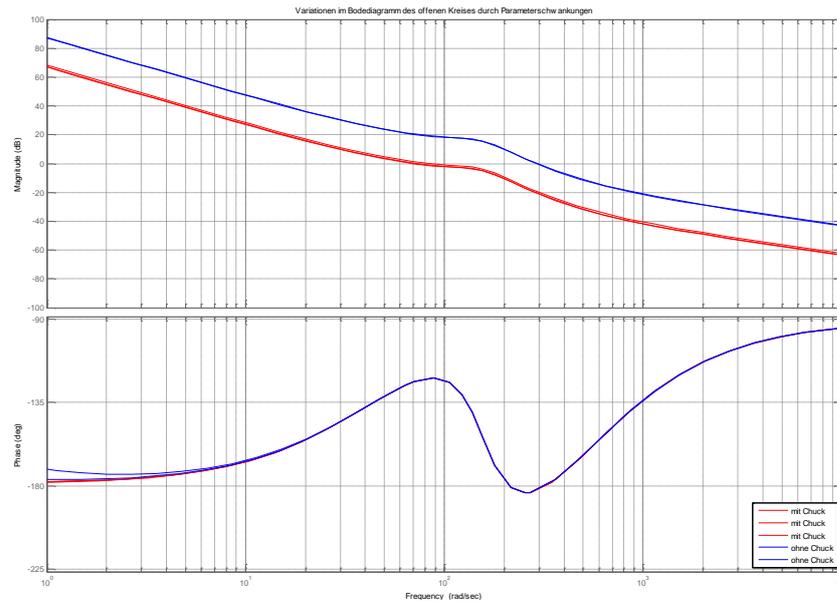
$$k_u = \left( \frac{\tilde{\omega}(t)}{\left( 1 - e^{-\frac{M_v}{J}(t-t_e)} \right) k_y} + \frac{M_C}{M_v} \right) \frac{M_v}{u}$$

### 2.2.3 Ergebnisse der Parameteridentifikation

	Maschinen- zustand	$n$ [cts]	$M_v$ ' $\left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \cdot 10^{-4} \right]$	$M_C$ ' $\left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$	$k_u$ $\left[ \frac{\text{Nm}}{\text{inkr}} \cdot 10^{-4} \right]$
mit Chuck	warm	1000	6,93	0,2683	5,35
	kalt	2000	17	0,2904	4,7
	kalt	5000	15	0,3016	4,7
ohne Chuck	warm	1000	3,33	0,2626	4,59
	kalt	2000	11	0,3388	

Tab. 1: Ergebnisse der Parameteridentifikation (Durchschnittswerte)

In Tab. 1 sind die Durchschnittswerte der ermittelten Parameter angegeben. Sie sind stark von äußeren Einflussfaktoren, wie warme/kalte Maschine, abhängig bzw. streuen auch von Maschine zu Maschine. In Abb. 6. wurden die Auswirkungen dieser Parameterunsicherheiten auf das Bode-Diagramm des offenen Kreises mit bestehendem Regler veranschaulicht. Im roten Bereich sind die Variationen im Bode-Diagramm bei Betrieb mit Chuck und im blauen Bereich jene bei Betrieb ohne Chuck enthalten. Wird der Bereich dazwischen hinzugenommen, erhält man den Unsicherheitsbereich für den Betrieb mit allen Chucks mit geringerem als dem beschriebenen und derzeit verwendeten Trägheitsmoment.


**Abb. 6:**

**Roter Bereich:** Unsicherheit bei Betrieb mit Chuck

**Blauer Bereich:** Unsicherheit bei Betrieb ohne Chuck

Man sieht, dass die Auswirkungen der Parameterunsicherheiten auf das BODE-Diagramm des offenen Kreises sehr gering sind, der Betrieb mit verschiedenen Chucks hat jedoch eine starke Veränderung im Bode-Diagramm zur Folge und wird später noch genauer untersucht.

### 2.3 Übertragungsfunktion des mathematischen Modells

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion des ermittelten mathematischen Modells der Strecke wurde eine Laplace-Transformation der Bewegungsgleichung durchgeführt. Um eine lineare Differentialgleichung zu erhalten und die Übertragungsfunktion angeben zu können, wurde die coulombsche Reibung vernachlässigt, die Anfangswerte wurden nicht berücksichtigt.

$$J_{ges} \cdot \dot{\omega} = k_u \cdot u - M_V \cdot \omega$$

$$J_{ges} \cdot \omega \cdot s + M_V \cdot \omega = k_u \cdot u$$

$$\text{F. 15 } \tilde{\omega} = k_y \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{\tilde{\omega}}{k_y}$$

$$\left( \frac{J_{ges}}{k_y} s + \frac{M_V}{k_y} \right) \tilde{\omega} = k_u \cdot u$$

$$\tilde{G}_s(s) = \frac{\tilde{\omega}}{u} = \frac{k_u}{\frac{J_{ges}}{k_y} s + \frac{M_V}{k_y}} = \frac{k_u k_y}{M_V + J_{ges} s} = \frac{k_u k_y}{J_{ges}} \frac{1}{\frac{M_V}{J_{ges}} + s}$$

Da nicht die Drehzahl, sondern die Position geregelt werden soll, muss noch ein Integrator nachgeschaltet werden, die Übertragungsfunktion besitzt somit IT1-Charakter und lautet:

$$F. 16 \quad G_s(s) = \frac{k_u k_y}{J_{ges}} \frac{1}{\left(\frac{M_V}{J_{ges}} + s\right) s}$$

### 3 Bestehender Regler und Validierung des ermittelten Streckenmodells

Nachdem das mathematische Modell nun bekannt ist, muss überprüft werden, ob es die reale Strecke genügend genau beschreibt. Dazu wurden Simulationen und Messungen am Teststand durchgeführt, wobei die Messdaten mit den Ergebnissen der Simulation verglichen wurden.

#### 3.1 Aufbau des Streckenmodells in MATLAB-Simulink

Um Simulationen durchführen zu können, wurde das ermittelte nichtlineare Streckenmodell unter Verwendung der ermittelten Parameter in MATLAB-Simulink aufgebaut (Abb. 7).

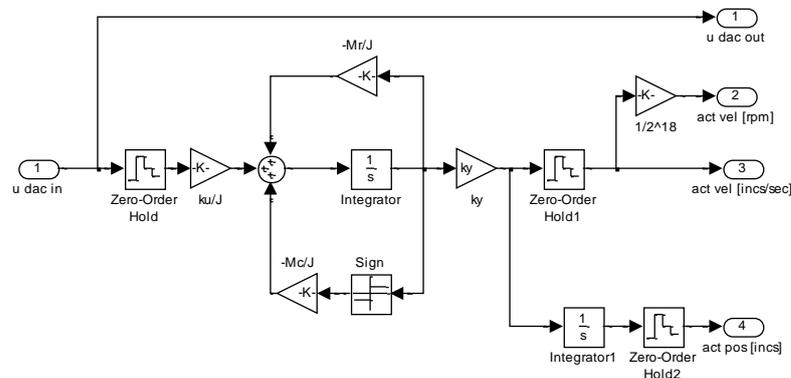


Abb. 7: Mathematisches Modell des Antriebs in MATLAB-Simulink

#### 3.2 Aufbau, Struktur und Übertragungsfunktion des bestehenden Reglers

Die von der Firma LAM eingesetzte Software bietet die Möglichkeit, einen PID-Regler zu verwenden, welchem ein digitales Post-Filter nachgeschaltet werden kann. Die Struktur des PID-Reglers ist durch die verwendete Regelungssoftware an der Maschine vorgegeben und in Abb. 8 dargestellt.

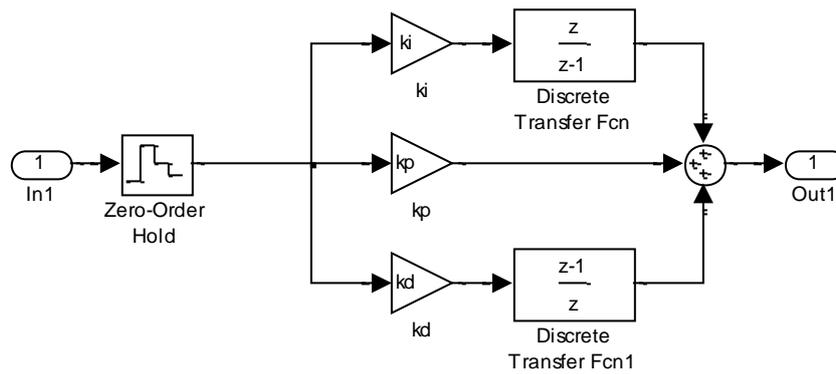


Abb. 8: Vorgegebene Struktur eines PID-Reglers

Der bestehende Regler ist ein PD-Regler, als Post-Filter wurde ein Resonator nachgeschaltet, der die Phase an der Stelle der Durchtrittsfrequenz entsprechend anheben soll.

Da die Abtastzeit hinreichend klein ist ( $T_s=1\text{ms}$ ), kann ein zeitkontinuierlicher Entwurf im Bode-Diagramm erfolgen.

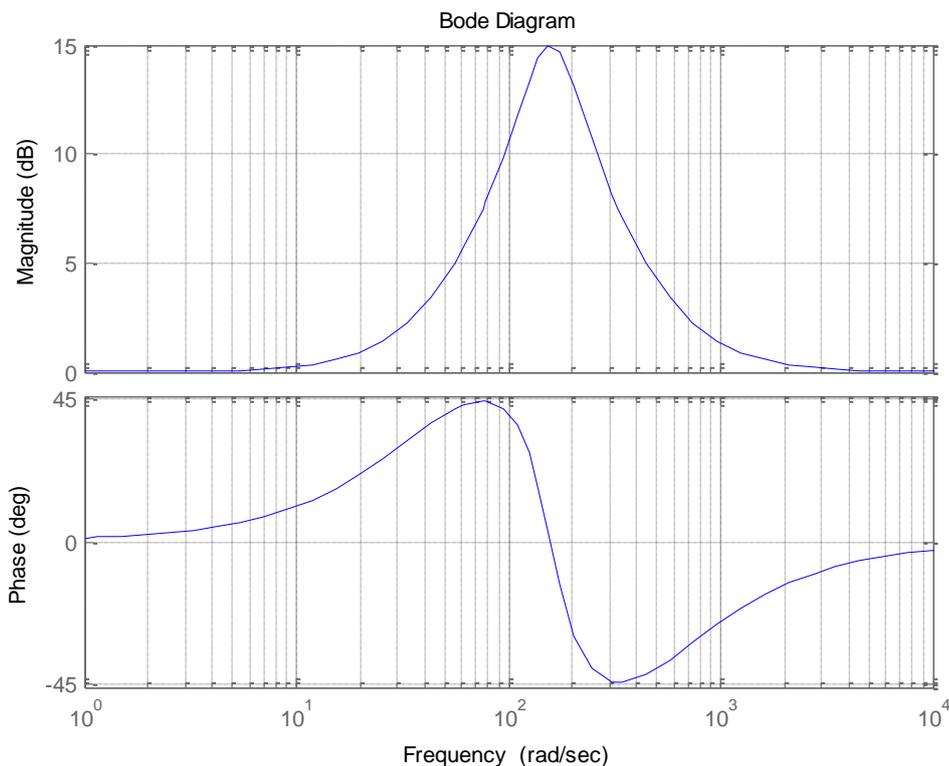


Abb. 9: Bode-Diagramm Resonator

Die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion des bestehenden PD-Reglers mit  $k_p = 10$ ,  $k_D = 30$ ,  $T_s = 10^{-3}$  ist in F. 17 angegeben.

$$\text{F. 17 } R(s) = \frac{\tilde{u}(s)}{e(s)} = 10 + 0,03s$$

Der Resonator wurde so ausgelegt, dass der Betragsfrequenzgang bei der Frequenz von 157 rad/sec eine maximale Verstärkung von 15 dB besitzt und die Bandbreite 251 rad/sec beträgt (vgl. Abb. 9). Die Übertragungsfunktion des Resonators lautet:

$$\text{F. 18 } G_{\text{Res}}(s) = \frac{u(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{s^2 + 599,7s + 24780}{s^2 + 106,6s + 24780}$$

### 3.3 Validierung des ermittelten Streckenmodells

Für Testzwecke wurden weitere An-/Auslaufversuche mit verschiedenen Drehzahlmaxima am Teststand aufgenommen und mit den Simulationsergebnissen verglichen.

Weiters wurden Versuche beim Betrieb der Strecke mit dem derzeit von der Firma LAM implementierten Regler durchgeführt und mit der Simulation verglichen.

#### 3.3.1 Versuche mit sprungförmiger Drehzahlvorgabe

Als Führungsgröße wurden, unter Verwendung des bestehenden Reglers, Drehzahlsprünge aus dem Stillstand auf verschiedene Endwerte vorgegeben und die erhaltenen Verläufe aus Simulation und Messung verglichen. Zu beachten war, dass aufgrund der hohen Anstiegsgeschwindigkeit schnell die Stellgrößenbegrenzung erreicht wird.

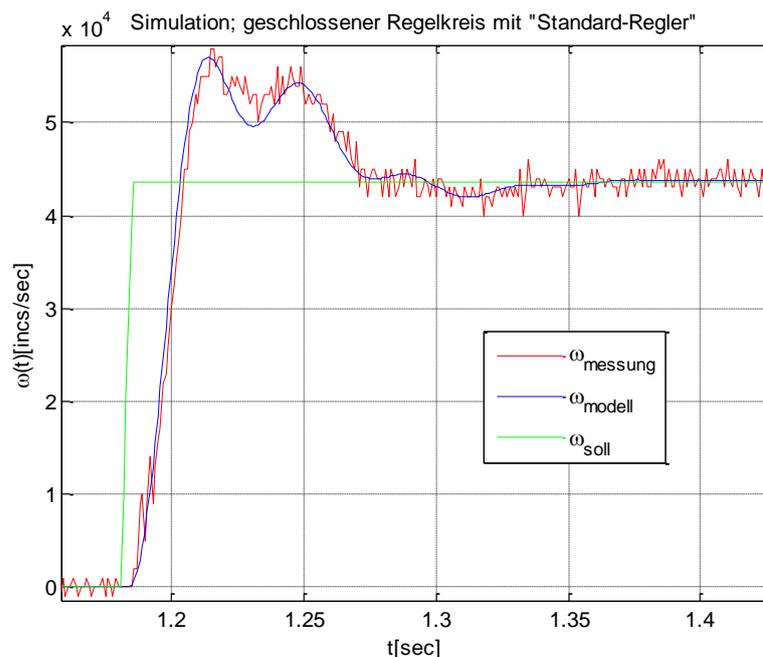


Abb. 10: Drehzahlsprung auf 10 rpm

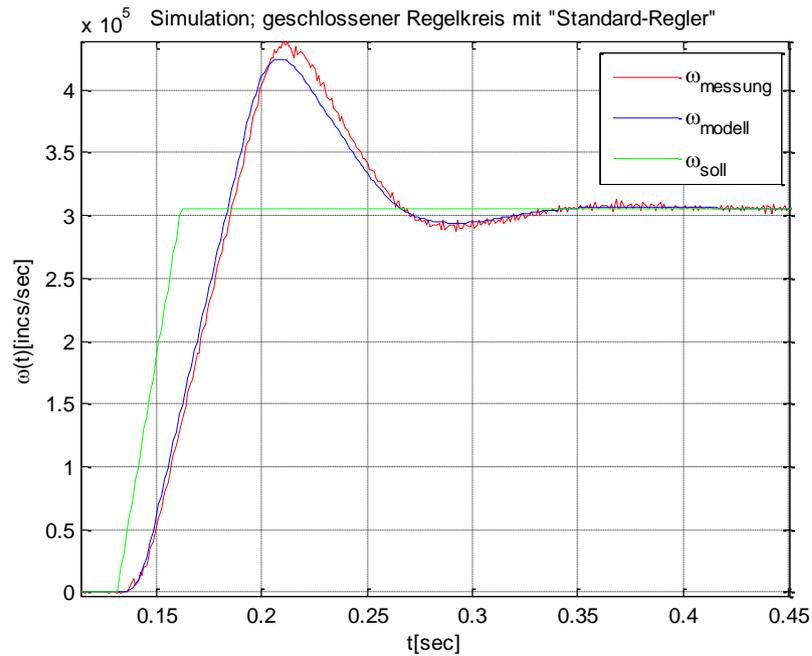


Abb. 11: Drehzahl sprung auf 70 rpm, Stellgrößenbegrenzung aktiv

### 3.3.2 Versuche mit trapezförmiger Drehzahlvorgabe

Trapezförmige Drehzahlprofile sind von besonderer Wichtigkeit, da sie dem Betriebsfall entsprechen. Es wurden, unter Verwendung des bestehenden Reglers, Versuche mit verschiedenen Drehzahlendwerten und Steigungen am Teststand durchgeführt und mit den Simulationsergebnissen verglichen.

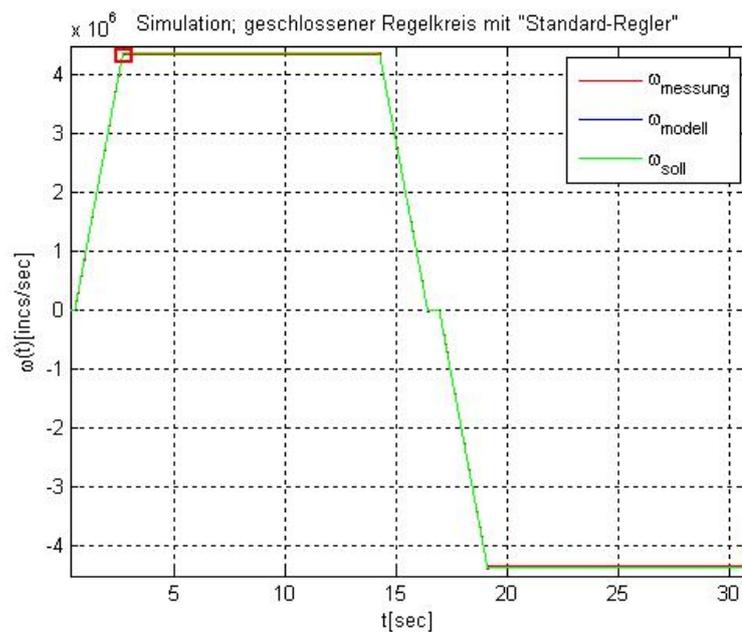


Abb. 12: Trapezförmige Drehzahlprofilvorgabe, Steigung 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup>

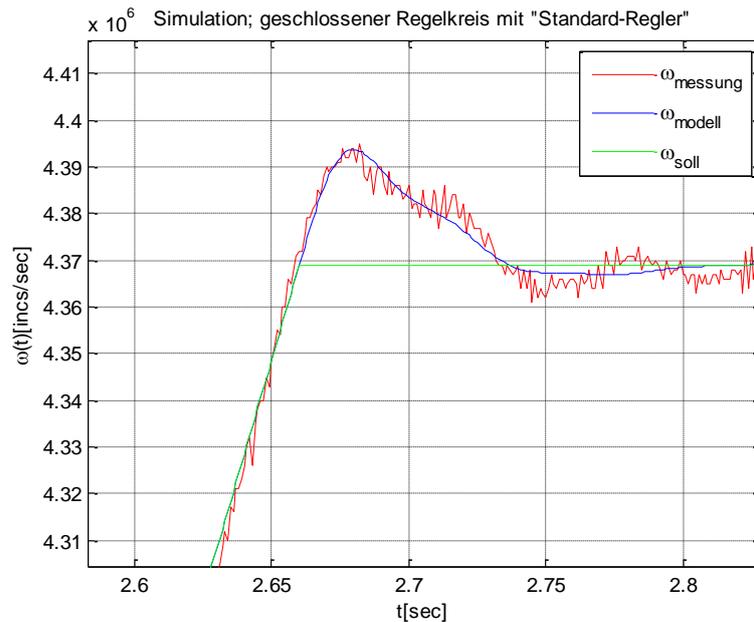


Abb. 13: Trapezförmige Drehzahlprofilvorgabe, Ausschnitt, Steigung 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup>

### 3.3.3 Ergebnis der Validierung

Als Ergebnis der Validierung ist festzustellen, dass das ermittelte mathematische Modell die Regelstrecke ausreichend genau beschreibt und auf dieser Grundlage ein Reglerentwurf durchgeführt werden kann.

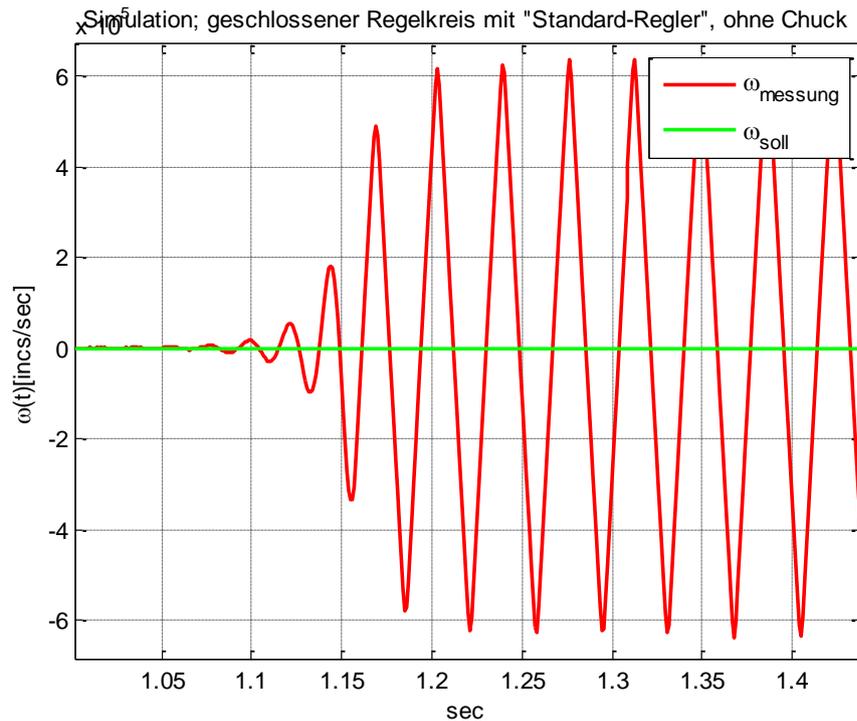
## 4 Probleme mit dem bestehenden Regler

Der Betrieb der Dreh- und Hubeinheit mit dem bestehenden PD-Regler mit Resonator bringt einige unerwünschte Eigenschaften mit sich, die in diesem Kapitel beschrieben werden sollen. Ein neuer zu entwerfender Regler soll diesbezüglich Verbesserungen bringen.

### 4.1 Instabilität beim Betrieb ohne Chuck

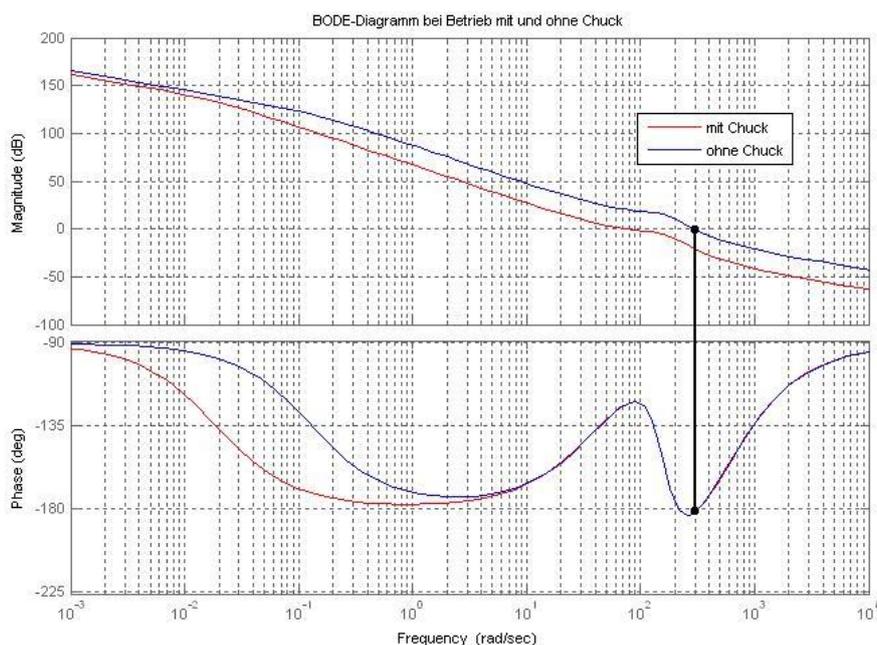
Eine Forderung an den Regler besteht darin, dass es möglich sein soll, den Chuck im Betrieb zu wechseln. Wird während der in Betrieb befindlichen bestehenden Regelung der Chuck abgenommen, so ergibt sich eine aufklingende Schwingung der Motordrehzahl und der Regelkreis ist nicht mehr stabil.

In einem Versuch wurde dem Regler vorgegeben, die Position zu halten bzw. die Geschwindigkeit soll Null sein. In Abb. 14 ist die gemessene, aufklingende Drehzahlschwingung am Ausgang der Regelstrecke zu sehen.



**Abb. 14: Aufklingende Drehzahlschwingung beim Betrieb des Regelkreises mit bestehendem Regler und ohne Chuck**

Der Grund für dieses Verhalten ist leicht aus dem BODE-Diagramm ersichtlich. Man sieht, dass sich bei Betrieb ohne Chuck eine Verschiebung der Betragskennlinie nach oben ergibt, dadurch die Phase an der Stelle der Durchtrittsfrequenz bei unter  $-180^\circ$  liegt und der Regelkreis daher instabil ist.



**Abb. 15: BODE-Diagramm des offenen Kreises beim Betrieb mit bestehendem Regler mit/ohne Chuck**

## 4.2 Bleibende Regelabweichung in der Position

### 4.2.1 Nichtmodellierete coulombsche Reibung

Bei der Berechnung der Übertragungsfunktion der Regelstrecke blieb die coulombsche Reibung aufgrund ihrer Nichtlinearität unberücksichtigt. Sie kann nun als Störgröße am Streckeneingang aufgefasst werden und bewirkt eine bleibende Regelabweichung in der Position.

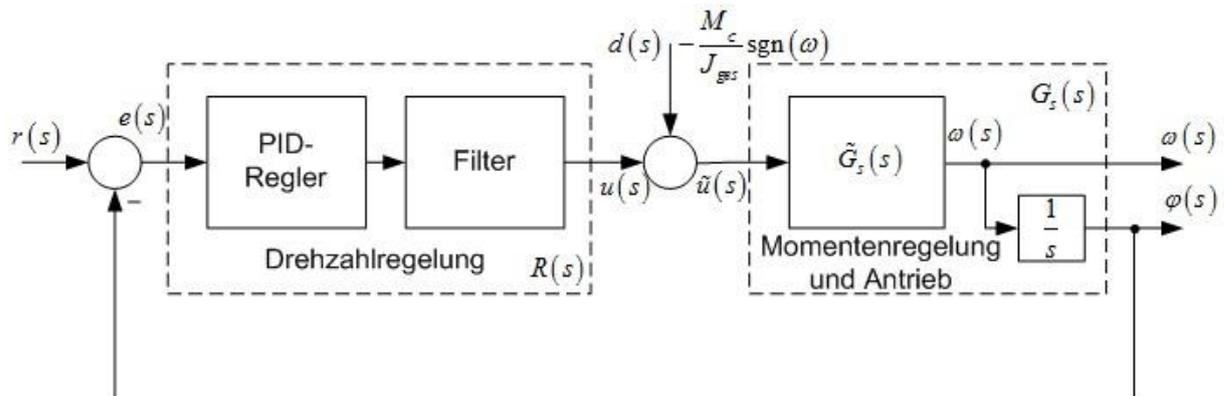


Abb. 16: Die nichtmodellierete coulombsche Reibung wirkt als Störung am Streckeneingang

### 4.2.2 „Pin-open/close Problematik“

Auch wenn die Chuck-Pins geöffnet bzw. geschlossen werden, tritt ein konstantes Störmoment am Streckeneingang auf. Bei diesem Vorgang wird nämlich im Chuckinneren ein Bolzen ausgefahren und anschließend der Chuck um einen bestimmten Winkel gedreht, wodurch es zu einer Verdrehung eines mit Federn zurückgespannten Zahnkranzes kommt, was eine Drehung der Chuckpins in die „Open-Position“ bewirkt. Wird der Chuck wieder in die Ausgangsposition zurückgedreht, so werden die Pins durch die Federkraft wieder geschlossen.

Sollen die Pins geöffnet werden, so muss zuerst eine bestimmte Sollposition des Chucks angefahren werden, in welcher der Bolzen ausgefahren werden kann und anschließend erfolgt eine Drehung des Chucks um einen bestimmten Winkel, um die Pins zu öffnen. Damit die vorgegebenen Sollpositionen auch tatsächlich erreicht werden, muss die Regelung konstante Störmomente am Streckeneingang, z.B. ein Federmoment, ausregeln.

Um aber eine bleibende Regelabweichung am Streckenausgang durch die Störung am Eingang zu verhindern, muss die Strecke eine Nullstelle bei Null, oder der Regler eine Polstelle bei Null aufweisen (vgl. F. 19). Bei bestehender Strecke müsste der Regler also integrierendes Verhalten besitzen.

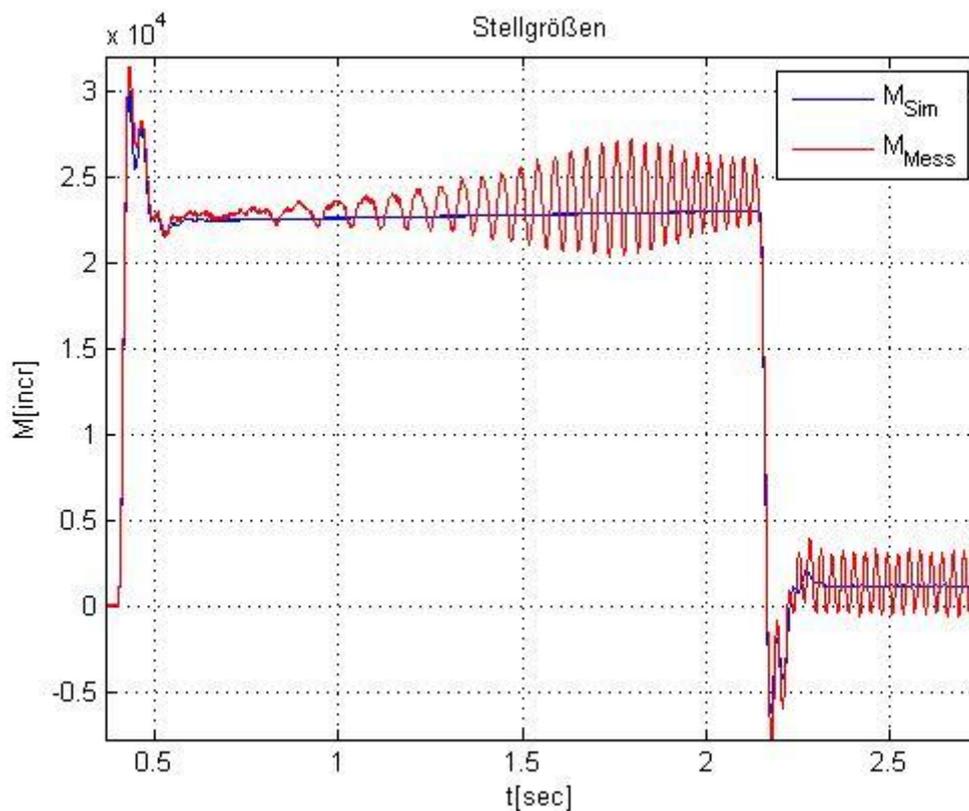
$$S_d(s) = \frac{\varphi(s)}{d(s)} = \frac{G_s(s)}{1 + G_s(s)R(s)} \quad G_s(s) = \frac{\mu(s)}{v(s)} \quad R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$$

$$\text{F. 19 } S_d(s) = \frac{\varphi(s)}{d(s)} = \frac{\frac{\mu(s)}{v(s)}}{1 + \frac{\mu(s)b(s)}{v(s)a(s)}} = \frac{a(s)\mu(s)}{a(s)v(s) + b(s)\mu(s)}$$

$$\varphi_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \varphi(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot S_d(s) \longrightarrow S_d(0) \stackrel{!}{=} 0$$

### 4.3 Schwingungen in Stell- und Regelgröße

Aus den Messungen am Teststand ist ersichtlich, dass in der Realität Schwingungen in Stell- und Regelgröße auftreten, die in der Simulation nicht zu erkennen sind. Die Amplitude dieser Schwingungen nimmt im Allgemeinen mit steigender Drehzahl zu und die Frequenz ist der aktuellen Drehzahl der Maschine proportional.



**Abb. 17: Stellgrößenschwingungen bei trapezförmiger Drehzahlvorgabe mit einer Enddrehzahl von 2000 rpm**

Wird eine konstante Solldrehzahl von 2000 rpm vorgegeben, so schwingt die Stellgröße um etwa  $\pm 1900$  inkr um den Mittelwert, die Drehzahl am Ausgang bewegt sich um etwa  $\pm 8000$

in $\text{kr}/\text{sec}$  um den Mittelwert, was einer Schwankung der Drehzahl von  $\pm 1,83 \text{ rpm}$  um den Mittelwert von  $2000 \text{ rpm}$  entspricht.

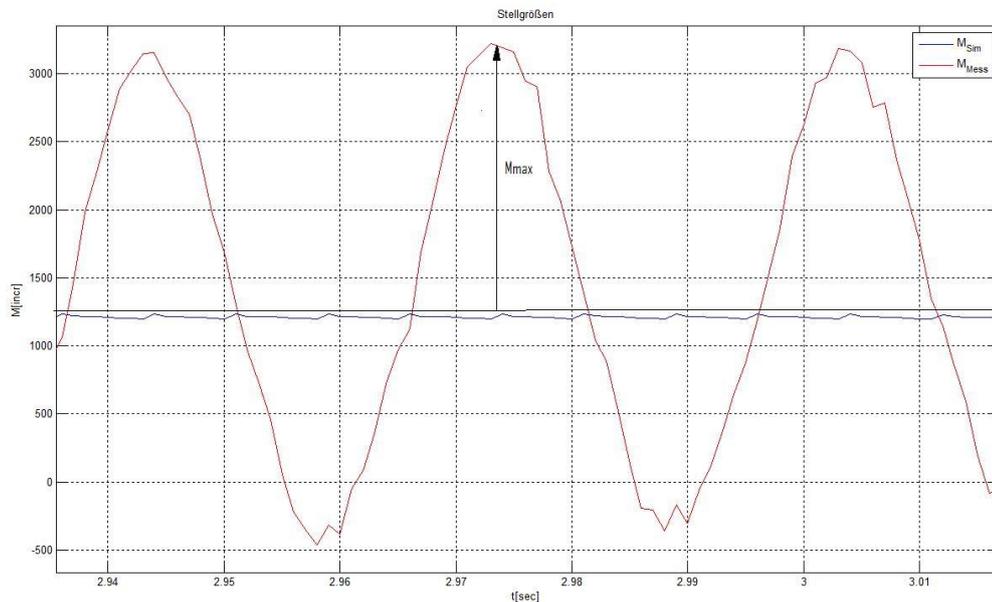


Abb. 18: Stellgrößenschwingungen bei einer konstanten Drehzahl von  $2000 \text{ rpm}$

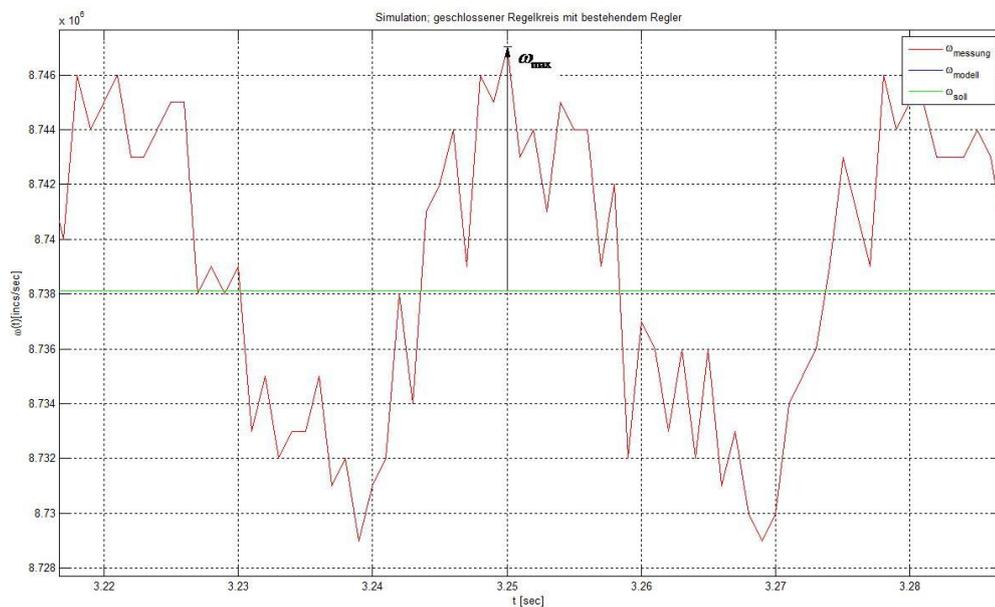


Abb. 19: Drehzahlschwingungen bei einer konstanten Drehzahl von  $2000 \text{ rpm}$

#### 4.4 Bleibende Regelabweichung bei Vorgabe einer konstanten Geschwindigkeit

Wird eine konstante Geschwindigkeit, d. h. eine rampenförmige Positionsänderung vorgegeben, ist eine bleibende Regelabweichung in der Position gegeben. Abhilfe würde auch hier ein integrierender Regler schaffen.

## 5 Entwurf und Erprobung verbesserter Regler

Es sollen nun mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens [2] bzw. des koprinen Reglerentwurfs [2,3] gegenüber dem bestehenden Regler verbesserte Regler entworfen werden, die die in Kapitel 4 beschriebenen Schwachstellen so gut wie möglich beheben sollen.

### 5.1 Frequenzkennlinienverfahren

Bei der bestehenden Regelung stellt der zur Phasenhebung verwendete Resonator beim Betrieb ohne Chuck ein Problem dar. Es kommt nämlich im BODE-Diagramm des offenen Kreises für Frequenzen oberhalb des im Bereich der Durchtrittsfrequenz auftretenden Phasenmaximums zu einem starken Abfall der Phase. Beim Betrieb ohne Chuck ergibt sich durch die Verschiebung der Durchtrittsfrequenz hin zu höheren Frequenzen daher eine negative Phasenreserve. Durch Verwendung eines „Lead-Glieds“ zur Phasenhebung, anstelle des Resonators, soll die Phase weniger steil abfallen und die Stabilität des Regelkreises auch bei Betrieb ohne Chuck sichergestellt werden.

#### 5.1.1 Reglerentwurf

Ziel war es, ein möglichst ähnliches Verhalten des Regelkreises wie beim bestehenden Regler zu erhalten und dazu wurden folgende Vorgaben für den Reglerentwurf gemacht:

$$\text{F. 20} \quad \begin{aligned} \omega_C &= 72,4 \text{ rad/sec} \\ \phi_R &= 47,4^\circ \end{aligned}$$

Das BODE-Diagramm der Strecke ist in Abb. 20 dargestellt. Man sieht, dass die Phase mittels eines Lead-Glieds bei der Frequenz von 72,4 rad/sec um 47,4° angehoben werden muss. Die Berechnung erfolgt folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_0 &= 47,4^\circ \quad \omega_0 = 72,4 \text{ rad/sec} \\ m &= \frac{1 + \sin \Delta\varphi_0}{1 - \sin \Delta\varphi_0} = 6,58 \\ \text{F. 21} \quad \omega_Z &= \frac{\omega_0}{\sqrt{m}} = 28,2 \text{ rad/sec} \quad \omega_N = \omega_0 \sqrt{m} = 185,7 \text{ rad/sec} \end{aligned}$$

$$R_{\text{Lead}} = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} = \frac{1 + \frac{s}{28,2}}{1 + \frac{s}{185,7}}$$

Der offene Kreis, bestehend aus der Strecke und dem entworfenen Lead-Glied, ist in Abb. 21 dargestellt.

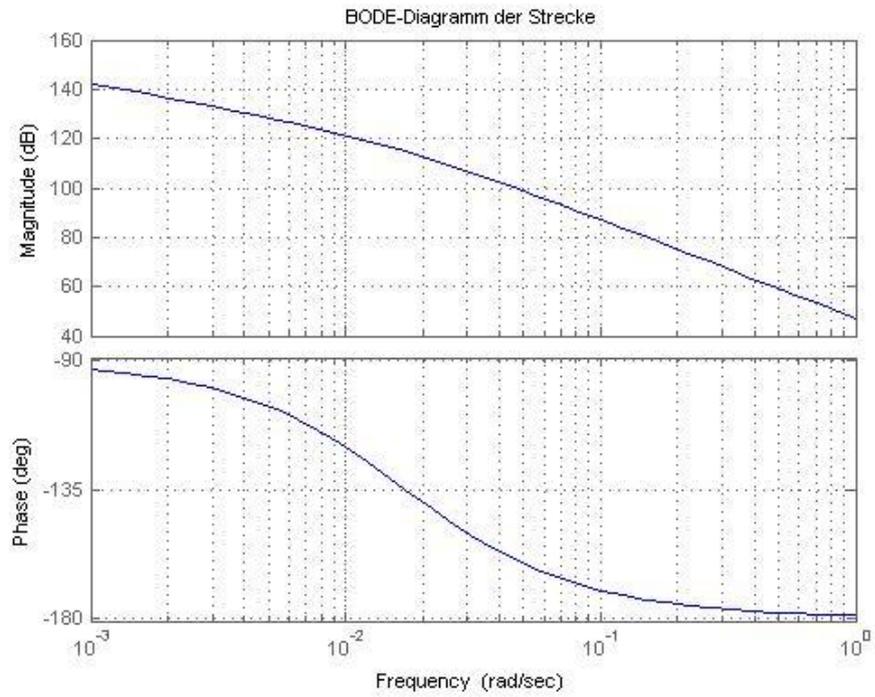


Abb. 20: Bode Diagramm der Strecke

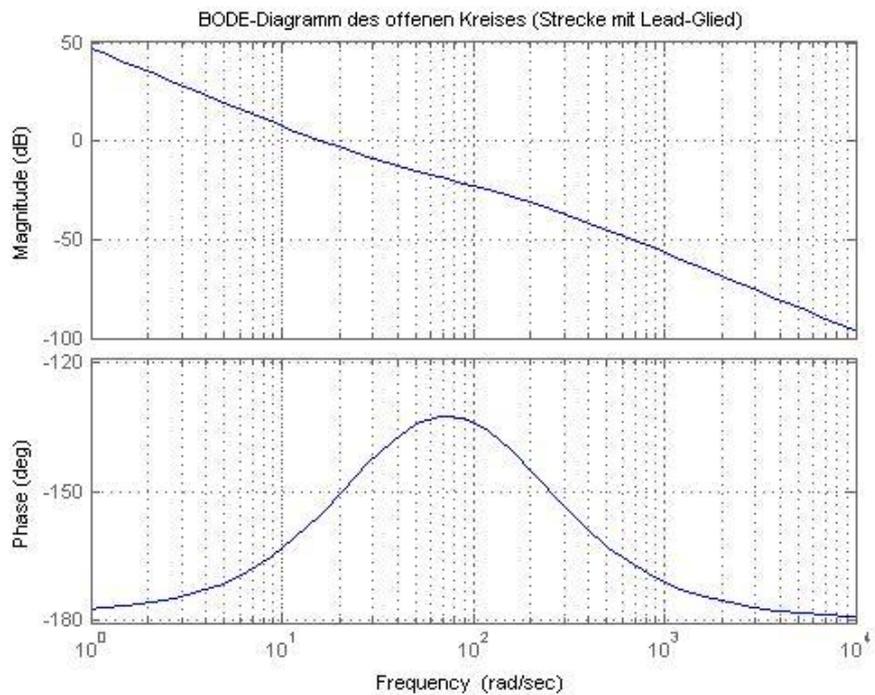


Abb. 21: Bode Diagramm des offenen Kreises bestehend aus Strecke und Lead-Glied

Mit Hilfe eines Proportionalfaktors  $K$  muss noch die Betragskennlinie derart verschoben werden, dass die Durchtrittsfrequenz  $72,4 \text{ rad/sec}$  beträgt. Es ergibt sich:

$$K = 8,96$$

$$\text{F. 22} \quad R = 8,96 \frac{1 + \frac{s}{28,2}}{1 + \frac{s}{185,7}}$$

In Abb. 22 ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises beim Einsatz des im FKL-Verfahren entworfenen P-Reglers mit Lead-Glied dargestellt.

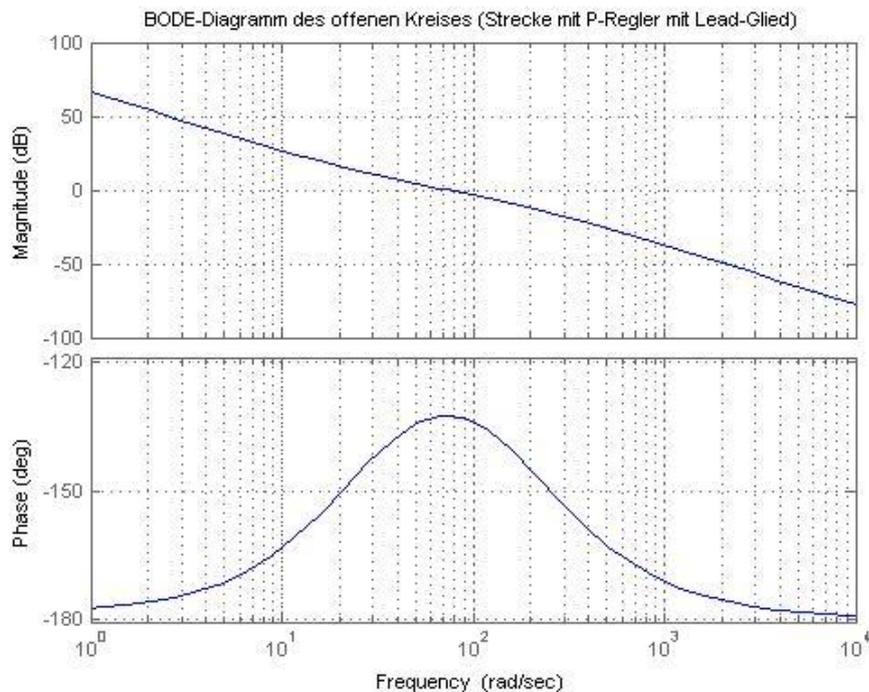


Abb. 22: Bode Diagramm des offenen Kreise bestehend aus Strecke und P-Regler mit Lead-Glied

### 5.1.2 Simulation und Erprobung

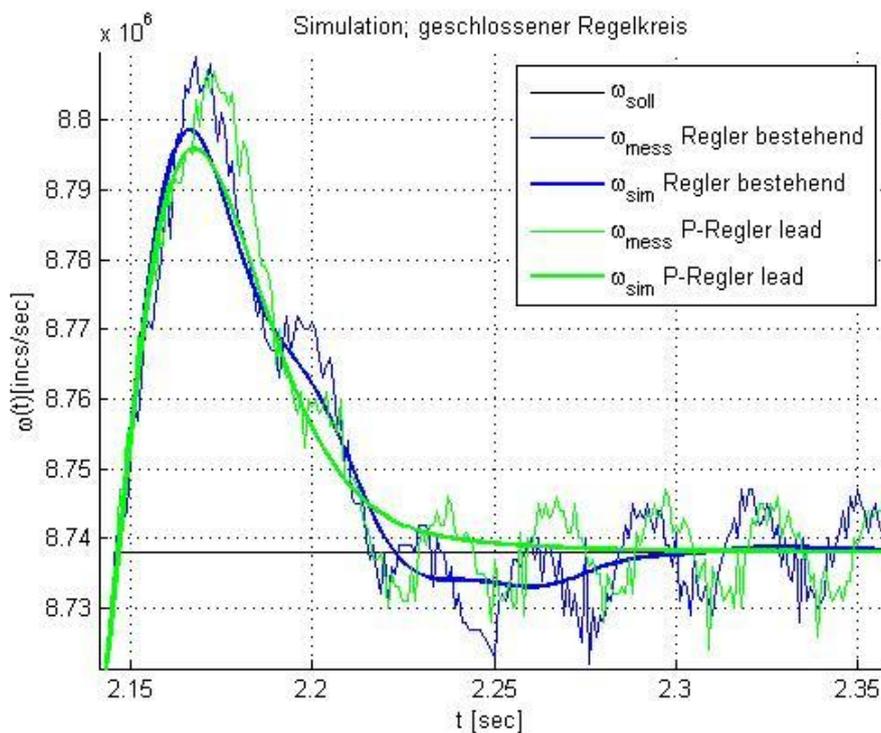
Mit dem entworfenen P-Regler mit Lead-Glied wurden zuerst Simulationen in MATLAB-Simulink durchgeführt, anschließend fanden auch Versuche am Teststand statt.

Im Folgenden ist ein Versuch dargestellt, bei dem ein trapezförmiges Drehzahlprofil mit einer Enddrehzahl von  $2000 \text{ rpm}$  und einer Steigung von  $5 \text{ Mio. inkr/sec}^2$  vorgegeben wurde und die tatsächliche Drehzahl sowie der Verlauf der Stellgröße aufgezeichnet wurden. Zusätzlich sind die Ergebnisse aus der Simulation eingezeichnet.

Man kann in Abb. 23 sehen, dass der entworfene P-Regler mit Lead-Glied sehr ähnliches Verhalten wie der bestehende Regler zeigt, die Soll-drehzahl wird sogar etwas schneller als bei Verwendung des bestehenden Reglers erreicht.

Die Schwingungen in der Stellgröße und dadurch auch in der Regelgröße treten beim P-Regler mit Lead-Glied genauso auf, wenn auch mit einer etwas geringeren Amplitude, wie es in Abb. 24 zu sehen ist. Da es sich um keinen integrierenden Regler handelt, ist eine bleibende Regelabweichung in der Position beim Auftreten von Störungen am Streckeneingang, bzw. bei Vorgabe einer konstanten Geschwindigkeit zu erwarten.

Der eigentliche Vorteil des P-Reglers mit Lead-Glied im Vergleich zum bestehenden Regler besteht allerdings darin, dass der offene Regelkreis auch beim Betrieb ohne Chuck laut BODE-Diagramm, dargestellt in Abb. 25, noch eine Phasenreserve von  $24^\circ$  besitzt und somit der geschlossene Regelkreis stabil bleibt.



**Abb. 23: Vergleich der Drehzahlverläufe bei trapezförmiger Drehzahlprofilvorgabe (Ausschnitt) von bestehendem Regler und P-Regler mit Lead-Glied aus Messung und Simulation**

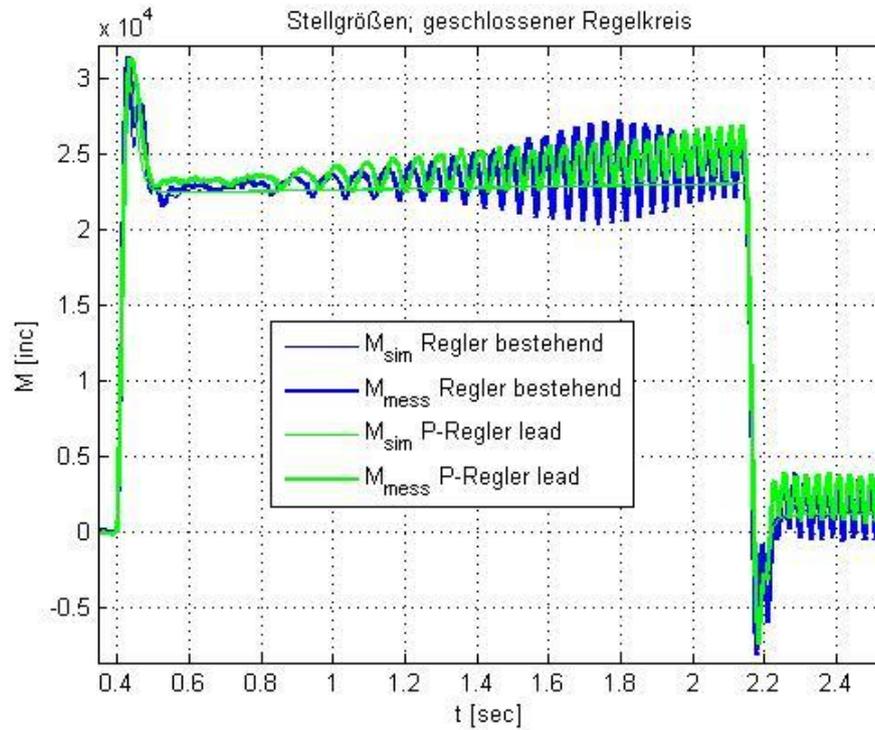


Abb. 24: Vergleich der Stellgrößen bei trapezförmiger Drehzahlprofilvorgabe von bestehendem Regler und P-Regler mit Lead-Glied aus Messung und Simulation

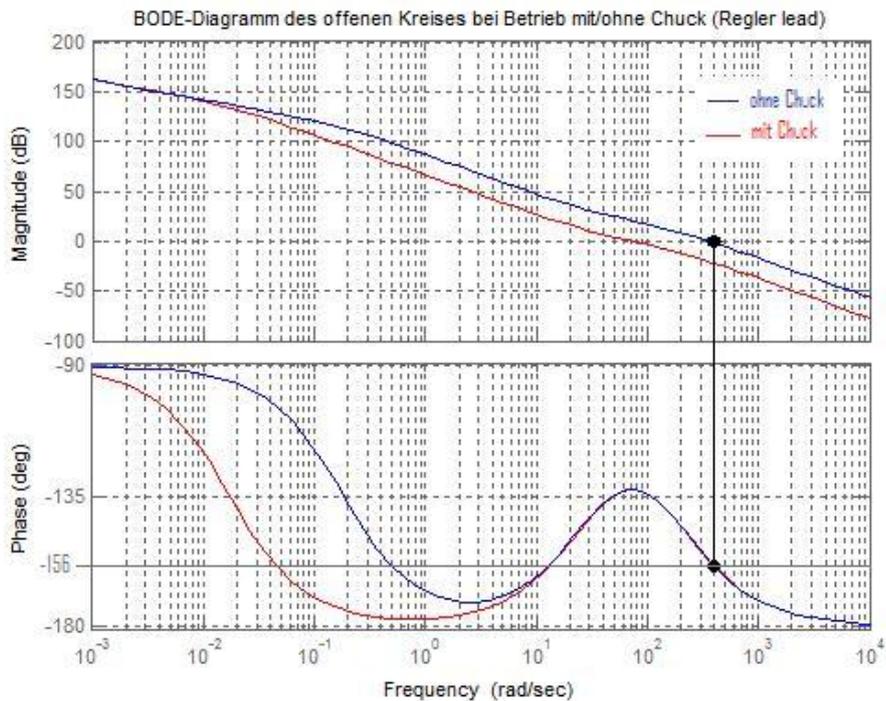


Abb. 25: Bode Diagramm des offenen Kreises mit P-Regler mit Lead-Glied bei Betrieb mit und ohne Chuck

## 5.2 Reglerentwurf durch Koprime Faktorisierung

Die Wünsche nach exakter Ausregelung der Position bei konstanter Drehzahl, und nach keiner bleibenden Regelabweichung in der Position bei einer konstanten Störung am Streckeneingang, können mit dem zuvor entworfenen P-Regler mit Lead-Glied nicht erfüllt werden. Daher wird nun ein anderes Reglerentwurfsverfahren verwendet, in welchem derartige Wünsche leichter zu berücksichtigen sind.

Beim Frequenzkennlinienverfahren wurde versucht, durch Hinzufügen von Korrekturgliedern den Regelkreis so zu modifizieren, dass er den gestellten Anforderungen entspricht und stabil ist. Dabei wird die Menge aller stabilisierenden Regler auf eine mehr oder weniger konservative Teilmenge eingeschränkt.

Mit Hilfe der Koprime Faktorisierung gelingt es, die Menge aller intern stabilisierenden Regler in geschlossener Form darzustellen.

### 5.2.1 Theoretische Grundlagen

Die Streckenübertragungsfunktion wird in F. 23 durch Zähler- und Nennerpolynom dargestellt:

$$\text{F. 23 } G_s(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

Vorausgesetzt wird, dass Zähler- und Nennerpolynom koprime sind, d. h. dass sie keine gemeinsamen Nullstellen haben. Man operiert nun nicht mehr mit Polynomen, sondern mit Übertragungsfunktionen, und die Streckenübertragungsfunktion wird als Quotient zweier neuer Faktoren dargestellt:

$$Z(s) = \frac{\mu(s)}{(s+\alpha)^n} \quad N(s) = \frac{\nu(s)}{(s+\alpha)^n} \quad \alpha > 0 \quad n = \text{grad}(\nu)$$

$$\text{F. 24 } G_s(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = \frac{\frac{\mu(s)}{(s+\alpha)}}{\frac{\nu(s)}{(s+\alpha)}}$$

Es wird verlangt, dass die BIBO-stabilen Übertragungsfunktionen  $Z(s)$  und  $N(s)$  keine gemeinsamen Nullstellen in der geschlossenen rechten Halbebene inklusive  $s=\infty$ - besitzen, sie werden dann koprime genannt.

Falls  $Z(s)$  und  $N(s)$  koprim sind, können zwei weitere BIBO-stabile Übertragungsfunktionen angegeben werden, die die Bezout-Identität F. 25 erfüllen.

$$\text{F. 25 } Z(s)X(s) + N(s)Y(s) = 1$$

Für  $X(s)$  und  $Y(s)$  wird nun folgender Ansatz gewählt, wobei  $x(s)$  und  $y(s)$  Polynome vom Grad  $n-1$  mit reellen Koeffizienten sind:

$$\text{F. 26 } X(s) = \frac{x(s)}{(s + \alpha)^{n-1}} \quad Y(s) = \frac{y(s)}{(s + \alpha)^{n-1}}$$

Damit erhält man:

$$\text{F. 27 } \mu(s)x(s) + \nu(s)y(s) = (s + \alpha)^{2n-1}$$

Die Relation F. 27 entspricht einem linearen Gleichungssystem bezüglich der Koeffizienten der Polynome  $x(s)$  und  $y(s)$  und dieses kann aufgrund der Teilerfremdheit von  $\mu(s)$  und  $\nu(s)$  eindeutig gelöst werden.

Für eine BIBO-stabile Strecke kann auch sofort eine triviale kopprime Faktorisierung angegeben werden:

$$\text{F. 28 } Z(s) = G_s(s) \quad N(s) = 1 \quad \rightarrow \quad X(s) = 0 \quad Y(s) = 1$$

Es kann nun die Parametrisierung aller intern stabilisierenden Regler mittels F. 29 angegeben werden, wobei  $K(s)$  eine beliebige, BIBO-stabile Übertragungsfunktion ist.

$$\text{F. 29 } R(s) = \frac{X(s) + K(s)N(s)}{Y(s) - K(s)Z(s)}$$

## 5.2.2 Forderungen an den zu entwerfenden Regler

Der zu entwerfende Regler soll folgende Forderungen erfüllen:

1. Exakte Positionierung

$$r(t) = r_0 \cdot \sigma(t) \Rightarrow e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Bei Vorgabe einer konstanten Position darf keine bleibende Regelabweichung in der Position bestehen bleiben.

2. Exakte Drehzahl

$$r(t) = r_0 \cdot t \cdot \sigma(t) \Rightarrow e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Bei Vorgabe einer konstanten Drehzahl darf keine bleibende Regelabweichung in der Position bestehen bleiben.

3. Exakte Ausregelung der coulombschen Reibung

$$d(t) = M_c \cdot \sigma(t) \Rightarrow e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Eine auf den Streckeneingang einwirkende und in ihrem Wert konstante Störung, hervorgerufen z.B. durch die nichtmodellerte coulombsche Reibung, darf keine bleibende Regelabweichung in der Position bewirken.

## 5.2.3 Reglerentwurf

Für die Übertragungsfunktionen des Regelkreises in Abb. 26 ergeben sich unter Berücksichtigung der Bezout-Identität die linear vom Parameter  $K(s)$  abhängigen Beziehungen:

$$T(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\varphi(s)}{r(s)} = \frac{R(s)G_s(s)}{1 + R(s)G_s(s)} = \frac{\frac{X(s) + K(s)N(s)}{Y(s) - K(s)Z(s)} \cdot \frac{Z(s)}{N(s)}}{1 + \frac{X(s) + K(s)N(s)}{Y(s) - K(s)Z(s)} \cdot \frac{Z(s)}{N(s)}}$$

$$\text{F. 30 } T(s) = (X(s) + K(s)N(s))Z(s)$$

$$S(s) = \frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1}{1 + R(s)G_s(s)} = (Y(s) - K(s)Z(s))N(s)$$

$$T_d(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{\varphi(s)}{r(s)} = \frac{G_s(s)}{1 + R(s)G_s(s)} = (Y(s) - K(s)Z(s))Z(s)$$

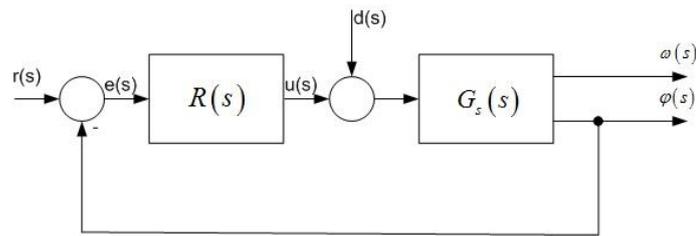


Abb. 26: Regelkreisstruktur

Die Strecke wird durch zwei kopprime Übertragungsfunktionen angeschrieben, wobei der Parameter  $\alpha$  noch zu wählen ist, auf jeden Fall aber größer als Null sein muss.

- Kopprime Faktorisierung der Strecke:

$$G_s(s) = \frac{k_u \cdot k_y}{(J_{ges}s + M_V)s} = \frac{Z}{N} \quad Z(s) = \frac{k_u \cdot k_y}{(s + \alpha)^2} \quad N(s) = \frac{(J_{ges}s + M_V)s}{(s + \alpha)^2}$$

F. 31

$\alpha$ ...Faktorisierungsstelle, freier, reeller Parameter  $>0$

Die zuvor formulierten Forderungen müssen nun noch auf die neue Darstellungsweise übersetzt werden:

- Zu Forderung 1:

Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises  $L(s)$  muss integrierend sein.

$$S(0) = \frac{e(0)!}{r(0)} = 0$$

F. 32

$$S(0) = \underbrace{(Y(0) - K(0)Z(0))}_{=0} \underbrace{N(0)}_{=0} = 0$$

Diese Forderung ist bereits erfüllt, da die Strecke integrierend ist und daher  $N(0)=0$  gilt.

- Zu Forderung 2:

$L(s)$  muss doppelt integrierend sein. Zusätzlich zu Forderung 1 muss gelten:

$$S(0) = \frac{e(0)}{r(0)} = \underbrace{(Y(0) - K(0)Z(0))}_{=0} \underbrace{N(0)}_{=0} = 0$$

$$\text{F. 33 } Y(0) - K(0)Z(0) = 0 \quad Z(0) \neq 0$$

$$\Rightarrow K(0) = \frac{Y(0)}{Z(0)}$$

- Zu Forderung 3:

Die Übertragungsfunktion  $T_d$  muss für  $t \rightarrow \infty$  Null sein.

$$\text{F. 34 } T_d(0) = \frac{y(0)}{d(0)} = \underbrace{(Y(0) - K(0)Z(0))}_{=0 \text{ (aus Forderung 2)}} Z(0) \stackrel{!}{=} 0$$

Forderung 3 ist bereits durch Forderung 2 erfüllt.

Mit den Forderungen berechnet sich ein Regler folgendermaßen:

$$\text{F. 35 } R(s) = \frac{X(s) + K(s)N(s)}{Y(s) - K(s)Z(s)} \quad K(0) \stackrel{!}{=} \frac{Y(0)}{Z(0)}$$

$K(s)$  wurde als Konstante  $k_0$  gewählt und ist dadurch sicher BIBO-stabil.

$$\text{F. 36 } K(s) = \frac{Y(0)}{Z(0)} = k_0$$

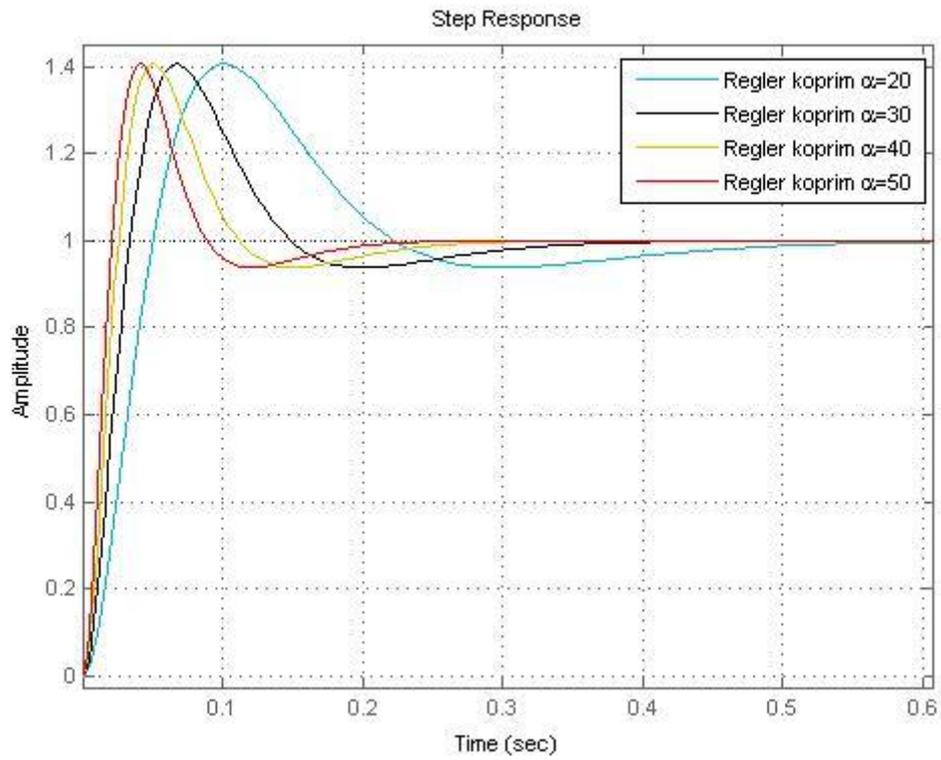
Der Parameter  $\alpha$  beeinflusst die Dynamik des Reglers und kann noch variiert werden. Zur Erreichung eines ähnlichen Verhaltens (Durchtrittsfrequenz) wie beim Einsatz des bestehenden Reglers, wurde vorläufig  $\alpha=50$  festgelegt.

Für  $\alpha=50$  etwa, erhält man folgende Reglerübertragungsfunktion:

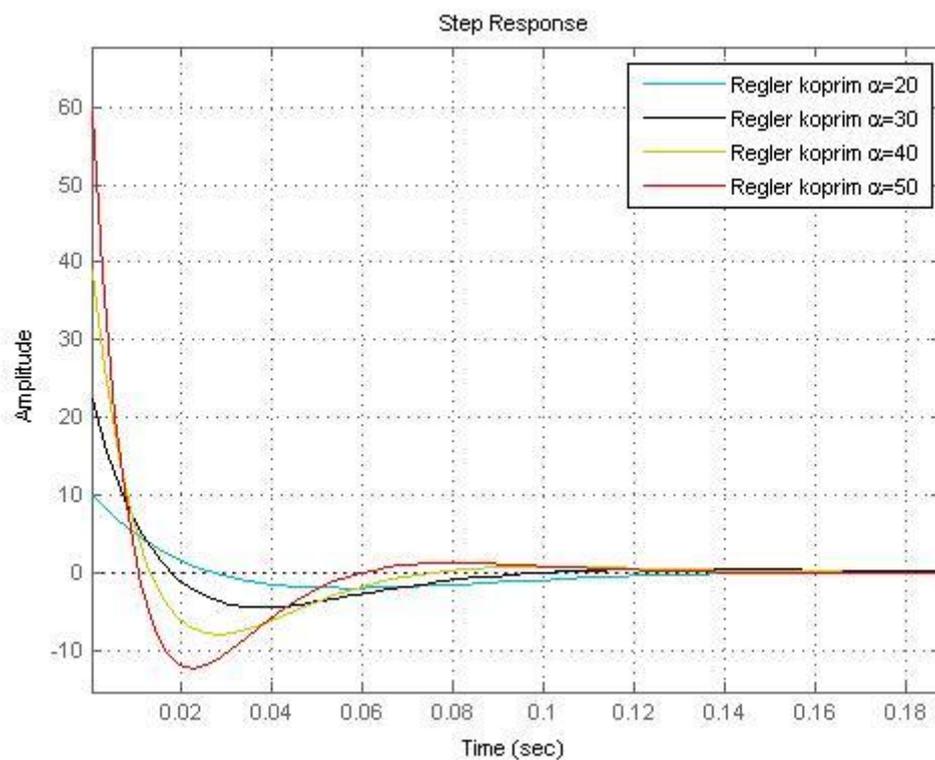
$$\text{F. 37 } R_{kop50}(s) = \frac{65,53s^2 + 2185s + 27310}{(s + 200)s}$$

In Abb. 27 sind die Sprungantworten der Regelgröße und in Abb. 28 die Sprungantworten der Stellgröße auf Einheitssprünge beim Einsatz der koprimen Regler mit unterschiedlicher Faktorisierungsstelle  $\alpha$  dargestellt.

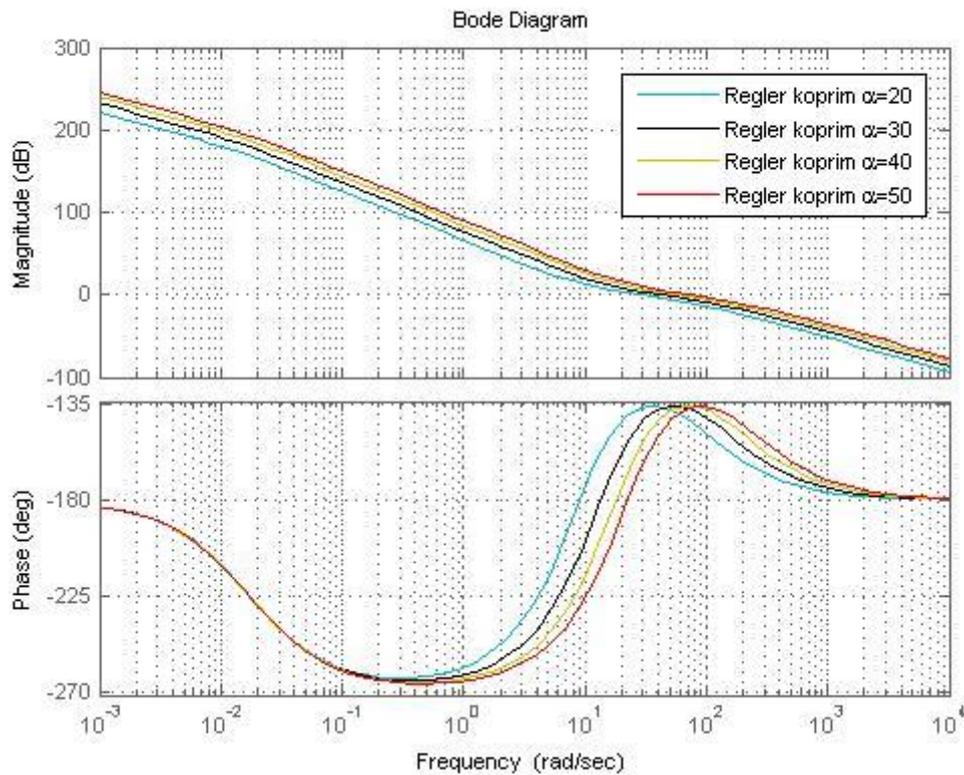
In Abb. 29 sind die BODE-Diagramme des offenen Kreises für die erhaltenen koprimen Regler mit unterschiedlicher Faktorisierungsstelle  $\alpha$  zu sehen. Wird  $\alpha$  erhöht, so verbessert sich die Dynamik des Regelkreises, allerdings steigt auch die Stellgrößenamplitude deutlich an, wodurch eine Grenze nach oben hin gegeben ist.



**Abb. 27: Sprungantworten der Regelgröße bei koprimem Regler und verschiedenen Faktorisierungsstellen**



**Abb. 28: Sprungantworten der Stellgröße bei koprimem Regler und verschiedenen Faktorisierungsstellen**



**Abb. 29: BODE-Diagramm des offenen Kreises bei koprimem Regler und verschiedenen Faktorisierungsstellen**

### 5.2.4 Simulation und Erprobung

Mit den erhaltenen Reglern wurden wieder Simulationen in MATLAB und Tests an der realen Maschine durchgeführt.

In den folgenden Diagrammen sind die Verläufe von Stellgrößen und Drehzahlen aus Messung und Simulation für den bestehenden Regler, den P-Regler mit Lead-Glied und den koprimen Regler mit Faktorisierungsstelle  $\alpha=50$  dargestellt.

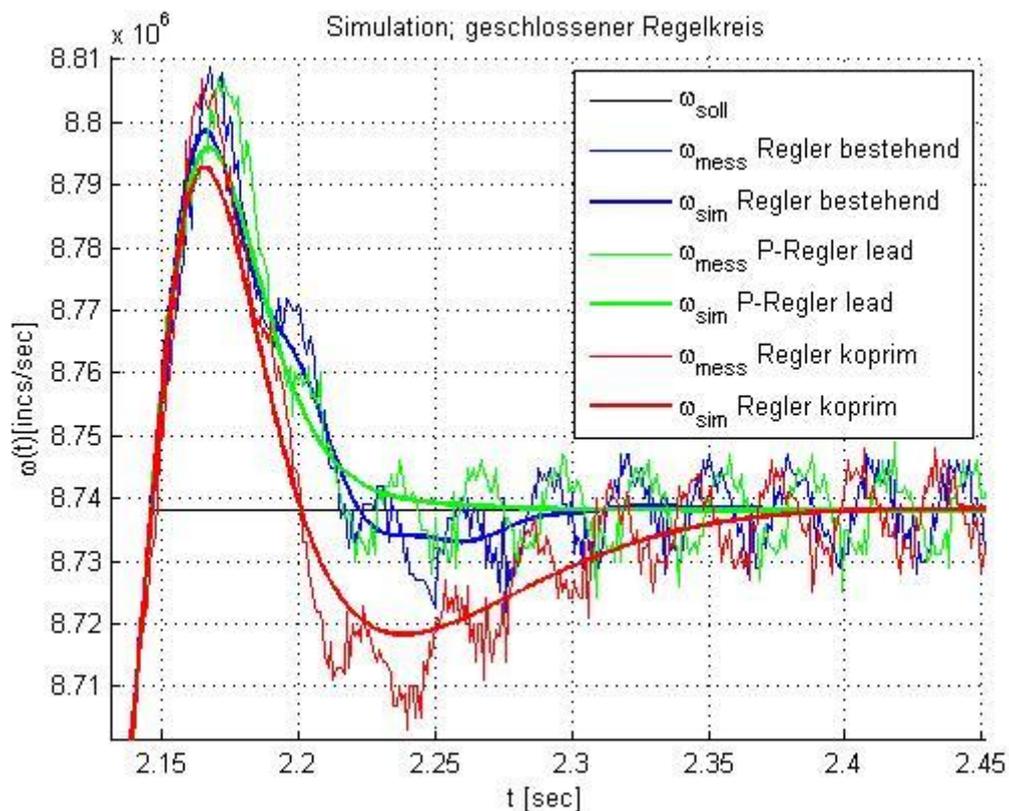
Es wurde wieder ein trapezförmiges Drehzahlprofil vorgegeben, wobei eine Steigung der Drehzahl von 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> gewählt wurde. Man kann aus den Drehzahlverläufen in Abb. 30 erkennen, dass der koprime Regler etwas langsamer als die anderen beiden beschrieben ist. In Abb. 31 ist zu erkennen, dass beim Einsatz des koprimen Reglers mit  $\alpha=50$  sogar kurzzeitig die Stellgrößenbeschränkung erreicht wurde.

Will man das Erreichen der Stellgrößenbeschränkung vermeiden, so muss der Regler durch Verkleinern von  $\alpha$  langsamer gemacht werden, oder die Steigung des trapezförmigen Drehzahlprofils wird verkleinert (es wird im regulären Betrieb nur eine maximale Steigung von etwa 2 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> gefordert).

Bezüglich der Schwingungen in Stell- und Regelgröße bringt der koprimen Regler keine wirkliche Verbesserung gegenüber dem P-Regler mit Lead-Glied, die Schwingungen treten mit ähnlicher Amplitude und Frequenz wie beim P-Regler mit Lead-Glied auf.

Aus dem BODE-Diagramm des offenen Kreises in Abb. 32 kann man ablesen, dass, gleich wie beim P-Regler mit Lead-Glied, auch beim koprimen Regler Stabilität beim Betrieb ohne Chuck gegeben sein sollte, darauf soll aber später noch genauer eingegangen werden.

Der große Vorteil der entworfenen koprimen Regler liegt jedoch darin, dass die Regler die Fähigkeit besitzen, die am Streckeneingang auftretenden Störungen auszuregulieren und kein Positionsfehler am Ausgang auftritt.



**Abb. 30: Vergleich der Drehzahlverläufe bei trapezförmiger Drehzahlvorgabe (Ausschnitt) bei bestehendem Regler, P-Regler mit Lead-Glied und koprimem Regler mit  $\alpha=50$  aus Messung und Simulation**

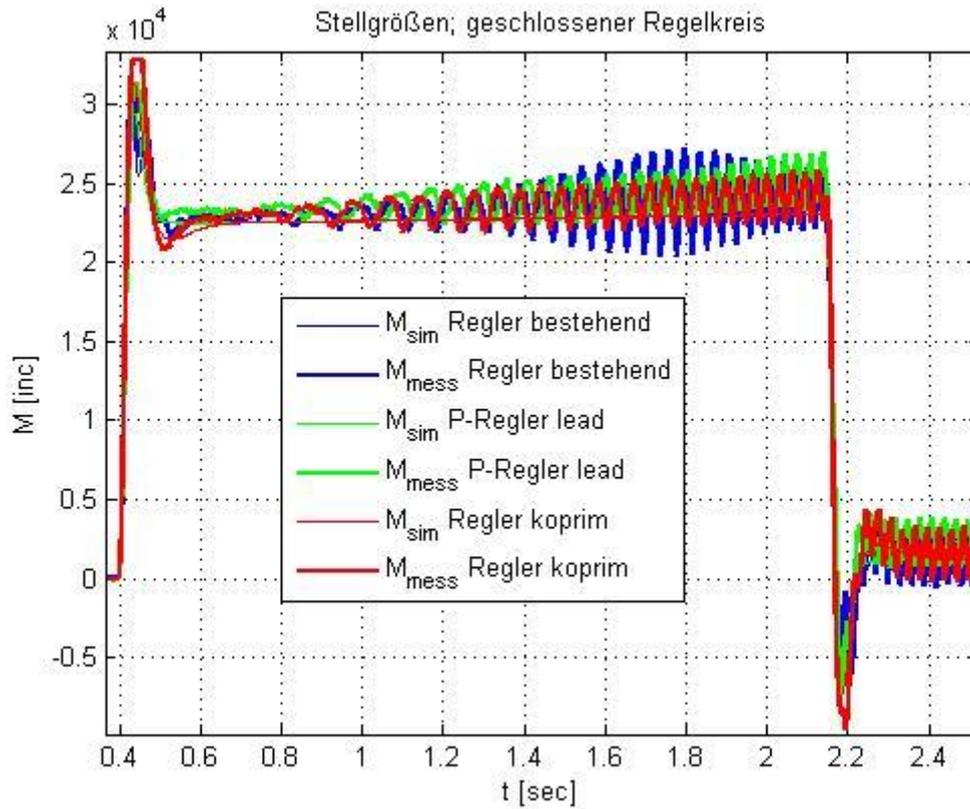


Abb. 31: Vergleich der Stellgrößenverläufe bei trapezförmiger Drehzahlvorgabe bei bestehendem Regler, P-Regler mit Lead-Glied und koprimem Regler mit  $\alpha=50$  aus Messung und Simulation

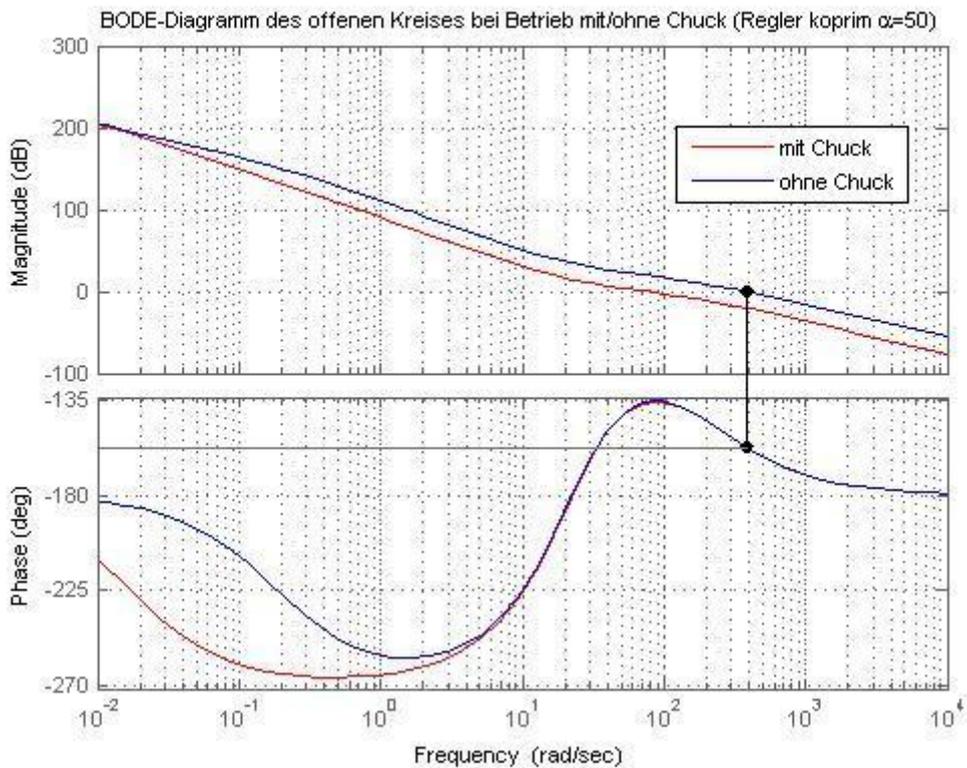


Abb. 32: BODE-Diagramm des offenen Kreises beim Betrieb mit koprimem Regler mit  $\alpha=50$  mit/ohne Chuck

## 6 Robustheit

Die Unsicherheit, die sich durch Parameterabweichungen bzw. Betrieb mit und ohne Chuck ergibt, soll genauer untersucht werden. Es werden zwei Unsicherheitsmodelle vorgestellt und es wird beschrieben, wie man sie berechnen kann.

### 6.1 Parametrisches Unsicherheitsmodell

Ungenau bestimmte bzw. sich durch äußere Einflüsse ändernde Parameter, oder Massenträgheitsmomentvariationen, hervorgerufen z.B. durch den Betrieb ohne Chuck, beeinflussen die Übertragungsfunktion der Strecke und sollen nun genauer untersucht und in einem parametrischen Unsicherheitsmodell [4] berücksichtigt werden. Dieses beschreibt allerdings die unendlich große Menge aller möglichen Übertragungsfunktionen. Durch Verwendung des Satzes von Kharitonov lässt sich diese Menge auf eine endliche Zahl von repräsentativen, ausgezeichneten Elementen aus dieser Menge eingrenzen, auf die sich die anschließende Untersuchung beschränken kann.

#### 6.1.1 Ermittlung eines parametrischen Unsicherheitsmodells

Ausgangspunkt ist das zuvor ermittelte nominelle mathematische Streckenmodell:

$$\text{F. 38 } G_s(s) = \frac{k_u k_y}{J_{ges}} \frac{1}{\left( \frac{M_V}{J_{ges}} + s \right) s}$$

Werden die Unsicherheiten in den Parametern  $k_u$ ,  $M_V$  und  $J_{ges}$  explizit berücksichtigt, kann man schreiben:

$$\text{F. 39 } G_s(s) = \frac{(k_u + k_{u2}) k_y}{J_{ges} + J_{ges2}} \frac{1}{\left( \frac{M_V + M_{V2}}{J_{ges} + J_{ges2}} + s \right) s} = G_s(s, k_{u2}, J_{ges2}, M_{V2}) = \mathbf{G(s)}$$

$\mathbf{G(s)}$  ist eine unendlich große Menge von Übertragungsfunktionen, wobei gilt:

$$\text{F. 40 } k_{u2}^- \leq k_{u2} \leq k_{u2}^+ \quad M_{V2}^- \leq M_{V2} \leq M_{V2}^+ \quad J_{ges2}^- \leq J_{ges2} \leq J_{ges2}^+$$

Es wird nun eine einfachere Beschreibung, die Darstellung als Intervall-Übertragungsfunktion, eingeführt.

Dabei wird die Menge  $\mathbf{G}(s)$  durch die Menge  $\bar{G}(s)$  überabgeschätzt.

$$\text{F. 41 } \mathbf{G}(s) \subseteq \bar{G}(s)$$

Für die Darstellung der Streckenübertragungsfunktion als Intervall-Übertragungsfunktion werden die Zähler und Nennerkoeffizienten durch Intervalle abgeschätzt.

$$G_s(s) = \frac{(k_u + k_{u2})k_y}{J_{ges} + J_{ges2}} \frac{1}{\left( \frac{M_V + M_{V2}}{J_{ges} + J_{ges2}} + s \right) s}$$

$$\text{F. 42 } \bar{G}_s(s) = \frac{\begin{bmatrix} b_1^- & b_1^+ \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} a_2^- & a_2^+ \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} a_1^- & a_1^+ \end{bmatrix} s} = \frac{\bar{b}_1}{\bar{a}_2 s^2 + \bar{a}_1 s}$$

$$\begin{aligned} b_1^+ &= (k_u + k_{u2}^+)k_y & b_1^- &= (k_u + k_{u2}^-)k_y & \bar{b}_1 &= \begin{bmatrix} b_1^- & b_1^+ \end{bmatrix} & 0 &\notin \begin{bmatrix} b_1^- & b_1^+ \end{bmatrix} \\ a_1^+ &= M_V + M_{V2}^+ & a_1^- &= M_V + M_{V2}^- & \bar{a}_1 &= \begin{bmatrix} a_1^- & a_1^+ \end{bmatrix} & 0 &\notin \begin{bmatrix} a_1^- & a_1^+ \end{bmatrix} \\ a_2^+ &= J_{ges} + J_{ges2}^+ & a_2^- &= J_{ges} + J_{ges2}^- & \bar{a}_2 &= \begin{bmatrix} a_2^- & a_2^+ \end{bmatrix} & 0 &\notin \begin{bmatrix} a_2^- & a_2^+ \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Durch diese vereinfachte Darstellung geht allerdings der innere Zusammenhang der unsicheren Parameter verloren, was zu konservativen Abschätzungen führen kann.

### 6.1.2 Berechnung der Einhüllenden

Die Intervallübertragungsfunktion beschreibt aber immer noch eine unendlich große Menge an Übertragungsfunktionen. Der Satz von Kharitonov ist hier hilfreich. Er beschreibt, dass zur Untersuchung der Stabilität eines Intervallpolynoms aus einer unendlich großen Menge von möglichen Polynomen nur vier auf Stabilität überprüft werden müssen.

#### Satz von Kharitonov:

Gegeben ist folgendes Intervallpolynom:

$$\text{F. 43 } \bar{P}(s) = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 s + \bar{a}_2 s^2 + \dots + \bar{a}_n s^n$$

$$\bar{a}_i = \begin{bmatrix} a_i^- & a_i^+ \end{bmatrix} \quad 0 \notin \begin{bmatrix} a_i^- & a_i^+ \end{bmatrix}$$

Alle Polynome  $P(s) \in \bar{P}(s)$  sind Hurwitzpolynome, wenn die vier Kharitonovpolynome  $P^{+-}, P^{++}, P^{-+}, P^{--}$  Hurwitzpolynome sind. Sie werden laut F. 44 berechnet:

$$\begin{aligned}
 P^{+-}(s) &= a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^- s^5 + \dots \\
 P^{++}(s) &= a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^+ s^5 + \dots \\
 P^{-+}(s) &= a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + a_4^- s^4 + a_5^+ s^5 + \dots \\
 P^{--}(s) &= a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^- s^4 + a_5^- s^5 + \dots
 \end{aligned}$$

Ersetzt man  $\bar{P}(s)$  durch  $P(j\omega)$  so sieht man, dass die Kharitonov-Polynome die Eckpunkte für ein Rechteck bilden, in dem alle Polynome  $P(j\omega) \in \bar{P}(j\omega)$  liegen.

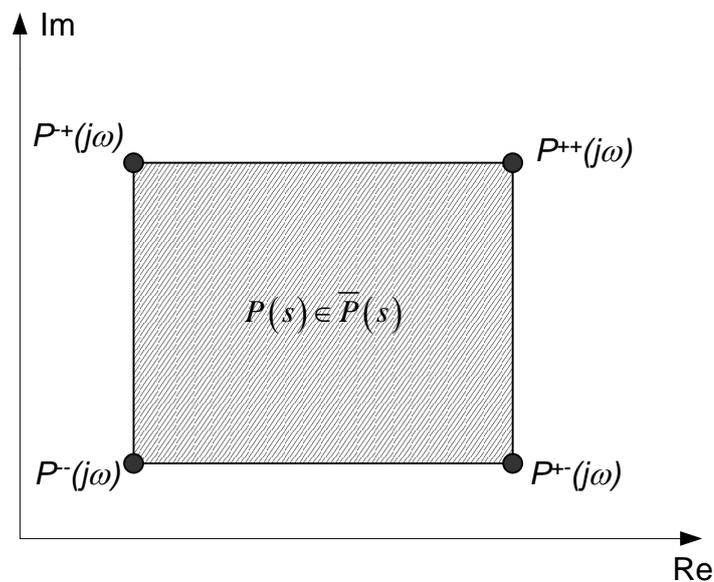


Abb. 33: Kharitonov-Polynome bilden die Eckpunkte für das Kharitonov-Rechteck

Will man den Satz von Kharitonov auf Intervallübertragungsfunktionen anwenden, so muss der Quotient aus zwei Kharitonov-Rechtecken, die aus Zähler- und Nennerpolynom der Intervallübertragungsfunktion gebildet werden, berechnet werden. Da sich als Ergebnis eine komplizierte Wertemenge ergeben würde, wird der Wertebereich durch eine vereinfachte Darstellung durch Betrag und Phase approximiert.

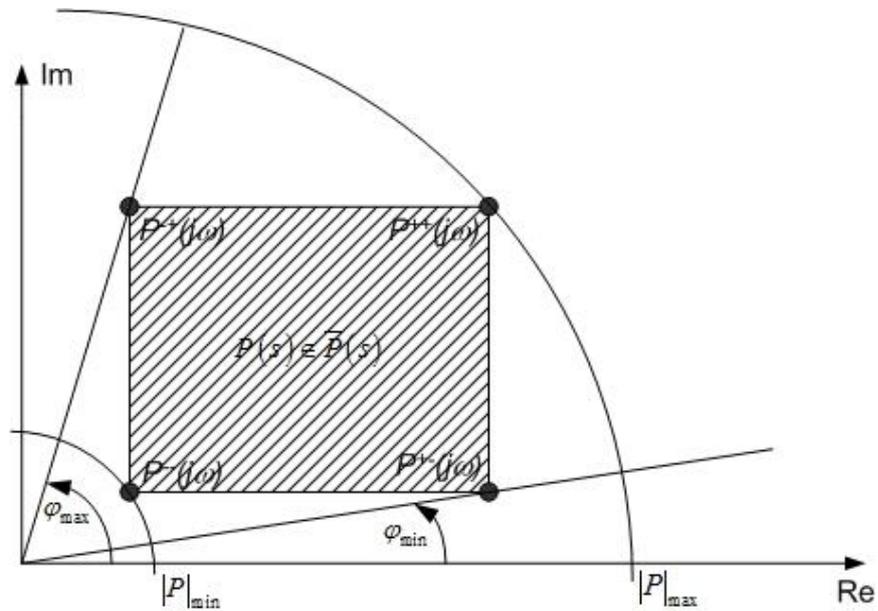


Abb. 34: Beschreibung des Kharitonov-Rechtecks durch Betrag und Phase

Die Kharitonovrechtecke von Zähler- und Nennerpolynom werden jeweils durch die min/max Werte von Betrag und Phase beschrieben. Durch Bildung des Quotienten (F. 45) erhält man die Eckpunkte der Intervallübertragungsfunktion.

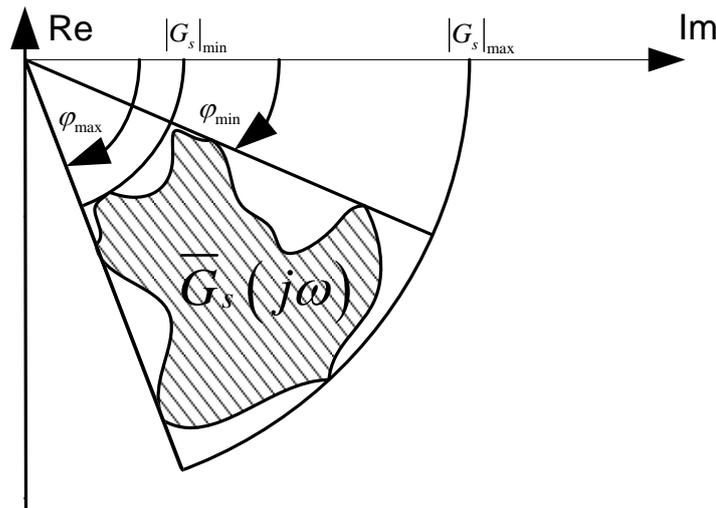
$$|\bar{G}_s(j\omega)| = \left| \frac{\bar{b}_1}{a_2 s^2 + a_1 s} \right| = \frac{|\bar{Z}(j\omega)|}{|\bar{N}(j\omega)|} = \frac{|\bar{Z}(j\omega)|}{|\bar{N}(j\omega)|}$$

$$|\bar{G}_s(j\omega)|_{\max} = \frac{|\bar{Z}(j\omega)|_{\max}}{|\bar{N}(j\omega)|_{\min}} \quad |\bar{G}_s(j\omega)|_{\min} = \frac{|\bar{Z}(j\omega)|_{\min}}{|\bar{N}(j\omega)|_{\max}}$$

$$\text{F. 45} \quad \arg(\bar{G}_s(j\omega)) = \arg\left(\frac{\bar{Z}(j\omega)}{\bar{N}(j\omega)}\right) = \arg(\bar{Z}(j\omega)) - \arg(\bar{N}(j\omega))$$

$$\varphi_{\max}(j\omega) = \max(\arg(\bar{Z}(j\omega))) - \min(\arg(\bar{N}(j\omega)))$$

$$\varphi_{\min}(j\omega) = \min(\arg(\bar{Z}(j\omega))) - \max(\arg(\bar{N}(j\omega)))$$



**Abb. 35: Beschreibung des Unsicherheitsbereichs der Intervallübertragungsfunktion**

Nun können die Werte für Betrag und Phase für alle interessanten Frequenzen berechnet und anschließend die Einhüllenden des Frequenzgangs der Intervallübertragungsfunktion im BODE-Diagramm bzw. als Frequenzgangsorkurve dargestellt werden. Dabei handelt es sich immer um konservative Schranken.

Ist man an den Einhüllenden der Übertragungsfunktion des offenen Kreises interessiert, muss noch nachfolgende Berechnung (F. 46) durchgeführt werden.

$$\begin{aligned}
 \left| \bar{L}(j\omega) \right|_{\max} &= |R(j\omega)| \left| \bar{G}_S(j\omega) \right|_{\max} & \Psi_{\max}(j\omega) &= \arg(R(j\omega)) + \varphi_{\max}(j\omega) \\
 \left| \bar{L}(j\omega) \right|_{\min} &= |R(j\omega)| \left| \bar{G}_S(j\omega) \right|_{\min} & \Psi_{\min}(j\omega) &= \arg(R(j\omega)) + \varphi_{\min}(j\omega)
 \end{aligned}$$

F. 46  $\bar{L}(s) = R(s) \bar{G}_S(s)$

$R(s)$ .....feste Reglerübertragungsfunktion

$\bar{G}_S(s)$ .....unsichere Strecke

Im Folgenden sind zuerst für die Strecke und dann für den offenen Kreis mit den verschiedenen Reglern die Einhüllenden im BODE-Diagramm dargestellt. Dabei werden die Auswirkungen der Parametervariationen bei Betrieb mit und ohne Chuck, bzw. die Auswirkungen der Trägheitsmomentvariationen durch Betrieb mit verschiedenen Chucks, deren Trägheitsmoment von Null bis zu jenem des untersuchten Chucks reicht, untersucht. Weiters sind die sich aus den gemessenen abweichenden Parametern aus der Übertragungsfunktion ergebenden verschiedenen Frequenzgänge in blau dargestellt.

### 6.1.3 BODE-Diagramme und erhaltene Ergebnisse

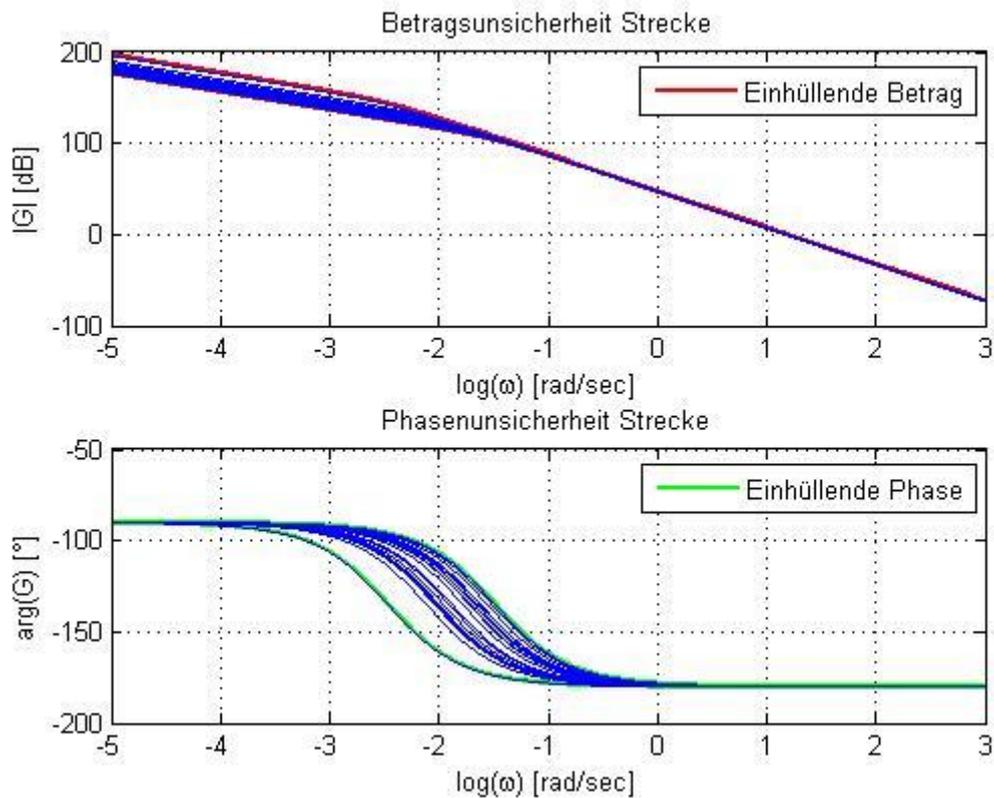


Abb. 36: Unsicherheit der Strecke durch Parameterunsicherheit, mit Chuck

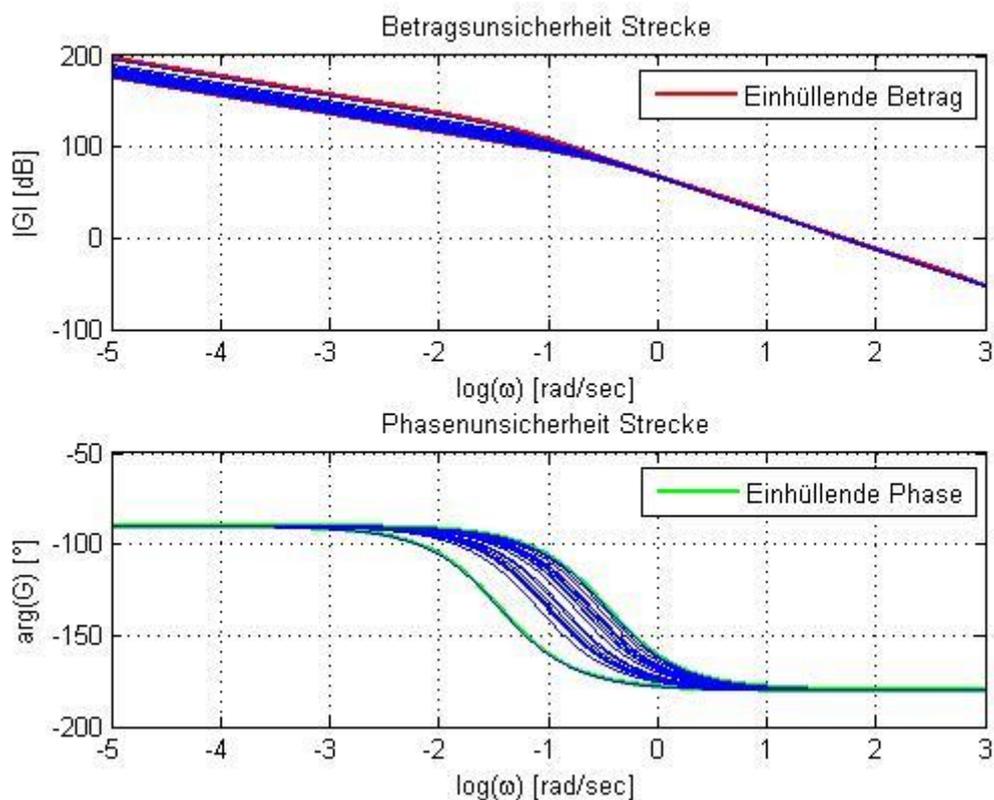


Abb. 37: Unsicherheit der Strecke durch Parameterunsicherheit, ohne Chuck

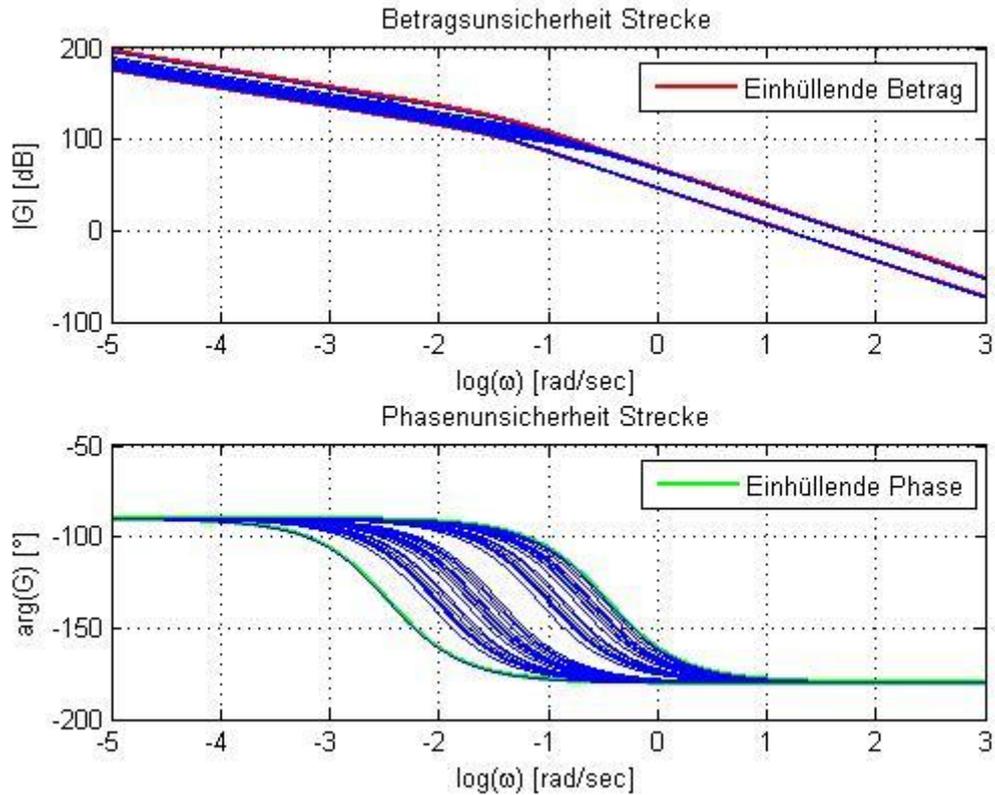


Abb. 38: Unsicherheit der Strecke durch Parameterunsicherheit und Betrieb mit/ohne Chuck

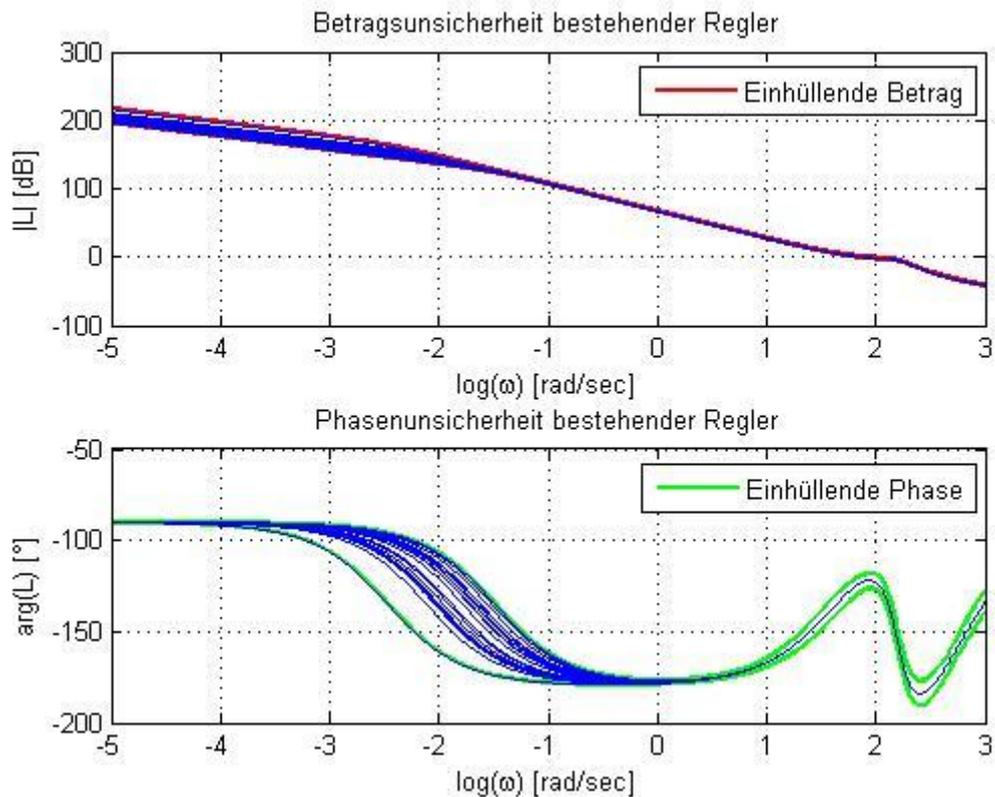
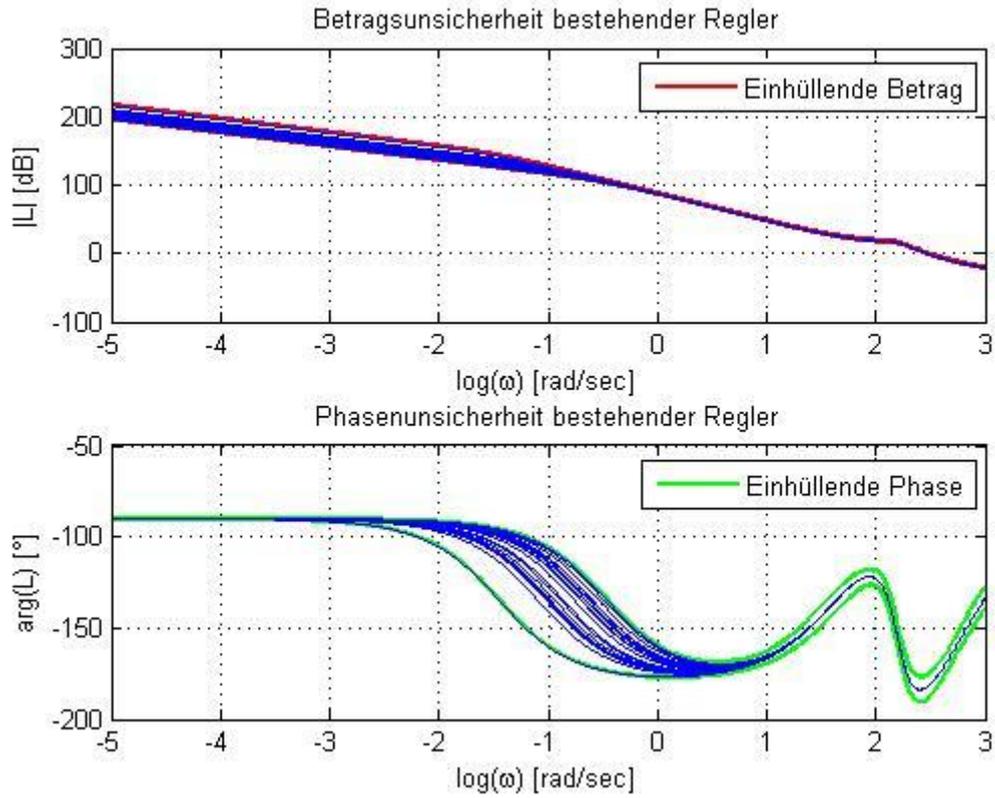
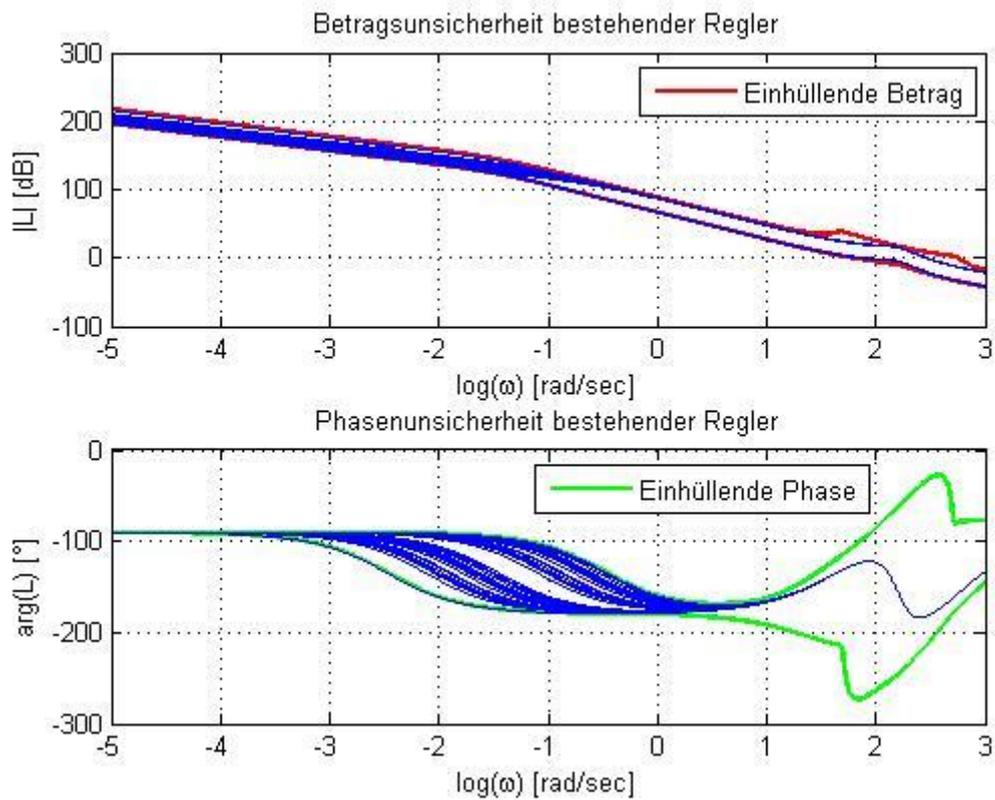


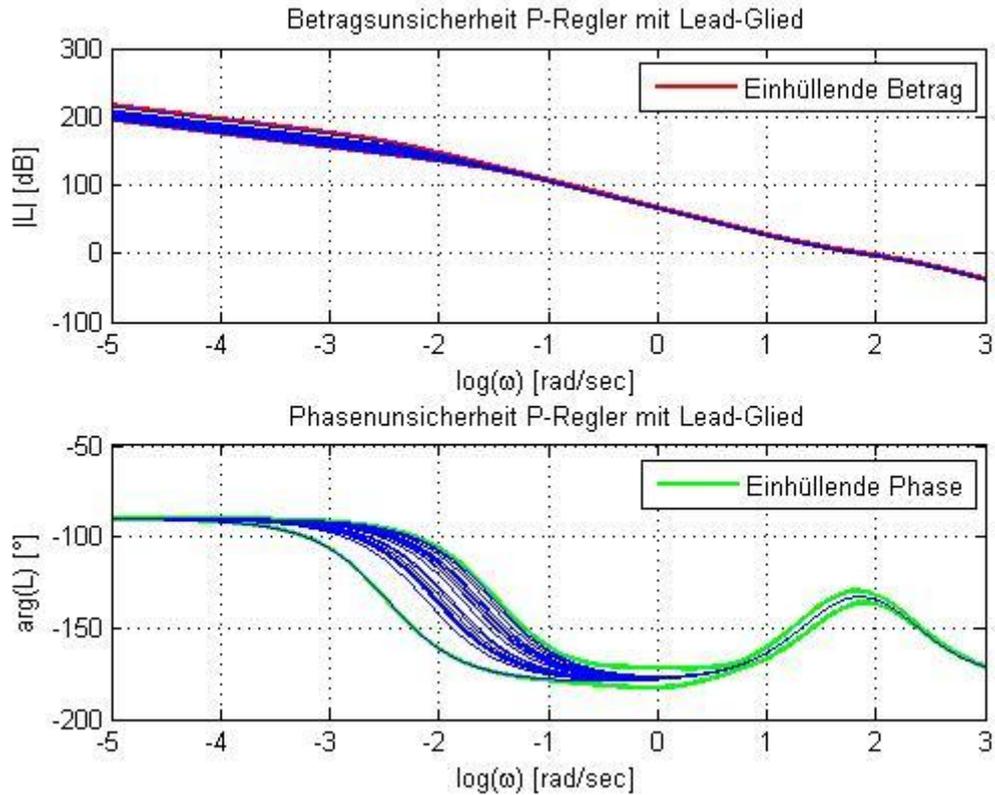
Abb. 39: Unsicherheit offener Kreis mit bestehendem Regler durch Parameterunsicherheit, Betrieb mit Chuck



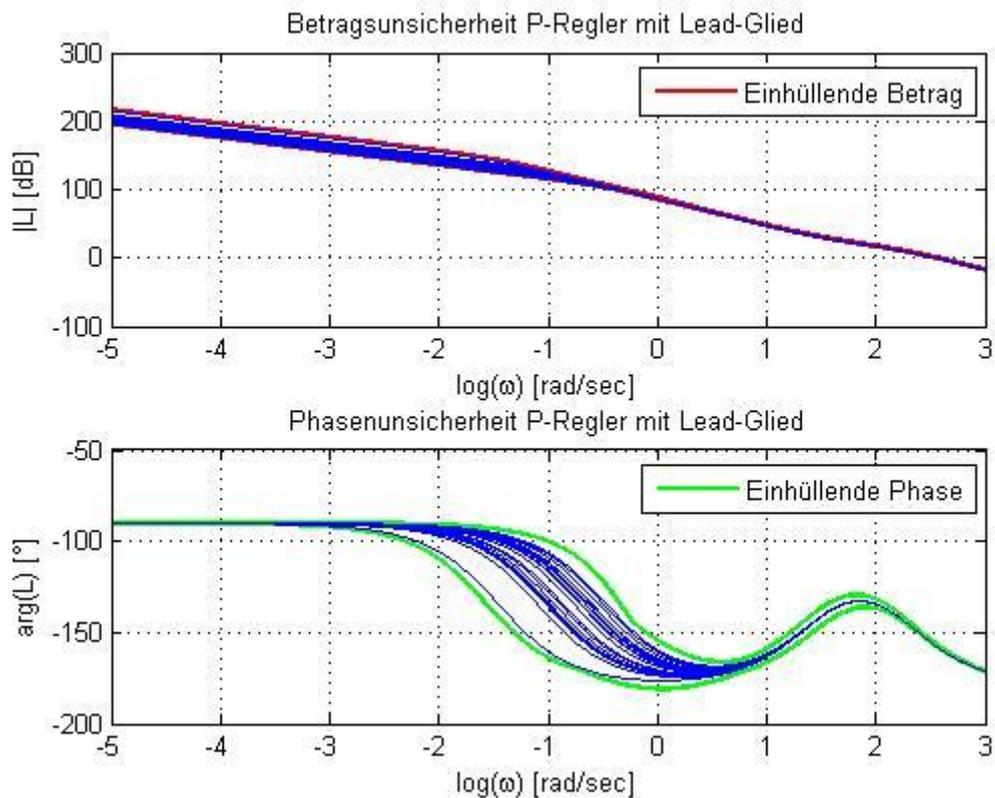
**Abb. 40: : Unsicherheit offener Kreis mit bestehendem Regler durch Parameterunsicherheit, Betrieb ohne Chuck**



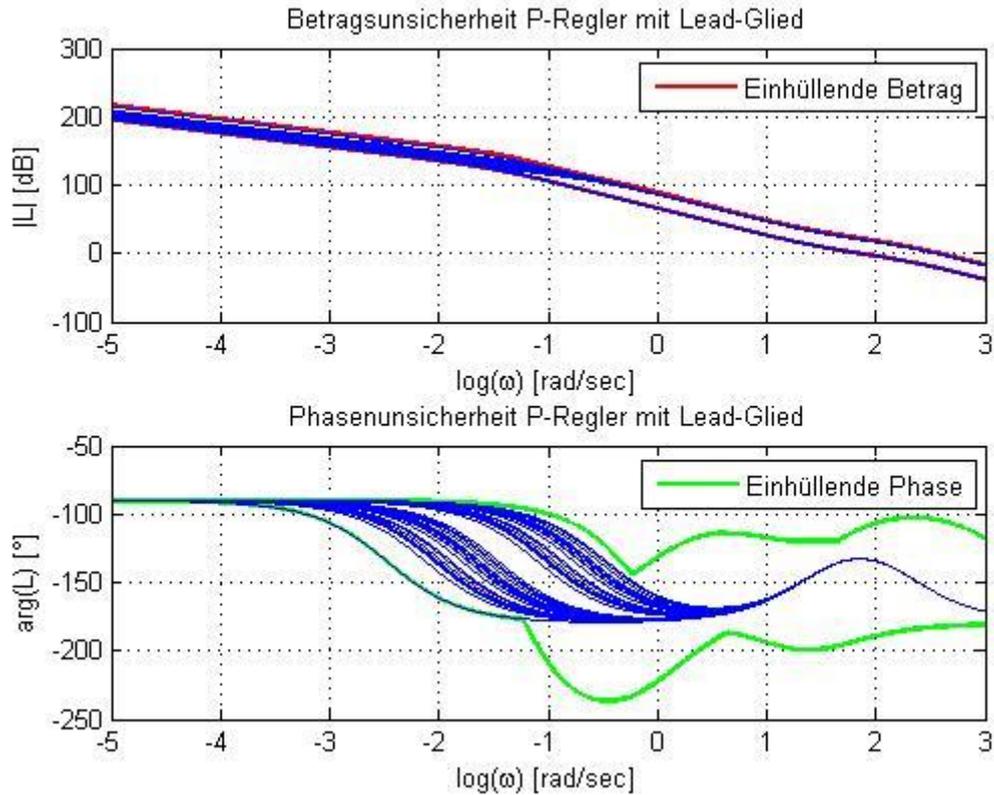
**Abb. 41: : Unsicherheit offener Kreis mit bestehendem Regler durch Parameterunsicherheit und Betrieb mit/ohne Chuck**



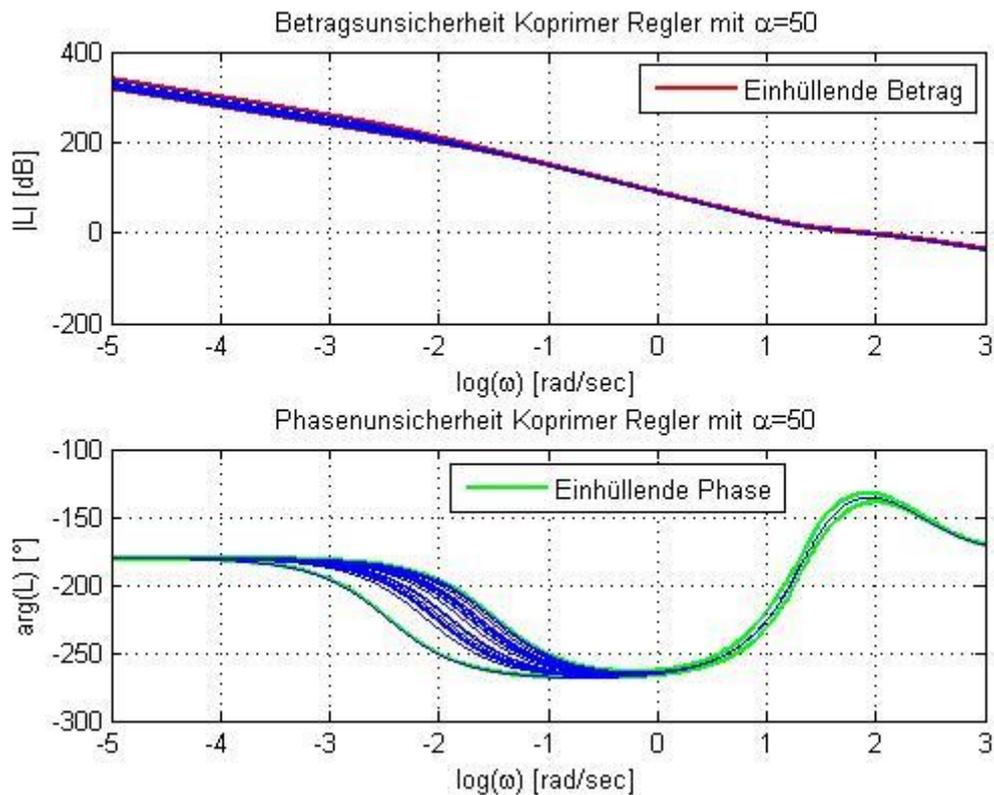
**Abb. 42: Unsicherheit offener Kreis mit P-Regler mit Lead-Glied durch Parameterunsicherheit, Betrieb mit Chuck**



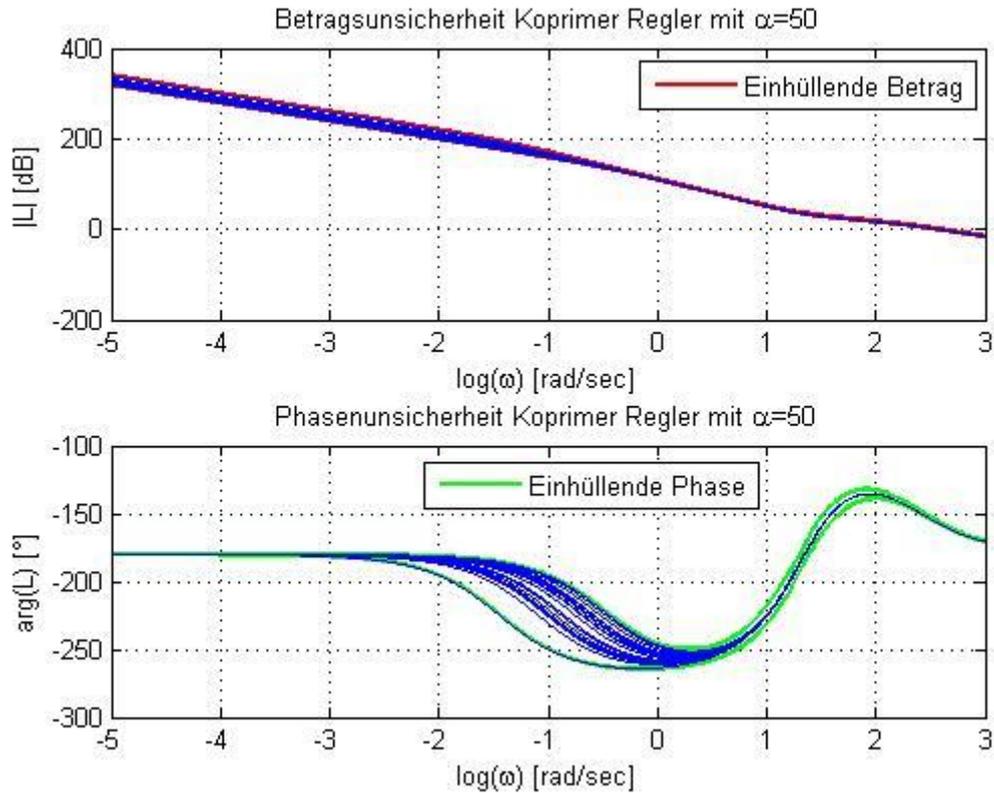
**Abb. 43: Unsicherheit offener Kreis mit P-Regler mit Lead-Glied durch Parameterunsicherheit, Betrieb ohne Chuck**



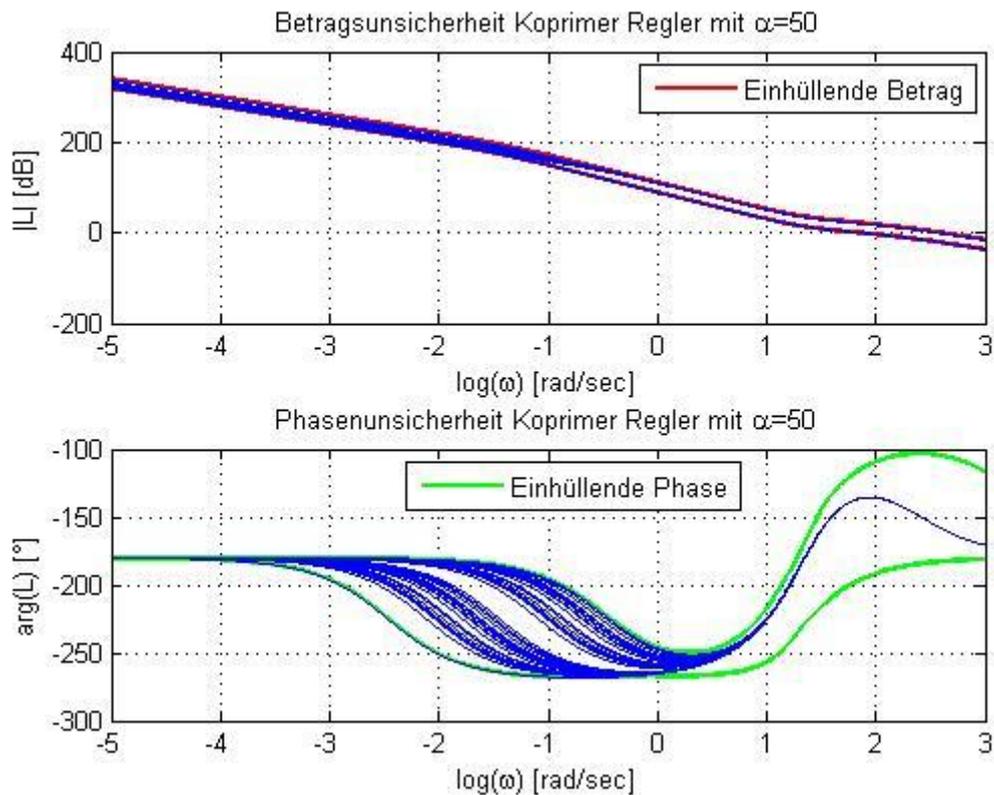
**Abb. 44: Unsicherheit offener Kreis mit P-Regler mit Lead-Glied durch Parameterunsicherheit und Betrieb mit/ohne Chuck**



**Abb. 45: Unsicherheit offener Kreis mit koprimer Regler mit  $\alpha=50$  durch Parameterunsicherheit, Betrieb mit Chuck**



**Abb. 46: Unsicherheit offener Kreis mit koprimem Regler mit  $\alpha=50$  durch Parameterunsicherheit, Betrieb ohne Chuck**



**Abb. 47 Unsicherheit offener Kreis mit koprimem Regler mit  $\alpha=50$  durch Parameterunsicherheit und Betrieb mit/ohne Chuck**

Die Parameterunsicherheiten wirken sich vor allem im Bereich niedriger Frequenzen auf das BODE-Diagramm aus, die Trägheitsmomentvariationen, hervorgerufen durch den Betrieb mit und ohne Chuck oder mit unterschiedlichen Chucks, sind erst im Bereich höherer Frequenzen erkennbar. Der Betrieb ohne Chuck bewirkt eine Verschiebung der Betragskennlinie nach oben, wodurch es zu Instabilität kommen kann, wie im BODE-Diagramm des offenen Kreises bei bestehendem Regler (Abb. 40) zu sehen ist.

Wird das Trägheitsmoment als bekannt angenommen, so ist über die Intervallübertragungsfunktion eine sehr genaue Abschätzung des Frequenzganges durch die Einhüllenden möglich und man erkennt, dass der Betrieb mit und ohne Chuck beim Vorhandensein der Parametervariationen bei den entworfenen Reglern - P-Regler mit Lead-Glied und koprimärer Regler - nicht zu Instabilität führen kann. Nimmt man hingegen ein variables Trägheitsmoment an, dessen Wert vom Betrieb ohne Chuck bis zum Betrieb mit Chuck reicht, so ist die Abschätzung des Phasenganges durch die Einhüllenden nur sehr grob möglich. Obwohl man aus den Frequenzgängen, die sich aus der Übertragungsfunktion mit verschiedenen abweichenden bestimmten Parametern ergeben, auf Stabilität des Regelkreises schließen kann, ist es aufgrund der Überabschätzung in diesem Fall nicht mehr möglich, die Stabilität mit Hilfe der Intervall-Übertragungsfunktion nachzuweisen.

## 6.2 Unstrukturiertes Unsicherheitsmodell

Auf Basis des parametrischen Unsicherheitsmodells soll nun ein unstrukturiertes Unsicherheitsmodell [3] entworfen werden. Der Vorteil eines unstrukturierten Unsicherheitsmodells liegt einerseits darin, dass unmodellierete, hochfrequente Dynamiken, die im parametrischen Unsicherheitsmodell unberücksichtigt bleiben, mit abgedeckt werden können. Andererseits existieren für eine bestimmte Art der unstrukturierten Unsicherheit, der Scheiben-Unsicherheit, relativ einfache Methoden zum Reglerentwurf. Der Preis für diese vereinfachte Beschreibung der Unsicherheit als Scheiben-Unsicherheit ist wieder Konservativität.

Für die weiteren Untersuchungen wurde ein multiplikatives, unstrukturiertes Unsicherheitsmodell verwendet.

### 6.2.1 Beschreibung des multiplikativen unstrukturierten Unsicherheitsmodells

Das multiplikative Unsicherheitsmodell berechnet sich, wie in F. 47 beschrieben ist, aus der nominellen (ungestörten) Streckenübertragungsfunktion  $G_{S, nom}(s)$ , der Unsicherheit  $\Delta(s)$ , von der nur bekannt ist, dass sie betragsmäßig auf Eins beschränkt und deren Phase un spezifiziert ist, und der frequenzabhängigen Gewichtung der Unsicherheit  $w_2(s)$ .

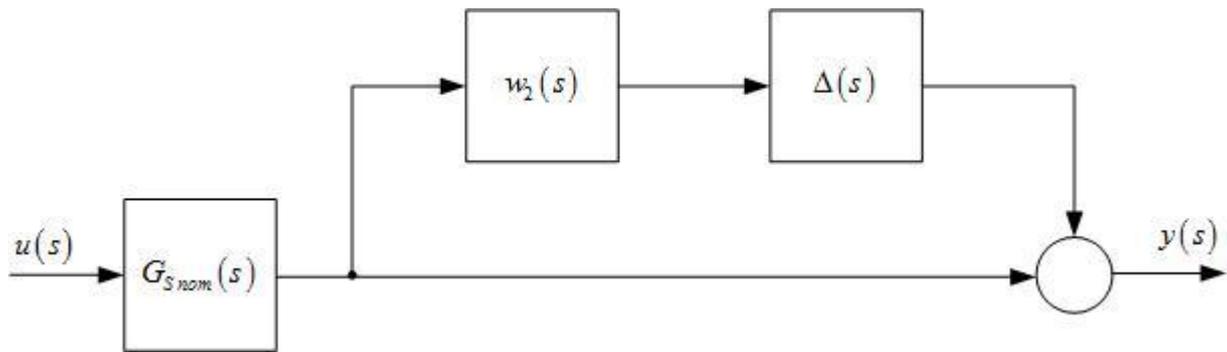


Abb. 48: Strukturbild eines multiplikativen unstrukturierten Unsicherheitsmodells

$$\tilde{G}_S(s) = G_{Snom}(s)(1 + w_2(s)\Delta(s))$$

$\tilde{G}_S(s)$ ..... unsichere Streckenübertragungsfunktion

F. 47  $G_{Snom}(s)$ ..... nominelle Streckenübertragungsfunktion

$w_2(s)$ ..... frequenzabhängige Gewichtung der Unsicherheit

$\Delta(s)$ ..... Unsicherheit  $|\Delta(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega$

In der Ortskurvendarstellung kann der Unsicherheitsbereich für jede Frequenz als Scheibe mit dem Radius  $|G_{Snom}(j\omega_K)w_2(j\omega_K)|$  und mit dem Mittelpunkt  $G_{Snom}(j\omega_K)$  dargestellt werden (Abb. 49).

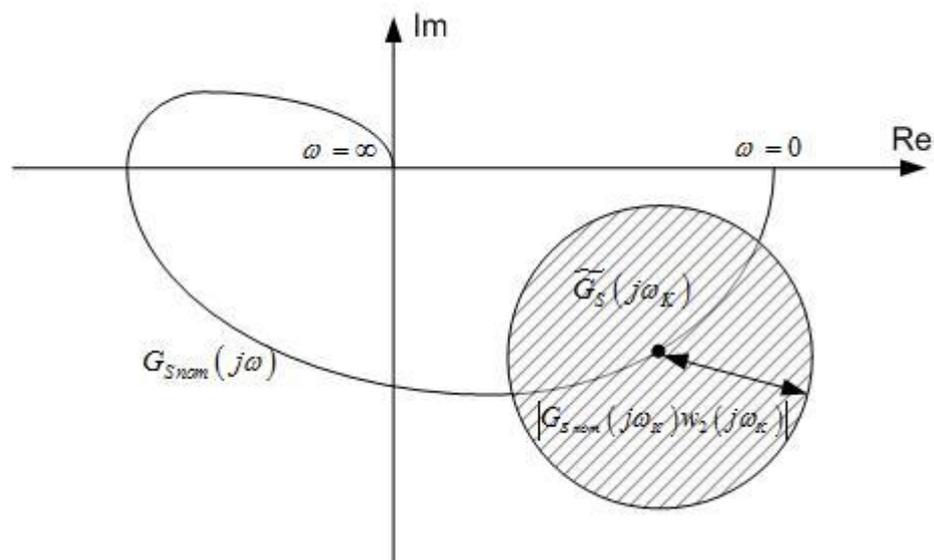
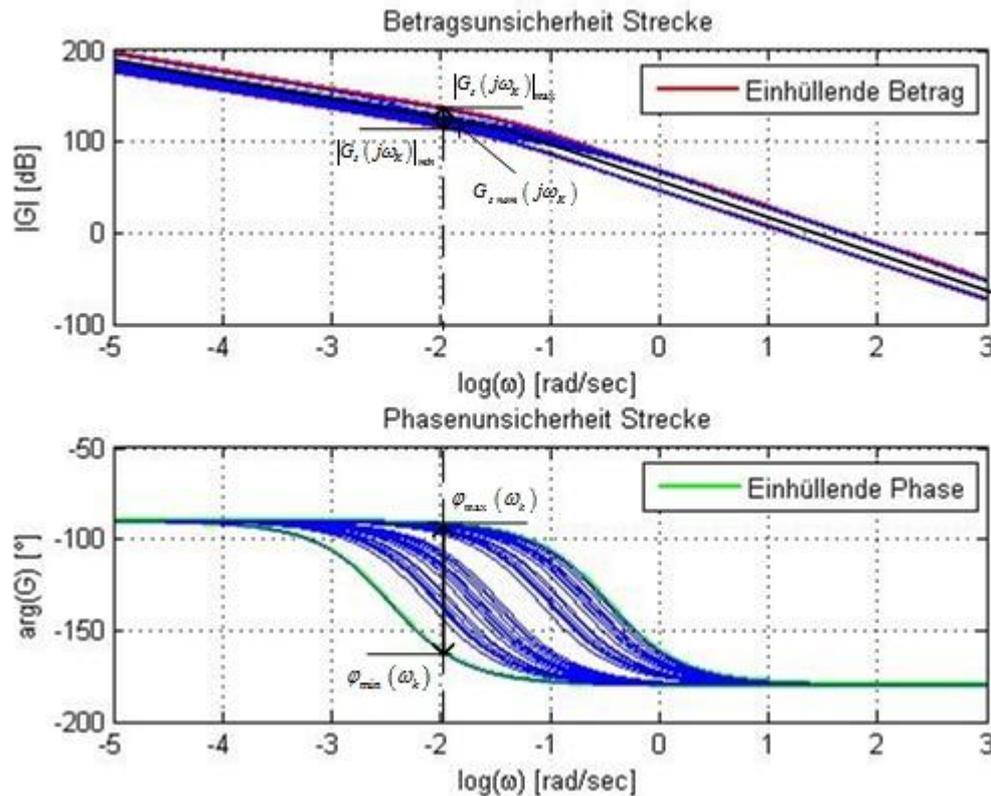


Abb. 49: Darstellung des Unsicherheitsbereichs bei multiplikativem Unsicherheitsmodell

## 6.2.2 Ermittlung eines multiplikativen Unsicherheitsmodells

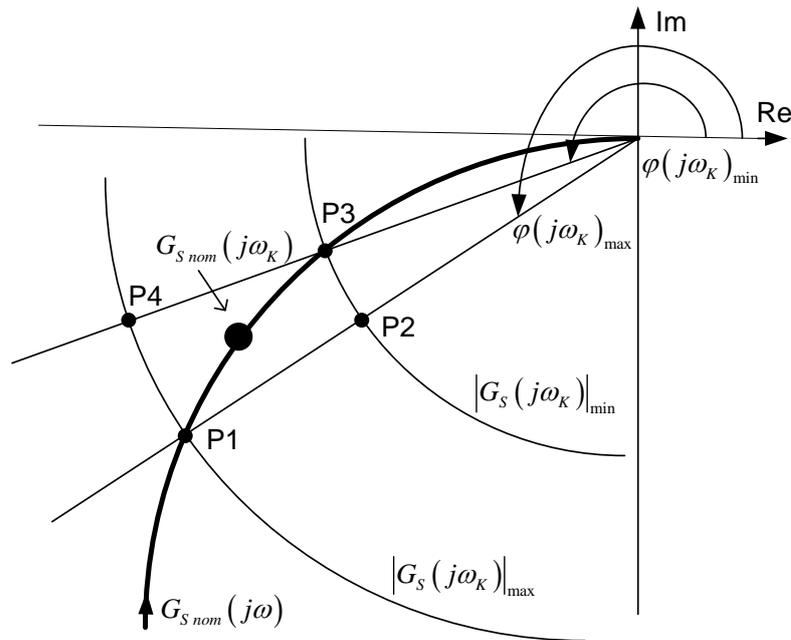
Es wurde nun versucht, aus dem bekannten parametrischen Unsicherheitsmodell ein unstrukturiertes, multiplikatives Unsicherheitsmodell abzuleiten.



**Abb. 50:** Der vom parametrischen Unsicherheitsmodell bekannte Unsicherheitsbereich für Betrag und Phase dient zur Ableitung eines unstrukturierten Unsicherheitsmodells

Durch die aus dem parametrischen Unsicherheitsmodell berechneten Einhüllenden ist bekannt, in welchem Bereich sich Betrag und Phase durch die Unsicherheit bei einer bestimmten Frequenz bewegen (Abb. 50).

Dieser Unsicherheitsbereich für eine bestimmte Frequenz im BODE- Diagramm entspricht in der Frequenzgangsortskurve einer Fläche, die durch die vier Punkte P1, P2, P3 und P4 begrenzt wird (Abb. 51).



**Abb. 51: Frequenzgangsortkurven-Darstellung des Unsicherheitsbereichs für eine bestimmte Frequenz**

Der Verlauf von  $G_{Snom}(j\omega)$  soll jetzt möglichst günstig festgelegt werden, um den Betrag von  $w_2(j\omega)$  für alle Frequenzen möglichst klein zu halten und somit die Einschränkungen beim Reglerentwurf, die sich durch die Unsicherheit ergeben, zu minimieren.

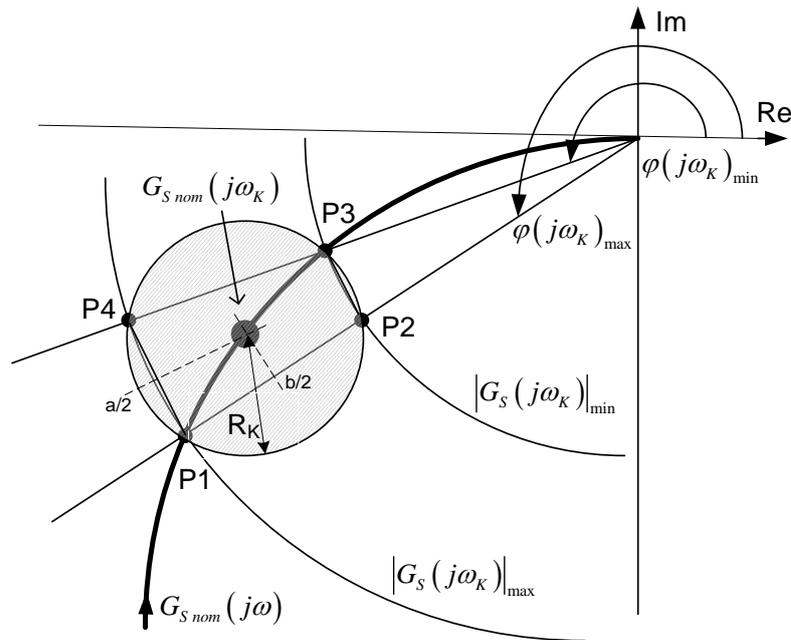
Der Unsicherheitsbereich, dargestellt in der Frequenzgangsortkurve, wird nun vereinfacht als gleichschenkeliges Trapez aufgefasst. Für ein gleichschenkeliges Trapez kann man einen Umkreis zeichnen, sodass alle vier Eckpunkte auf dem Kreis liegen. Der Mittelpunkt wird aus dem Schnittpunkt der Geraden, die normal auf die Seiten sind und durch die halben Seitenlängen laufen, berechnet.

Wird nun  $G_{Snom}(j\omega)$  so gewählt, dass die nominelle Streckenübertragungsfunktion für jede Frequenz in der Frequenzgangsortkurve den Mittelpunkt eines Kreises beschreibt (Abb. 52), auf dem auch die vier Punkte P1, P2, P3 und P4 liegen, die den Unsicherheitsbereich begrenzen, dann ist der Radius des Kreises minimal und es wird die bestmögliche Gewichtung der Unsicherheit  $|w_2(j\omega)|$  erreicht.

$$R_K = |G_{Snom}(j\omega_k) w_2(j\omega_k)| = |G_{Snom}(j\omega_k)| |w_2(j\omega_k)|$$

F. 48

$$|w_2(j\omega_k)| = \frac{R_K}{|G_{Snom}(j\omega_k)|}$$



**Abb. 52: Festlegung des bestmöglichen Verlaufs der nominellen Streckenübertragungsfunktion**

In Abb. 53 ist der sich aus den vorherigen Überlegungen ergebende Betrags-Frequenzgang der nominellen Strecke dargestellt, in Abb. 54 ist der sich daraus ergebende Betrags-Frequenzgang der Unsicherheit zu sehen.

Es wurden die Parameterunsicherheit, die sich aus den ungenau bestimmten bzw. zeitvarianten Parametern ergibt, sowie die Unsicherheit, die sich durch ein variables Massenträgheitsmoment ergibt, berücksichtigt. Der Unsicherheitsbereich, hervorgerufen durch ein variables Massenträgheitsmoment, umfasst, ausgehend vom Betrieb ohne Chuck, alle Chucks bis zum 1,2-fachen Massenträgheitsmoment des verwendeten Chucks. In diesen Bereich fallen alle verfügbaren Chucks.

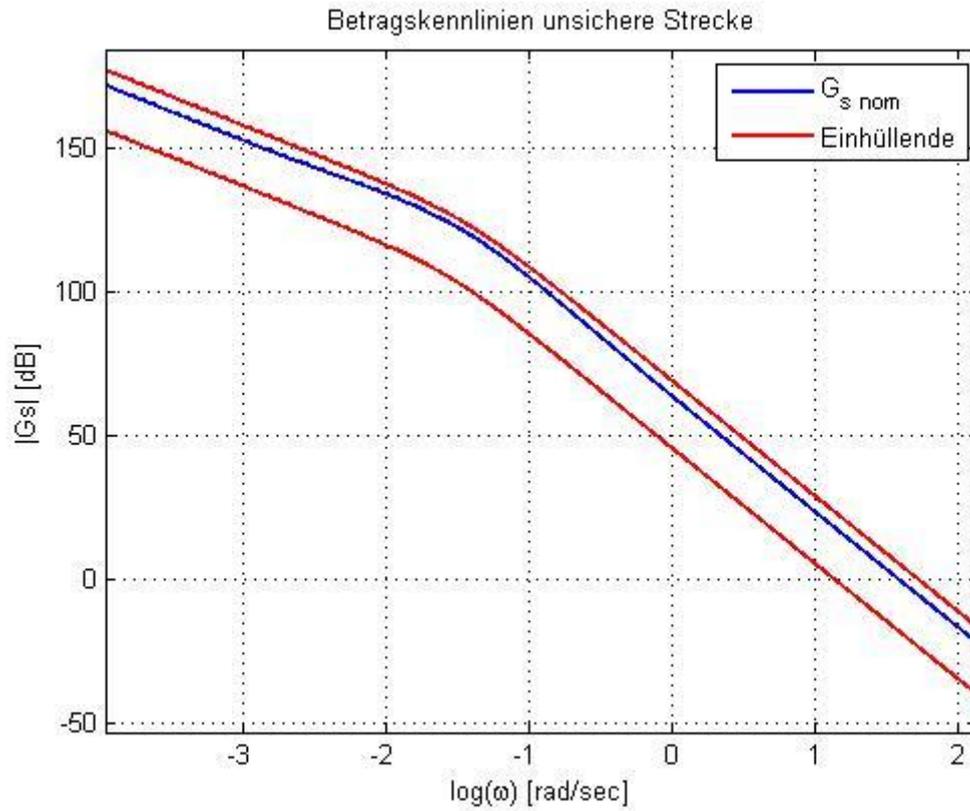


Abb. 53: Betrags-Frequenzgang der nominellen Strecke mit Einhüllenden

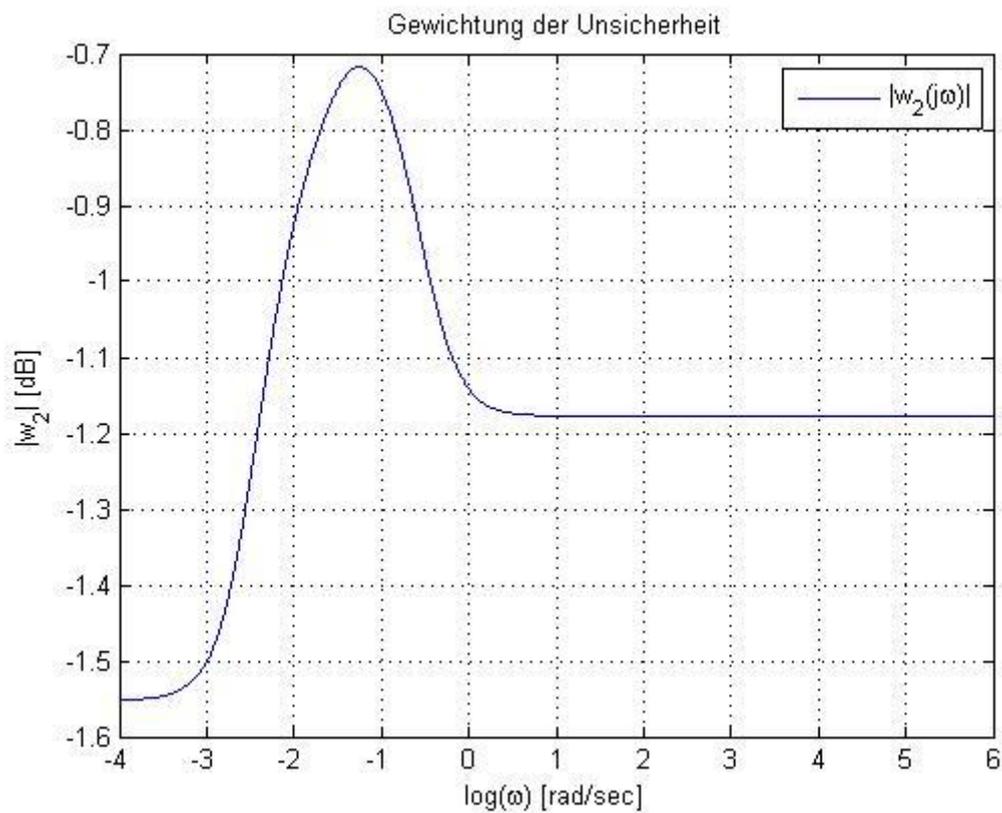
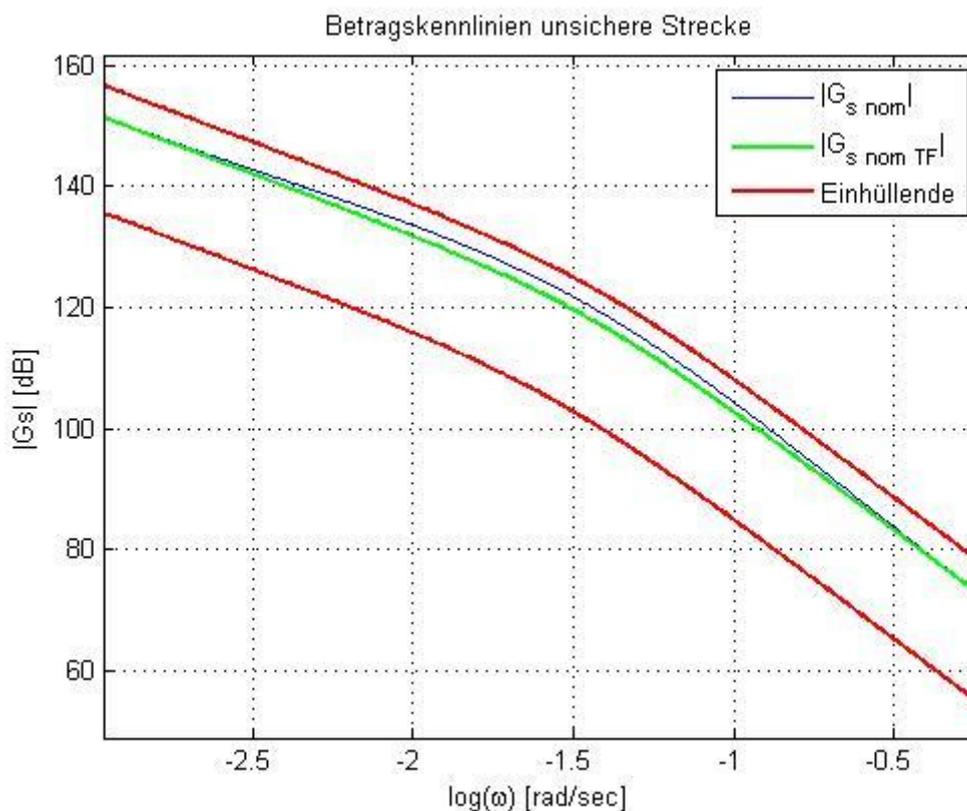


Abb. 54: Betrags-Frequenzgang der Gewichtung der Unsicherheit

Als nächster Schritt wurde versucht, den zuvor ermittelten Verlauf der Betragskennlinie der nominellen Strecke durch eine Übertragungsfunktion bestmöglich zu approximieren. Dazu wurde gewählt:

$$\text{F. 49 } G_{S \text{ nom TF}}(s) = \frac{4,03 \cdot 10^4}{(28s+1)s}$$

Diese Übertragungsfunktion stimmt oberhalb und unterhalb der Knickfrequenz gut mit dem gewünschten Verlauf überein, im Bereich der Knickfrequenz (0,039 rad/sec) gibt es allerdings Abweichungen, die zur Erhöhung der Betragskennlinie von  $w_{2 \text{ TF}}(j\omega)$  führen.



**Abb. 55: Approximation des ermittelten Verlaufs der Betragskennlinie der nominellen Strecke durch eine Übertragungsfunktion (gute Übereinstimmung ober- und unterhalb der Knickfrequenz)**

Da der Verlauf der Betragskennlinie der nominellen Strecke durch die Approximation mit einer Übertragungsfunktion nun vom idealen Verlauf abweicht, erfolgte die Berechnung des Betragsfrequenzganges der Gewichtung der Unsicherheit  $w_{2 \text{ TF}}(j\omega)$  auf eine andere Weise, wie in F. 50 dargestellt ist.

Für jede Frequenz wurde der Betrag der Gewichtung der Unsicherheit bestimmt. Zuerst erfolgte die Bestimmung der komplexen Werte der Punkte P1, P2, P3 und P4, die den Unsicherheitsbereich begrenzen, für jede Frequenz aus der Frequenzgangsortskurve.

$$\tilde{G}_S(j\omega) = G_{S \text{ nom } TF}(j\omega)(1 + w_{2TF}(j\omega)\Delta(j\omega))$$

$$\frac{\tilde{G}_S(j\omega)}{G_{S \text{ nom } TF}(j\omega)} - 1 \leq w_{2TF}(j\omega)\Delta(j\omega)$$

F. 50

Es gilt:  $\|\Delta\|_\infty \leq 1$  daher kann man schreiben:

$$\left| \frac{\tilde{G}_S(j\omega)}{G_{S \text{ nom } TF}(j\omega)} - 1 \right| \leq |w_{2TF}(j\omega)| \quad \forall \omega$$

Anschließend wurden die vier pro Frequenz erhaltenen Betrags-Frequenzgänge der Gewichtung der Unsicherheit ermittelt und daraus der maximale Wert als Betrags-Frequenzgang der Gewichtung der Unsicherheit laut F. 51 bestimmt.

$$\text{F. 51} \quad \left| \frac{\tilde{G}_S(j\omega)}{G_{S \text{ nom } TF}(j\omega)} - 1 \right|_{\max} \leq |w_{2TF}(j\omega)| \quad \forall \omega$$

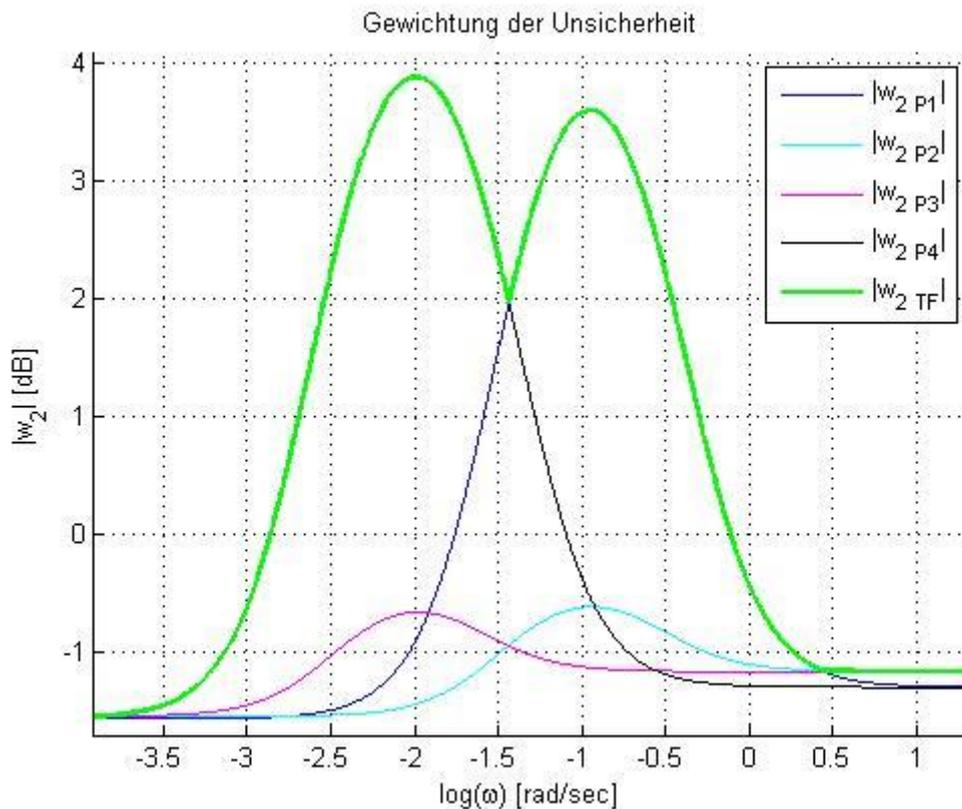


Abb. 56: Betragsfrequenzgänge der sich aus der Betrachtung von P1, P2, P3 und P4 ergebenden Gewichtungen der Unsicherheit, sowie die aus den Maximalwerten erhaltene resultierende Gewichtung der Unsicherheit

In Abb. 57 ist im Vergleich zur als ideal bestimmten Gewichtung der Unsicherheit aufgrund der Approximation durch die Übertragungsfunktion F. 49 eine deutliche Erhöhung der Betragskennlinie und somit eine Verschlechterung der Voraussetzungen für den Reglerentwurf erkennbar.

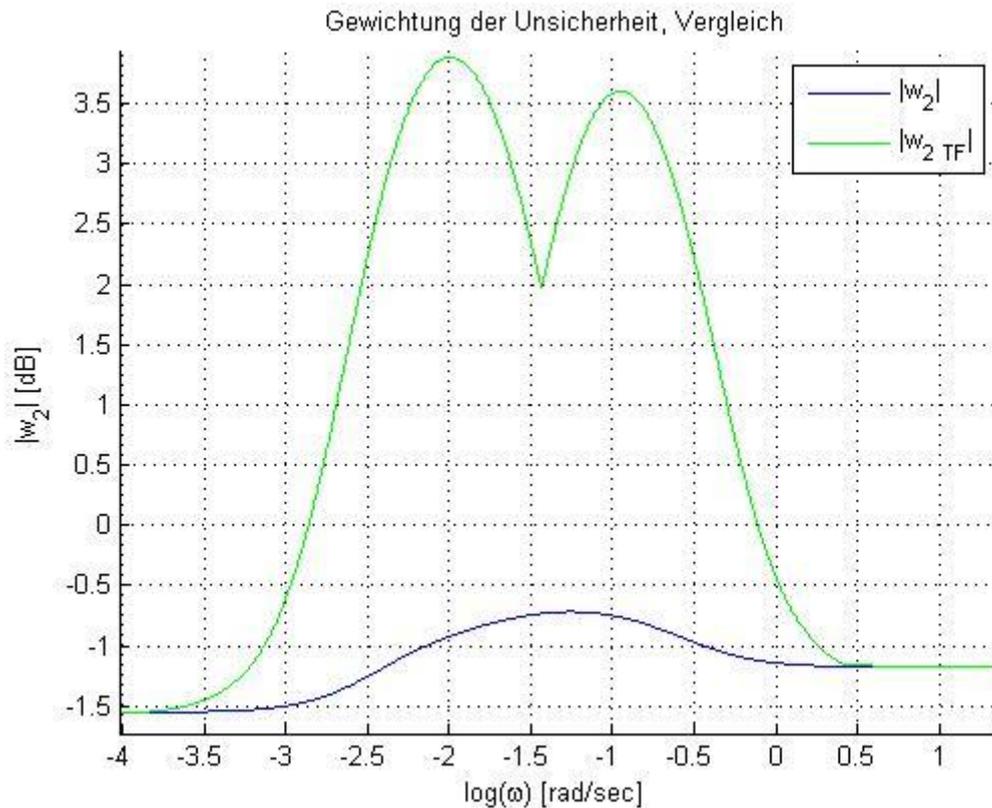


Abb. 57: Vergleich ideale und durch Übertragungsfunktion approximierte Gewichtung der Unsicherheit

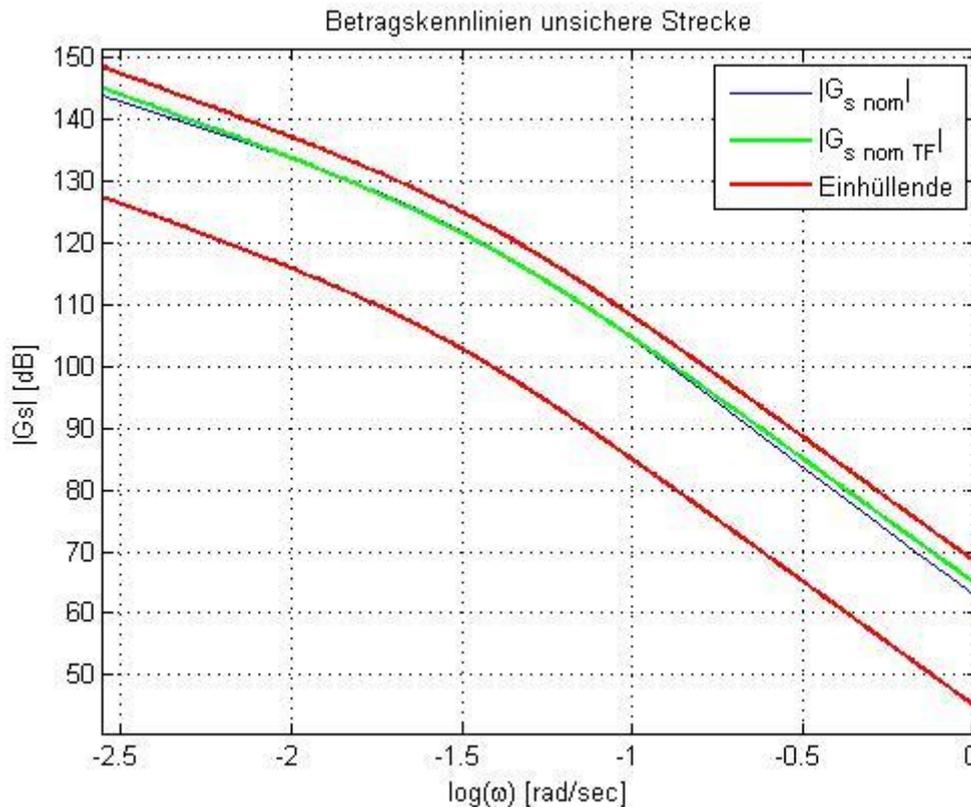
Man sieht, dass die Betragskennlinie der Gewichtung der Unsicherheit  $w_2$  im Bereich der Knickfrequenz der Streckenübertragungsfunktion (0,039 rad/sec) deutlich über der 0 dB Linie liegt. Um einen Regler mit zufriedenstellendem Führungsverhalten entwerfen zu können, ist es aber, wie wir später sehen werden, erforderlich, dass der Betrag der Gewichtung der Unsicherheit in diesem Bereich niedriger Frequenzen unter der 0 dB Linie liegt<sup>1</sup>.

Es wurde nun die Betragskennlinie der nominellen Streckenübertragungsfunktion durch Erhöhung der Verstärkung weiter nach oben verschoben, um sie im Bereich der

<sup>1</sup> Kriterium für robuste Performance:  $\|w_1 S\| + \|w_2 T\|_{\infty} < 1$ , daraus erhält man die

Knickfrequenz besser an ihren gewünschten Verlauf anzupassen. Für diese veränderte nominelle Streckenübertragungsfunktion wurde folgende Übertragungsfunktion gewählt:

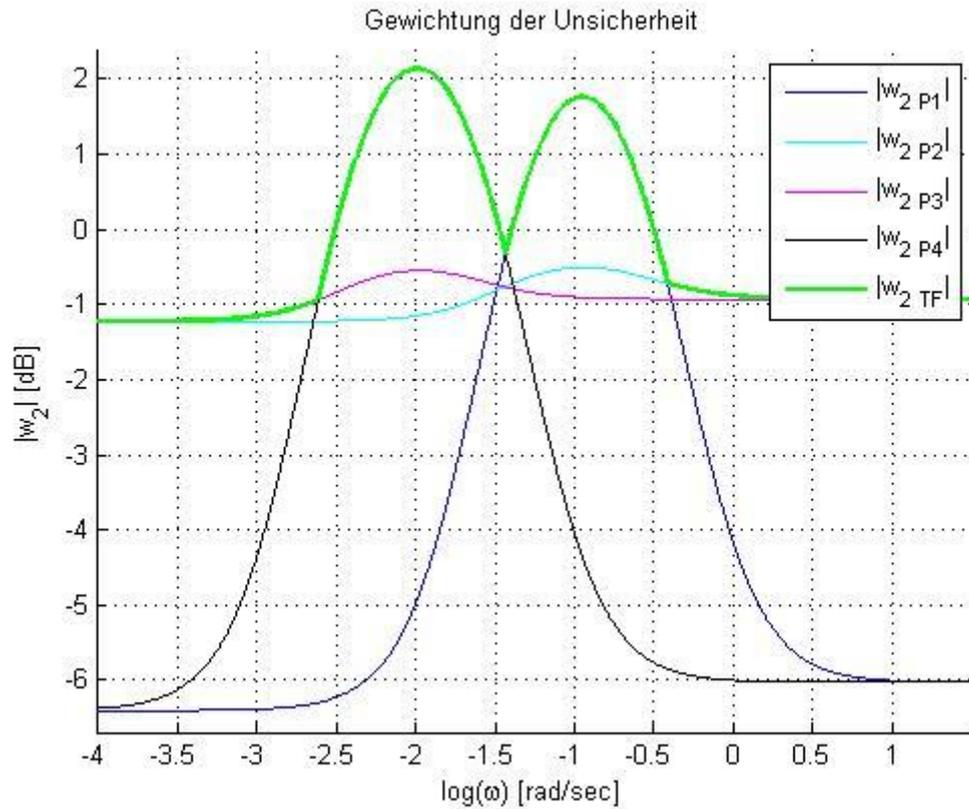
$$\text{F. 52 } G_{S \text{ nom TF}}(s) = \frac{4,03 \cdot 10^4}{(28s + 1)s}$$



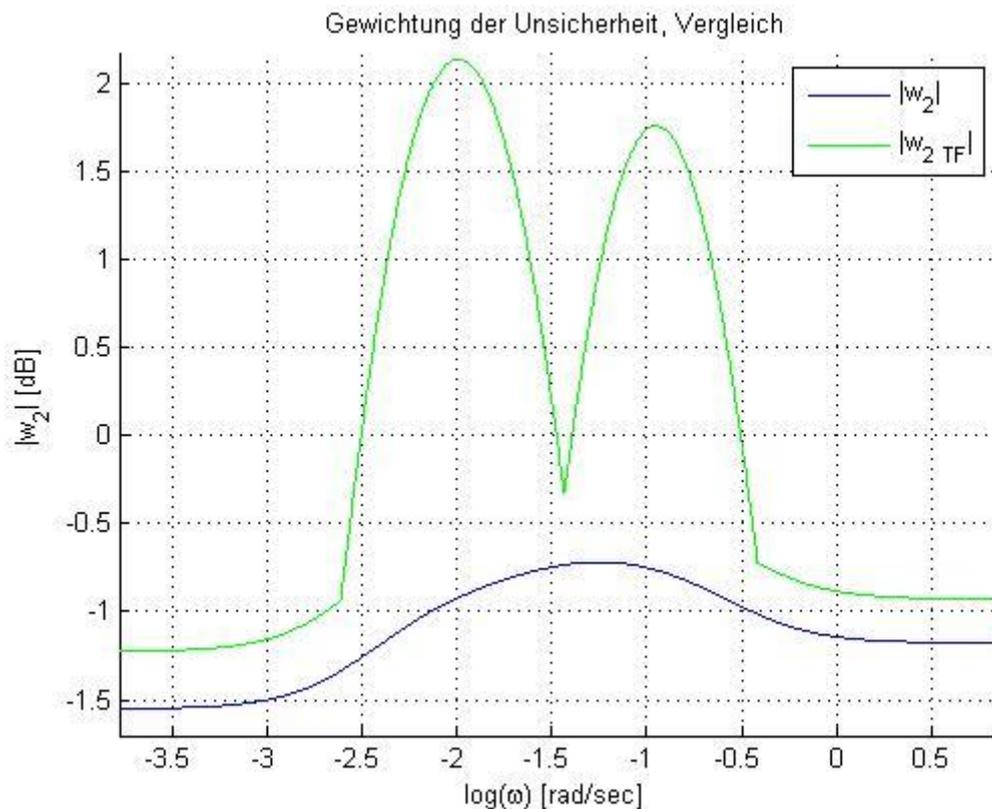
**Abb. 58: Approximation des ermittelten Verlaufs der Betragskennlinie der nominellen Strecke durch eine Übertragungsfunktion (gute Übereinstimmung im Bereich der Knickfrequenz)**

Durch Anpassung der Betragskennlinie der nominellen Strecke an den idealen Verlauf im Bereich der Knickfrequenz ist in diesem Bereich eine Absenkung des Maximalwertes des Betragsfrequenzganges der Gewichtung der Unsicherheit möglich, im übrigen Frequenzbereich kommt es hingegen zu einer Anhebung der Betragskennlinie (vgl. Abb. 59).

In Abb. 60 ist im Vergleich zu Abb. 57 zwar eine Verbesserung feststellbar, der Betragsfrequenzgang der Unsicherheit überschreitet aber nach wie vor die 0 dB-Linie.



**Abb. 59: Betragsfrequenzgänge der sich aus der Betrachtung von P1, P2, P3 und P4 ergebenden Gewichtungen der Unsicherheit, sowie die aus den Maximalwerten erhaltene resultierende Gewichtung der Unsicherheit**



**Abb. 60: Vergleich ideale und durch Übertragungsfunktion approximierte Gewichtung der Unsicherheit**

Wird die Verstärkung noch weiter erhöht, so nehmen die Maxima auf Kosten des übrigen Bereichs weiter ab. Es wurde eine neue nominelle Streckenübertragungsfunktion (F. 53) gewählt:

$$\text{F. 53 } G_{S \text{ nom TF}}(s) = \frac{7,5 \cdot 10^4}{(29,7s + 1)s}$$

In Abb. 61 ist der neue Verlauf der nominellen Übertragungsfunktion zu sehen, in Abb. 62 ist der Betragsfrequenzgang der ermittelten Gewichtung der Unsicherheit abgebildet.

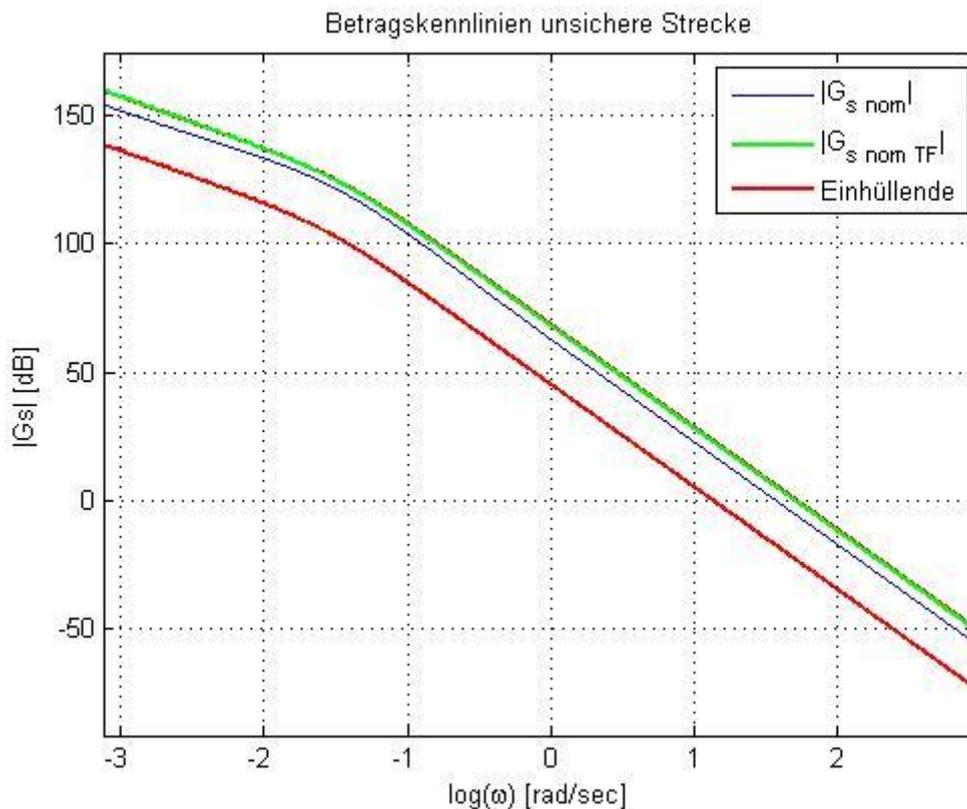
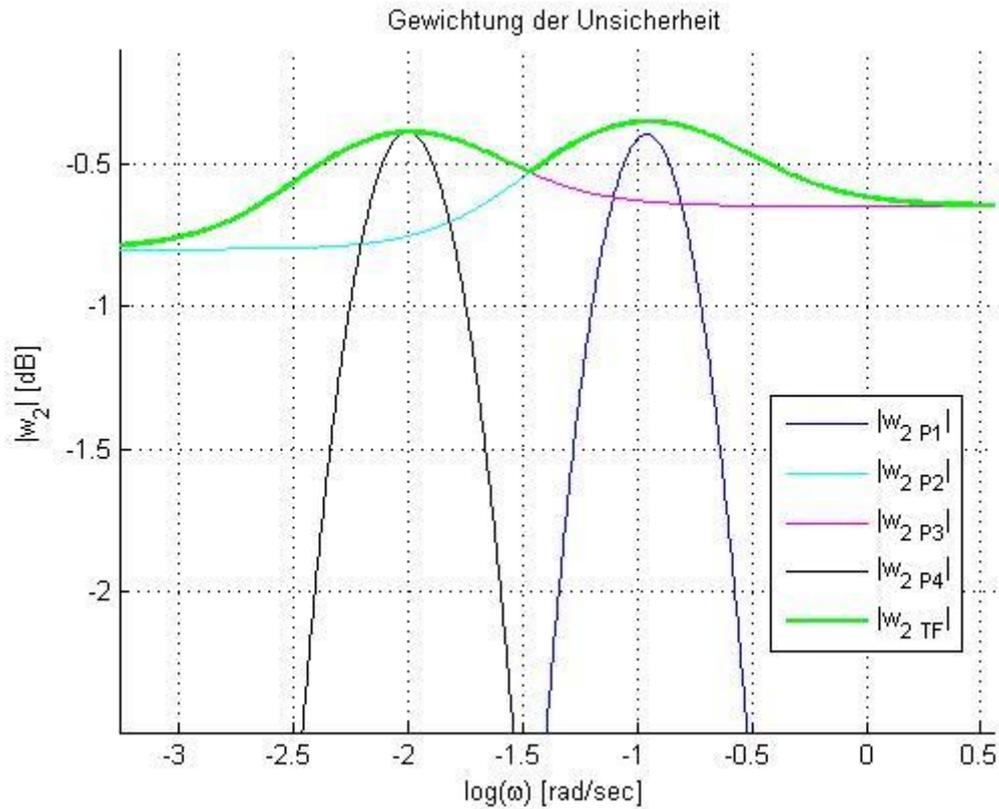
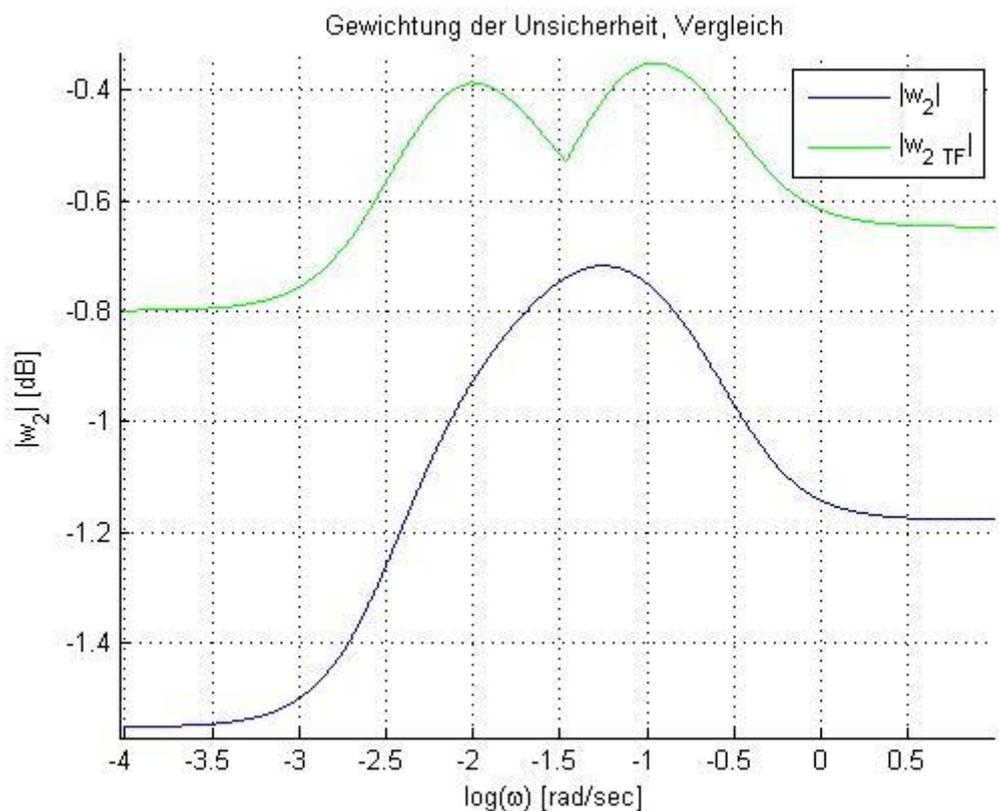


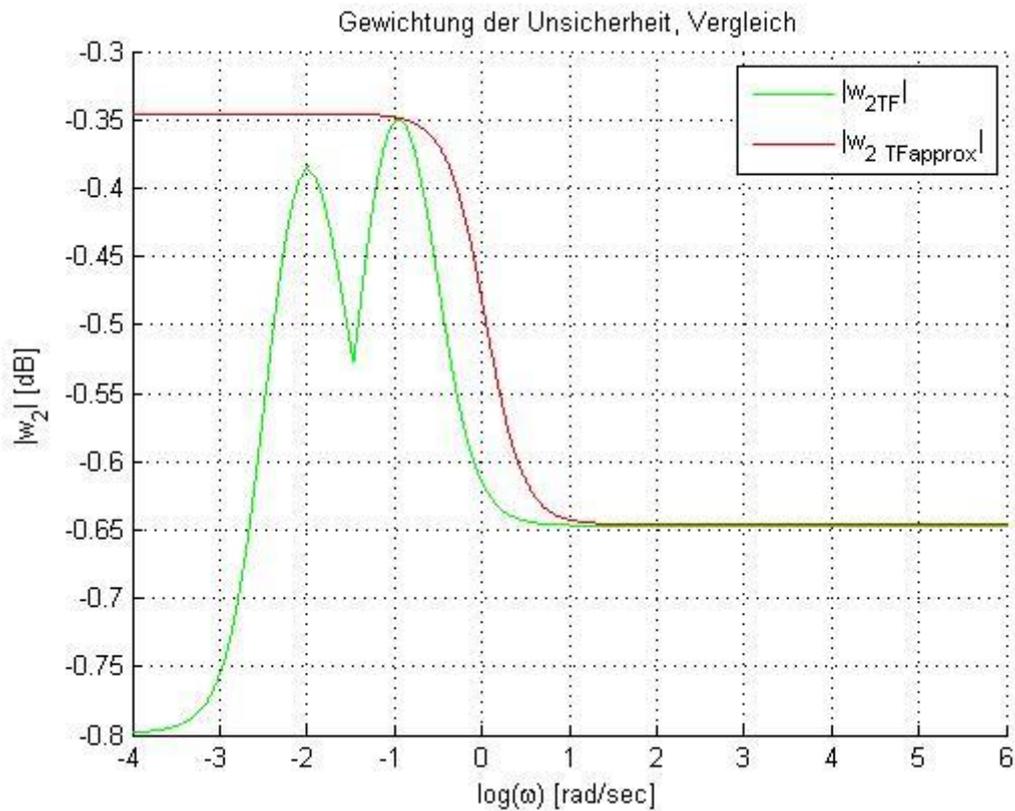
Abb. 61: Gewählter neuer Betrags-Verlauf der nominellen Übertragungsfunktion



**Abb. 62: Betragsfrequenzgänge der sich aus der Betrachtung von P1, P2, P3 und P4 ergebenden Gewichtungen der Unsicherheit, sowie die aus den Maximalwerten erhaltene resultierende Gewichtung der Unsicherheit**



**Abb. 63: Vergleich ideale und durch Übertragungsfunktion approximierte Gewichtung der Unsicherheit**



**Abb. 64: Approximation der Betragskennlinie der Gewichtung der Unsicherheit durch eine Übertragungsfunktion**

Mit der Wahl der nominellen Übertragungsfunktion laut F. 53 liegt die Betragskennlinie der Gewichtung der Unsicherheit im Bereich niedriger Frequenzen unter der 0 dB Linie und es sind die Voraussetzungen für einen sinnvollen Reglerentwurf erfüllt. In Abb. 63 ist der Verlauf des Betragsfrequenzganges der Gewichtung der Unsicherheit im Vergleich zum idealen Verlauf dargestellt.

Eine mögliche Approximation dieser Betragskennlinie durch die Übertragungsfunktion F. 54 hat sich beim Reglerentwurf als günstig herausgestellt.

$$\text{F. 54 } w_{2TFapprox}(s) = 0,961 \frac{1 + \frac{s}{1,118}}{1 + \frac{s}{1,08}}$$

Die Approximation der Betragskennlinie der Gewichtung der Unsicherheit ist in Abb. 64 dargestellt.

## 7 Loopshaping-Handentwurf

Basierend auf dem zuvor ermittelten unstrukturierten multiplikativen Unsicherheitsmodell soll nun mit Hilfe des Loopshaping-Handentwurfs [3] ein robuster Regler entworfen werden, wobei auch noch Performanceeigenschaften beim Entwurf einbezogen werden können.

### 7.1 Theoretische Grundlagen

Aus der Struktur des multiplikativen Unsicherheitsmodells und dem „small gain theorem“ erhält man die Forderung, die für robuste Stabilität notwendig ist:

$$\|w_2(j\omega)T(j\omega)\|_\infty < 1$$

F. 55

$w_2(j\omega)$ .....Gewichtung der Unsicherheit

$T(j\omega)$  .....Führungsübertragungsfunktion

Um Robustheit zu garantieren, muss das Produkt aus der Gewichtung der Unsicherheit und der Führungsübertragungsfunktion für alle Frequenzen kleiner als Eins sein.

Die Gleichung kann auch grafisch interpretiert werden:

Die Bedingung für robuste Stabilität ist dann erfüllt, wenn sich der -1 Punkt für alle Frequenzen außerhalb des Unsicherheitskreises befindet (F. 56).

$$\begin{aligned} \text{F. 56} \quad \|w_2(j\omega)T(j\omega)\|_\infty &= \left\| w_2(j\omega) \frac{L_{nom}(j\omega)}{1+L_{nom}(j\omega)} \right\|_\infty < 1 \\ &\Rightarrow |w_2(j\omega)L_{nom}(j\omega)| < |1+L_{nom}(j\omega)| \quad \forall \omega \end{aligned}$$

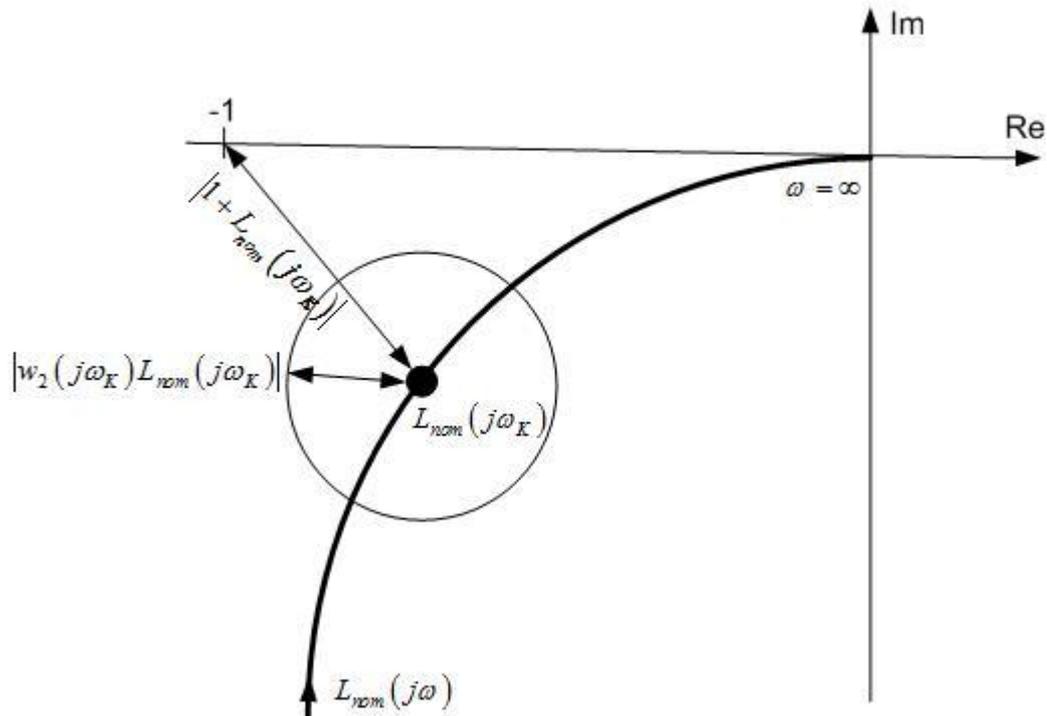


Abb. 65: Grafische Interpretation der Bedingung für robuste Stabilität

Zur Beurteilung der Performanceeigenschaften wird die Störungsübertragungsfunktion  $S(s)$  herangezogen:

$$\text{F. 57 } S(s) = \frac{1}{1 + R(s)G_s(s)} \quad S(s) \dots \dots \text{Störungsübertragungsfunktion}$$

Um eine bestmögliche Performance zu erreichen, soll die Betragskennlinie des Störungsfrequenzganges  $S(j\omega)$  möglichst weit und in einem möglichst großen Frequenzbereich unterhalb der 0 dB-Linie liegen. Bei sehr großen Frequenzen wird die Betragskennlinie jedoch aufgrund der Tiefpasseigenschaft der Strecke immer eine Verstärkung von Eins erreichen, dies bedeutet, dass der Regler dann keinen Einfluss mehr auf die Strecke besitzt. Im Bereich der Knickfrequenz lässt sich im Allgemeinen nicht verhindern, dass die Betragskennlinie des Störungsfrequenzganges kurzzeitig eine Verstärkung größer als Eins besitzt. Man versucht jedoch, die Unendlichnorm des Störungsfrequenzganges möglichst klein zu halten, da deren Kehrwert eine untere Grenze für die Phasenreserve liefert, wie sich durch die Heuristik<sup>2</sup> - angegeben in F. 58 - grob abschätzen lässt.

<sup>2</sup> Vgl. z.B. [3].

F. 58  $\phi_R \geq \|S\|_\infty^{-1}$   
 $\phi_R$ .....Phasenreserve in [rad]  $\|S\|_\infty$ ..... $\sup_{\omega}(|S(j\omega)|)$ , linear

Ist die Unendlichkeitsnorm der Störungsübertragungsfunktion linear größer als 4, so ist eine schlechte Performance die Folge.

Um die Performanceeigenschaften zu spezifizieren, wird eine weitere Gewichtungsfunktion  $w_1(s)$  eingeführt. Dabei stellt der Verlauf von  $|1/w_1|$  eine obere Schranke für den Störungsfrequenzgang  $S(j\omega)$  dar. Durch die Festlegung von  $M$  kann eine minimal zulässige Phasenreserve definiert werden, die geforderte Bandbreite des Regelkreises wird durch die Festlegung von  $\omega_B^*$  bestimmt und je kleiner  $A$  ist, desto besser ist die Regelgüte bei tiefen Frequenzen.

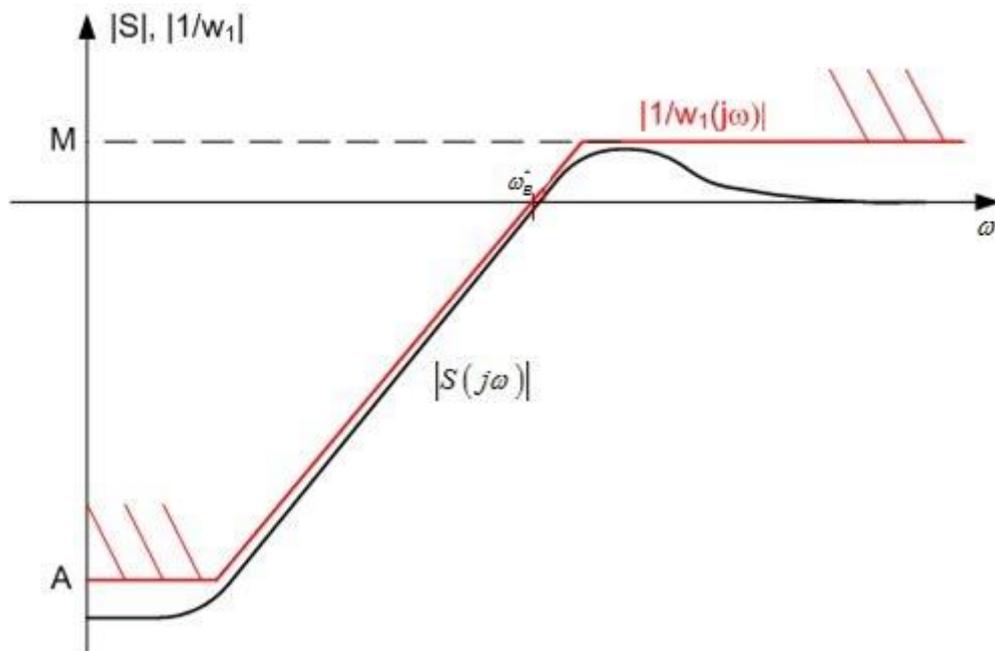


Abb. 66: Festlegung von  $w_1$  zur Beeinflussung der Performance

Damit ergibt sich als Forderung für die nominelle Performance:

$$|S(j\omega)| < \left| \frac{1}{w_1(j\omega)} \right| \quad \forall \omega$$

F. 59  $|w_1(j\omega)S(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega$

$$\Rightarrow \|w_1(j\omega)S(j\omega)\|_\infty < 1$$

Grafisch dargestellt ist diese Forderung in Abb. 67. Sie bedeutet, dass die Übertragungsfunktion des offenen Kreises für alle Frequenzen immer außerhalb eines Kreises mit Zentrum -1 und Radius  $|w_1|$  liegen muss (F. 60).

$$\text{F. 60} \quad \left\| w_1(j\omega) S(j\omega) \right\|_{\infty} = \left\| w_1(j\omega) \frac{1}{1 + L_{nom}(j\omega)} \right\|_{\infty} < 1$$

$$\Rightarrow |w_1| < |1 + L_{nom}(j\omega)| \quad \forall \omega$$

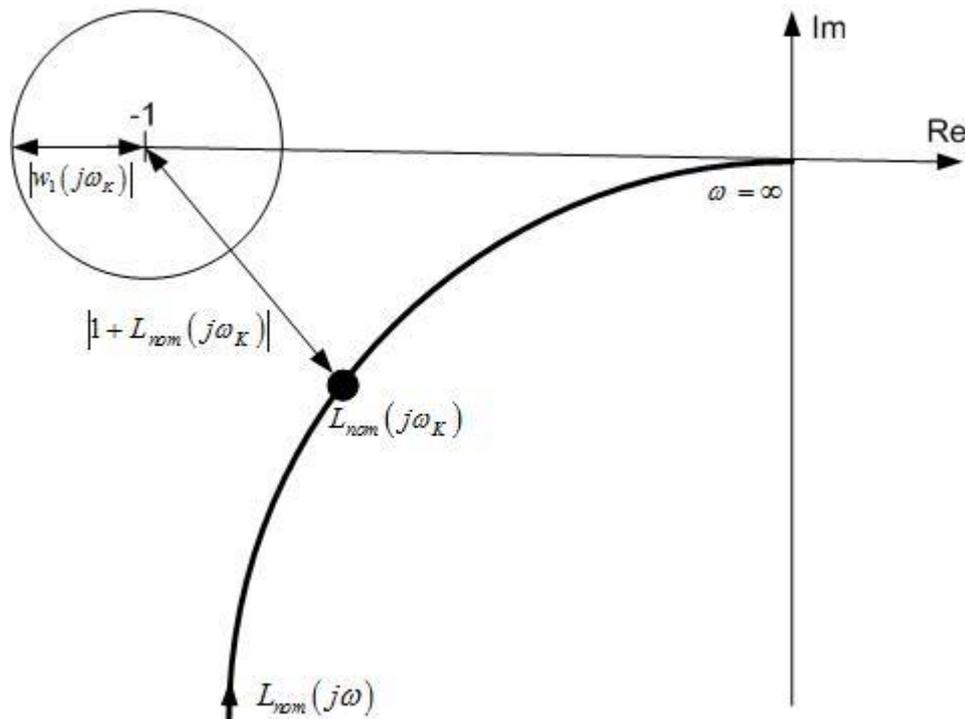


Abb. 67: Grafische Interpretation der Bedingung für nominelle Performance

Es soll nun für alle im Unsicherheitsmodell abgedeckten Strecken eine vorgegebene Performance erreicht werden. Man spricht dann von robuster Performance und es ist eine Kombination der Forderungen aus robuster Stabilität und nomineller Performance zu erfüllen.

### Robuste Performance:

$$\text{F. 61} \quad \left\| w_1(j\omega) S(j\omega) \right\| + \left\| w_2(j\omega) T(j\omega) \right\|_{\infty} < 1$$

In der grafischen Darstellung in Abb. 68 bedeutet dies, dass sich die Kreise für nominelle Performance und robuste Stabilität für alle Frequenzen nicht schneiden.

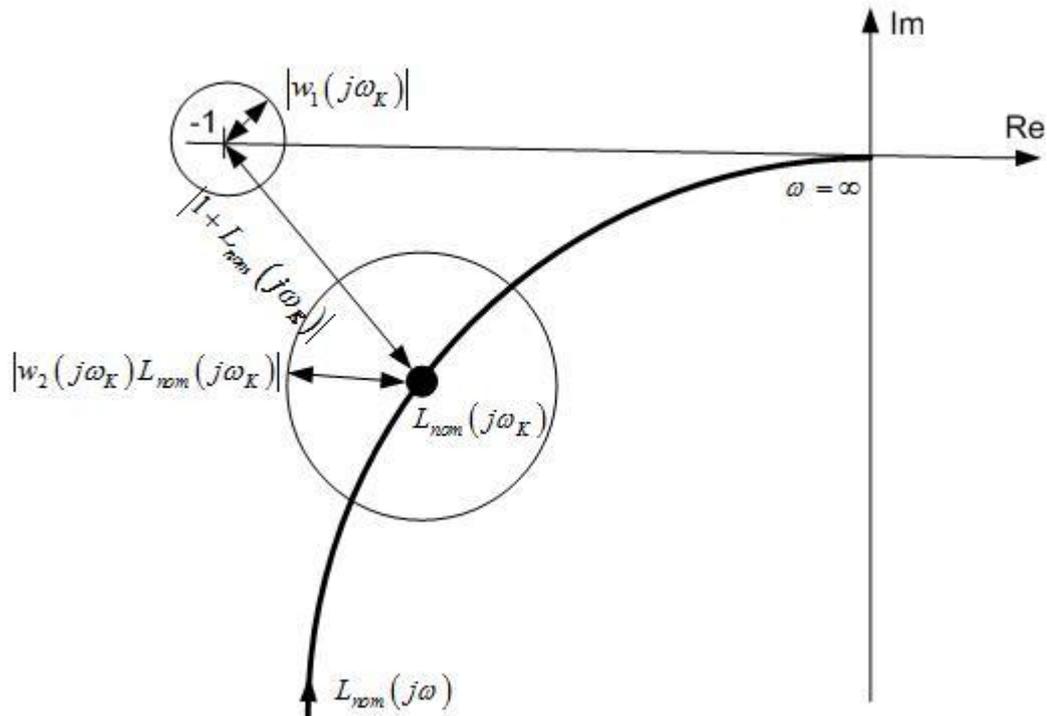


Abb. 68: Grafische Interpretation der Bedingung für robuste Performance

## 7.2 Vorgangsweise beim Entwurf

Um noch eine gute robuste Performance zu erreichen, wurde der maximale Betrag  $M$  des Störungsfrequenzganges  $S(j\omega)$  auf eine lineare Verstärkung von 4 begrenzt, damit beträgt die Phasenreserve in jedem Fall mindestens  $14,3^\circ$ .

$$\phi_R \geq \|S\|_\infty^{-1} = 14,3^\circ$$

Da ein integrierender Regler gewünscht wird (der offene Kreis enthält dann zwei Integrierer), wurde im unteren Frequenzbereich ein Anstieg der Betragskennlinie des Störungsfrequenzganges  $S(j\omega)$  von 40 dB/Dekade gefordert. Die Bandbreite wurde so gewählt, dass sie möglichst groß ist und noch ein Regler mit den spezifizierten Eigenschaften gefunden werden kann, damit wurde  $w_i(s)$  laut F. 62 festgelegt. In Abb. 69 ist der spezifizierte Betragsfrequenzgang von  $1/w_1(j\omega)$  im Vergleich zum Betragsfrequenzgang der Störungsübertragungsfunktion, der sich mit dem zuvor entworfenen koprimen Regler mit  $\alpha=50$  und zuvor bestimmter nomineller Streckenübertragungsfunktion ergibt, zu sehen.

$$\text{F. 62 } w_1(s) = 4 \frac{s^2}{16^2 \left(1 + \frac{s}{16}\right)^2}$$

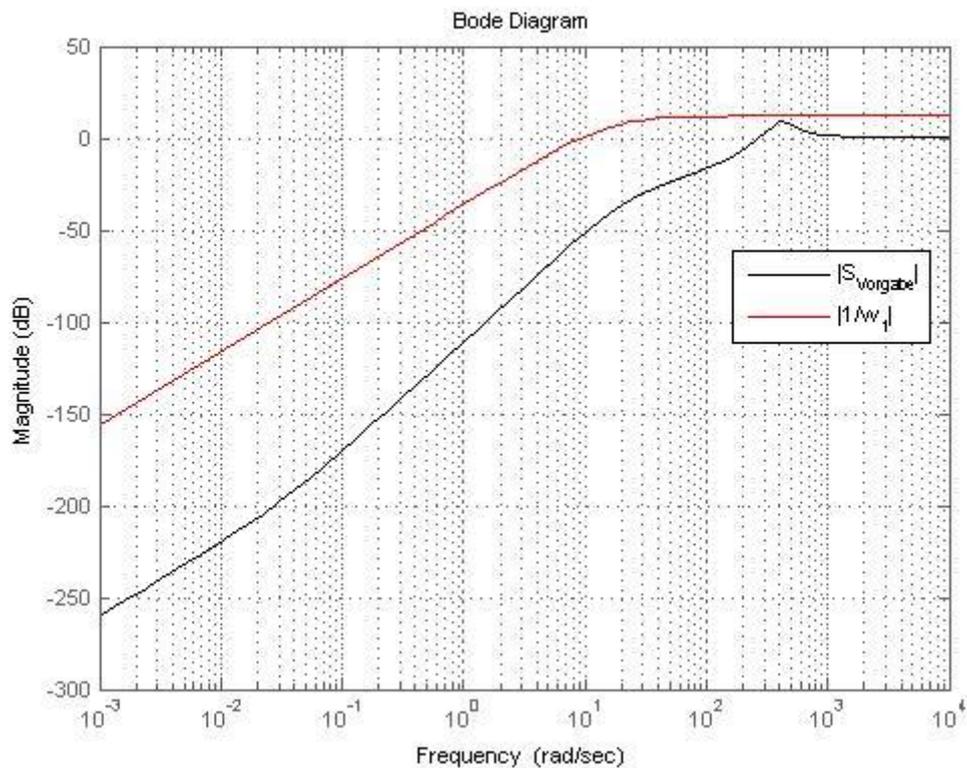


Abb. 69: Spezifizierung der Störungsübertragungsfunktion zur Performancevorgabe

In Abb. 70 wurden für den eigentlichen Entwurf die Grenzen im Bereich niedriger Frequenzen (unterhalb der Durchtrittsfrequenz) und im Bereich höherer Frequenzen (oberhalb der Durchtrittsfrequenz des Betragsfrequenzganges des offenen Kreises) eingezeichnet, innerhalb denen sich die Betragskennlinie des offenen Kreises bewegen muss. Im Bereich der Durchtrittsfrequenz muss die Erfüllung der Forderung für robuste Performance noch nach dem durchgeführten Entwurf überprüft werden.  $L_{nom}(j\omega)$  wird nun vereinfacht mit  $L(j\omega)$  bezeichnet.

Zum Berechnen der Grenzen wird angenommen, dass im Bereich niedriger Frequenzen gilt:

$$|L(j\omega)| \gg 1$$

$$\text{F. 63} \Rightarrow |S(j\omega)| \approx \frac{1}{|L(j\omega)|}$$

$$\Rightarrow |T(j\omega)| \approx 1$$

Und im Bereich hoher Frequenzen, oberhalb der Durchtrittsfrequenz, gilt:

$$|L(j\omega)| \ll 1$$

$$\text{F. 64} \Rightarrow |S(j\omega)| \approx 1$$

$$\Rightarrow |T(j\omega)| \approx |L(j\omega)|$$

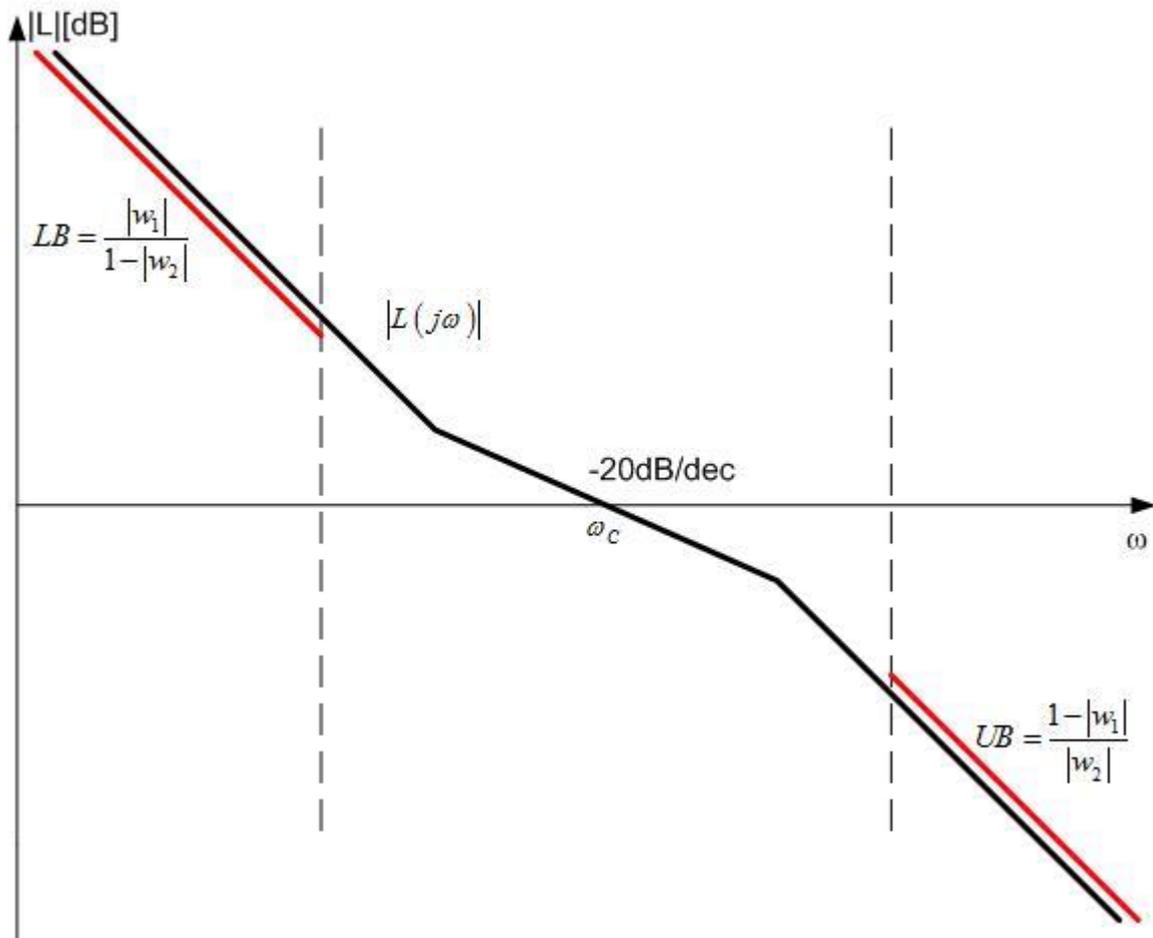


Abb. 70: Festlegung der Grenzen für die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

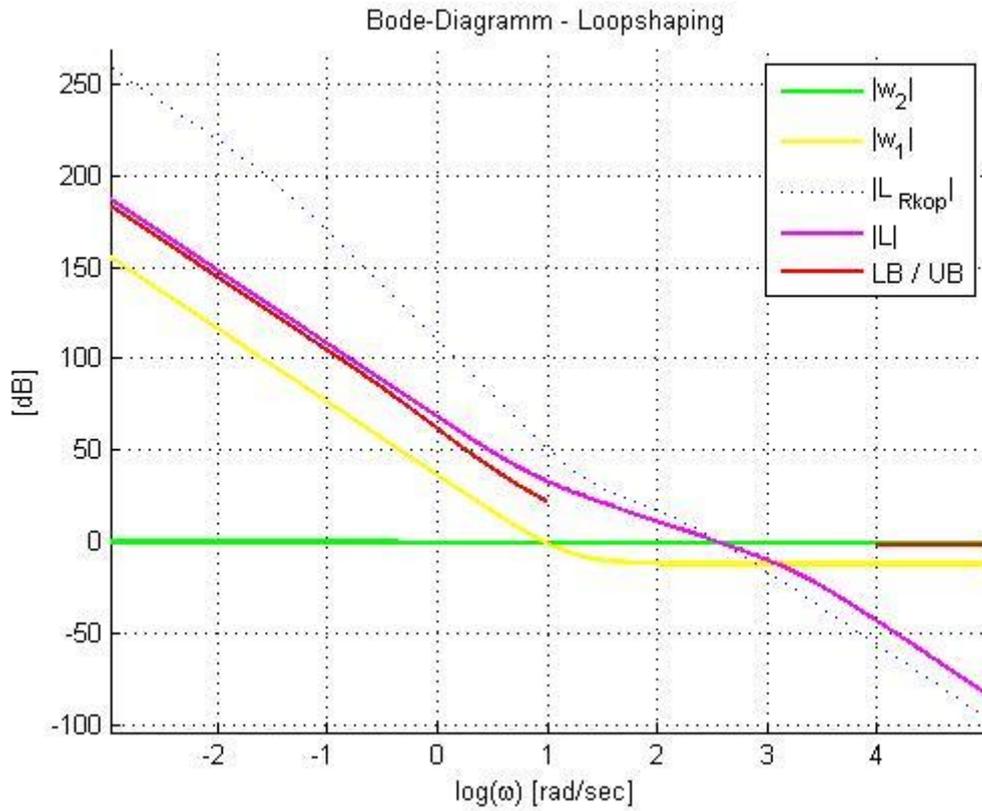
Aus Stabilitätsgründen ist der Abfall der Betragskennlinie des offenen Kreises mit -20 dB/Dekade zu wählen. Beim Festlegen der Übertragungsfunktion des offenen Kreises ist zusätzlich zum Einhalten der Grenzen noch zu beachten, dass für den Grad der Übertragungsfunktion gelten muss:

$$\text{Gradunterschied}(L) \geq \text{Gradunterschied}(G_s)$$

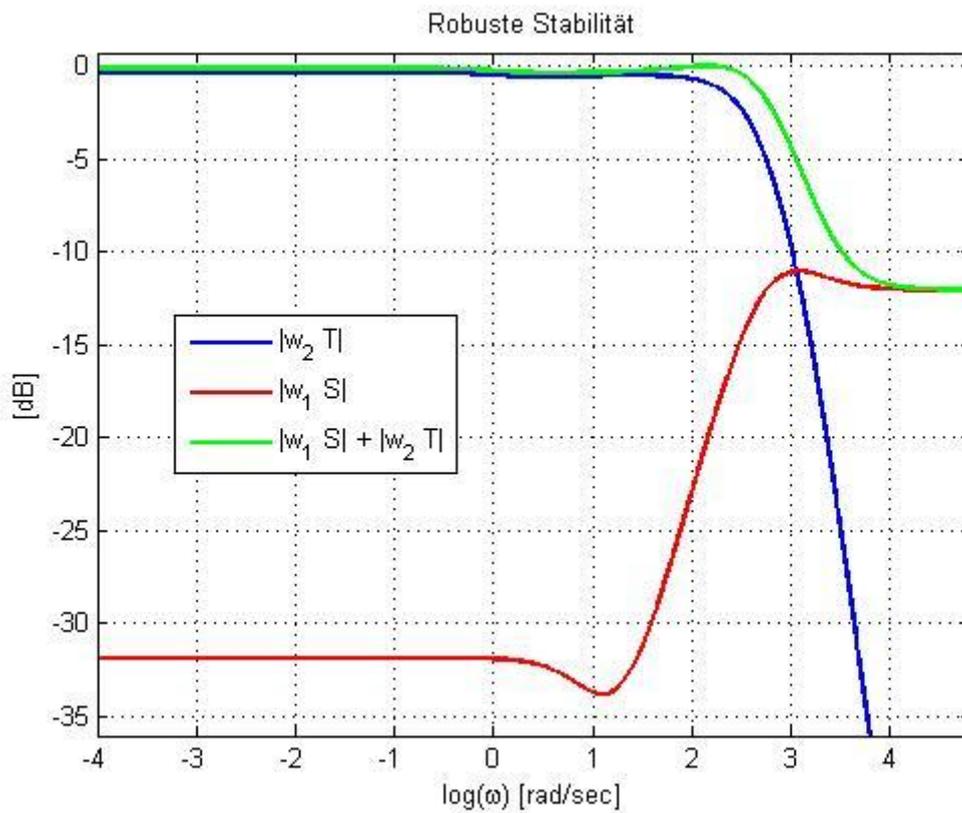
Aus der festgelegten Übertragungsfunktion des offenen Kreises kann der Regler laut F. 65 berechnet werden, wobei die interne Stabilität noch zu überprüfen ist.

$$\text{F. 65 } R(s) = \frac{L(s)}{G_s(s)}$$

In Abb. 71 ist der Betragsfrequenzgang der festgelegten zulässigen Übertragungsfunktion des offenen Kreises zu sehen, die Durchtrittsfrequenz entspricht der des offenen Kreises bei Verwendung des koprimen Reglers mit  $\alpha=50$  und nomineller Strecke. Punktiert ist der Betragsfrequenzgang des offenen Kreises mit dem koprimen Regler mit  $\alpha=50$  und nomineller Übertragungsfunktion der Strecke dargestellt.



**Abb. 71: Festlegung einer zulässigen Übertragungsfunktion des offenen Kreises**



**Abb. 72: Überprüfung der Bedingung für robuste Performance**

Nun muss noch überprüft werden, ob die Bedingung für robuste Performance auch im Bereich der Frequenzen um die Durchtrittsfrequenz eingehalten wird, was durch eine geeignete Wahl von  $L(j\omega)$  bzw. der Gewichtungsfunktion  $w_1(j\omega)$  erreicht wird. In Abb. 72 ist zu sehen, dass die Bedingung für robuste Performance (F. 61) für alle Frequenzen erfüllt ist.

Die erhaltene Reglerübertragungsfunktion lautet:

$$\text{F. 66 } R_{s1}(s) = \frac{268,7(s+7)(s+0.03367)}{s(s+1900)}$$

Im Bode-Diagramm in Abb. 73 ist die deutlich größere Phasenreserve des entworfenen robusten Reglers im Vergleich zum koprimen Regler erkennbar. Sie beträgt beim Betrieb mit Chuck etwa  $75^\circ$  und ist für ein sehr langsames Regelverhalten verantwortlich. Laut den Vorgaben kann sie im schlechtesten Fall auf  $14,3^\circ$  absinken.

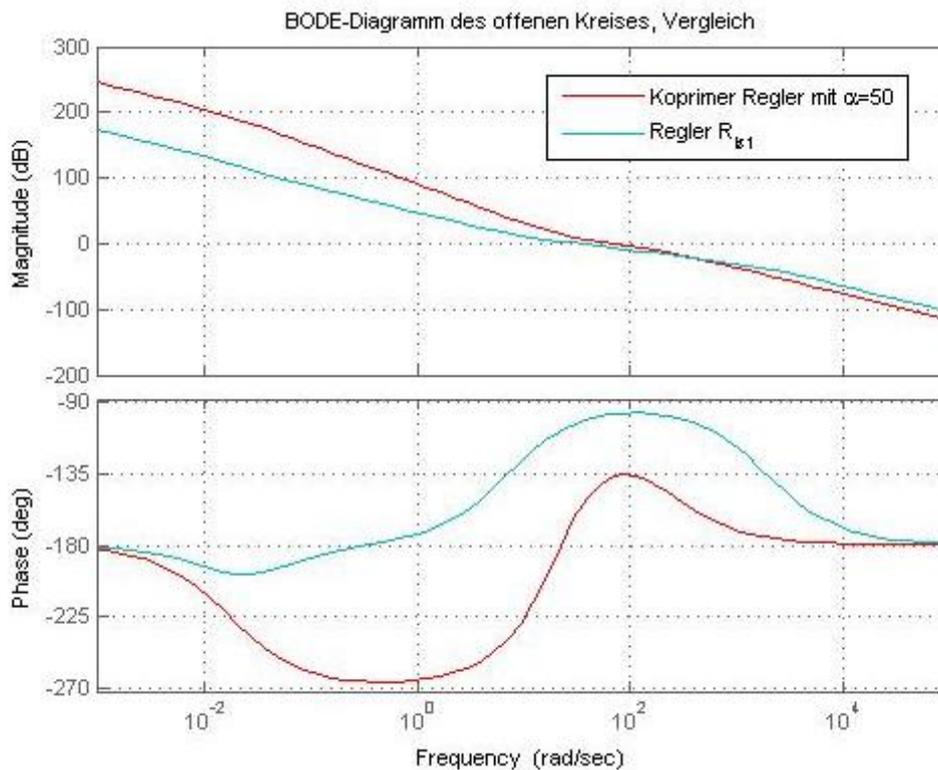


Abb. 73: Vergleich Frequenzgang offener Kreis mit koprimem Regler und robustem Regler

Beim Betrieb ohne Chuck beträgt die Phasenreserve des robusten Reglers laut Streckenmodell sogar  $80^\circ$  (Abb. 74), während sie beim koprimen Regler mit  $\alpha=50$  laut Streckenmodell nur etwa  $20^\circ$  beträgt.

Betrachtet man in Abb. 75 die Sprungantwort im Vergleich zum koprimen Regler, so sieht man, dass der mit dem Loopshaping-Verfahren entworfene Regler deutlich langsamer ist.

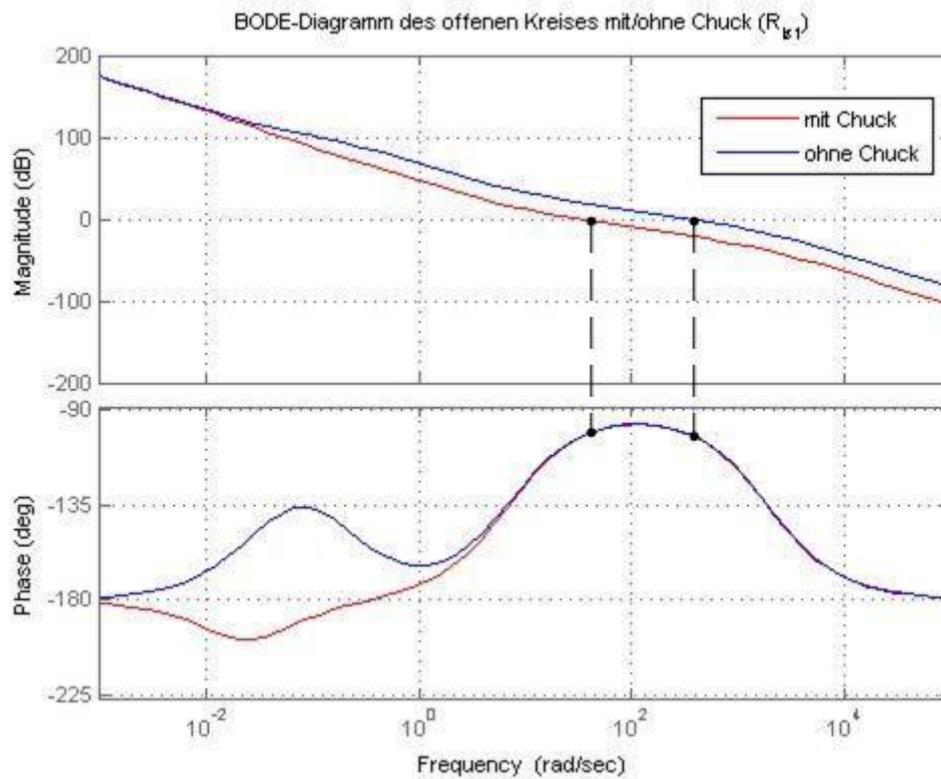


Abb. 74: BODE-Diagramm des offenen Kreises mit robustem Regler mit und ohne Chuck

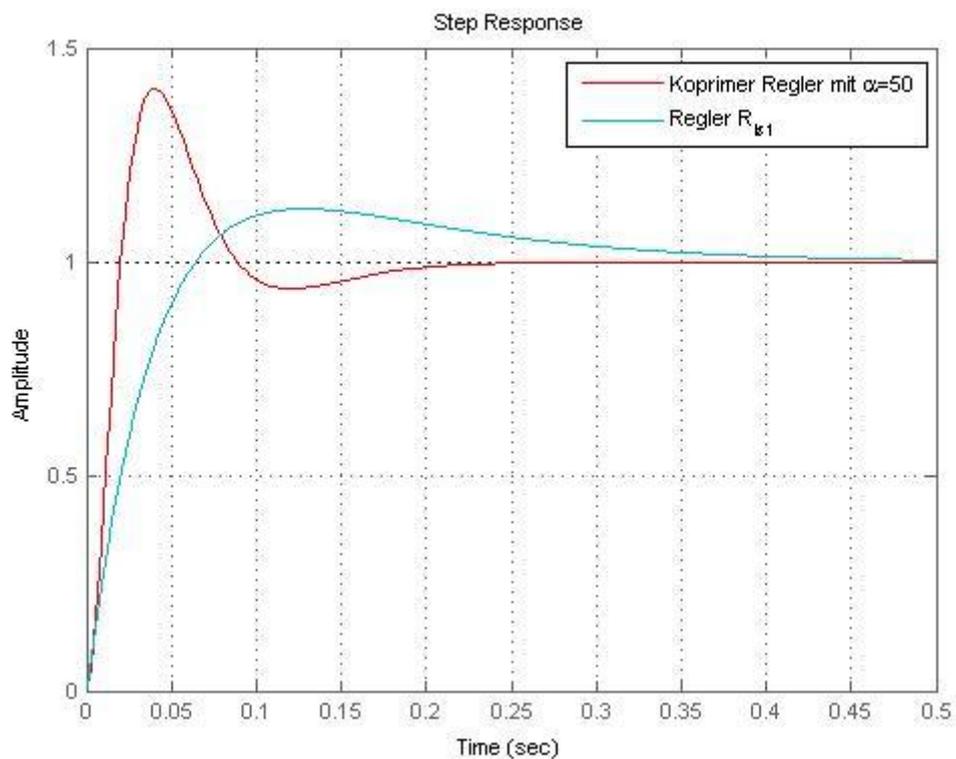
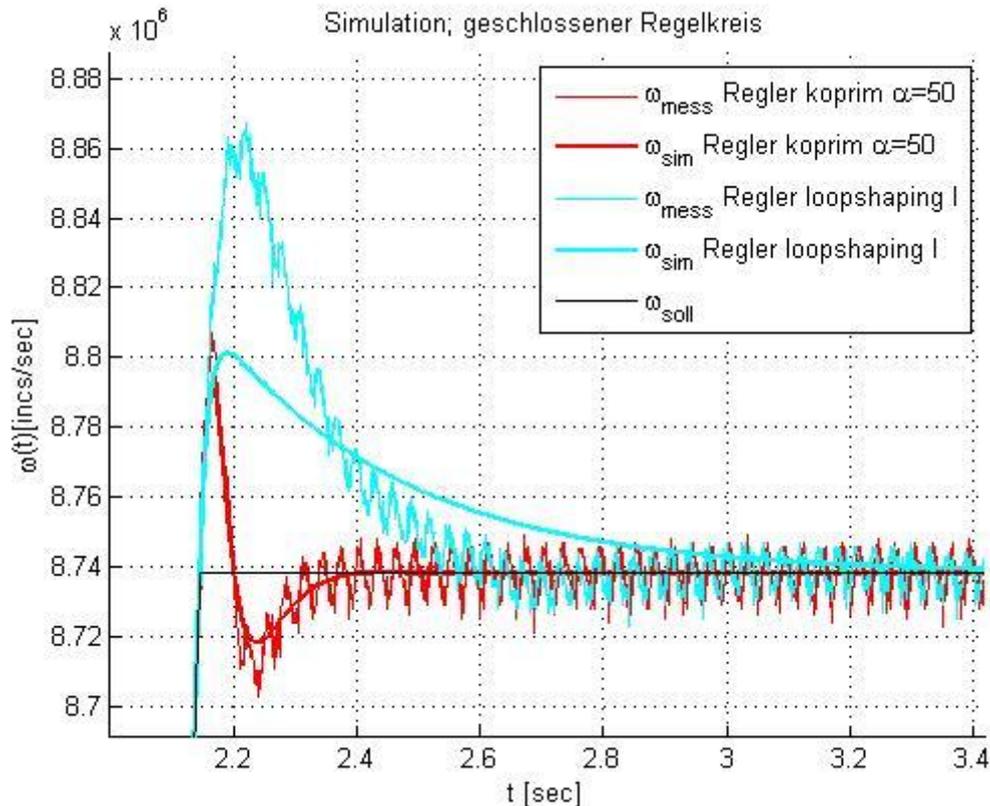


Abb. 75: Vergleich Sprungantworten der Regelgröße von koprimem und robustem Regler

Dass der Regelkreis mit dem robusten Regler sehr langsam ist, wird auch in den Simulations- und Messergebnissen in Abb. 76 deutlich, wobei ein trapezförmiges Drehzahlprofil mit einer Steigung von 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> vorgegeben wurde.



**Abb. 76: Vergleich Simulations- und Messergebnisse bei koprimem und robustem Regler bei trapezförmiger Drehzahlvorgabe**

In einem weiteren Schritt wurde versucht, einen etwas schnelleren Regler mit Hilfe des Loopshaping-Verfahrens zu entwerfen. Vor allem die sehr große Phasenreserve von 75° wirkt sich negativ auf das dynamische Verhalten aus. Daher wurde der maximal erlaubte Betrag der Störungsübertragungsfunktion  $M$  auf 100 linear erhöht, wodurch eine sehr schlechte Performance in vom Normalbetrieb abweichenden Fällen toleriert wird (minimale Phasenreserve 0,58°). In Abb. 77 ist der Betragsfrequenzgang von  $1/w_1(j\omega)$  im Vergleich zum Betragsfrequenzgang der ermittelten Störungsübertragungsfunktion bei Verwendung des koprimen Reglers mit  $\alpha=50$  und nomineller Strecke dargestellt. Die Bandbreite wurde wieder so festgelegt, dass eine Erfüllung der Bedingung für robuste Performance möglich ist. Daraus ergibt sich für die Übertragungsfunktion  $w_1(s)$  laut F. 67:

$$\text{F. 67 } w_1(s) = 100 \frac{s^2}{70^2 \left(1 + \frac{s}{70}\right)^2}$$

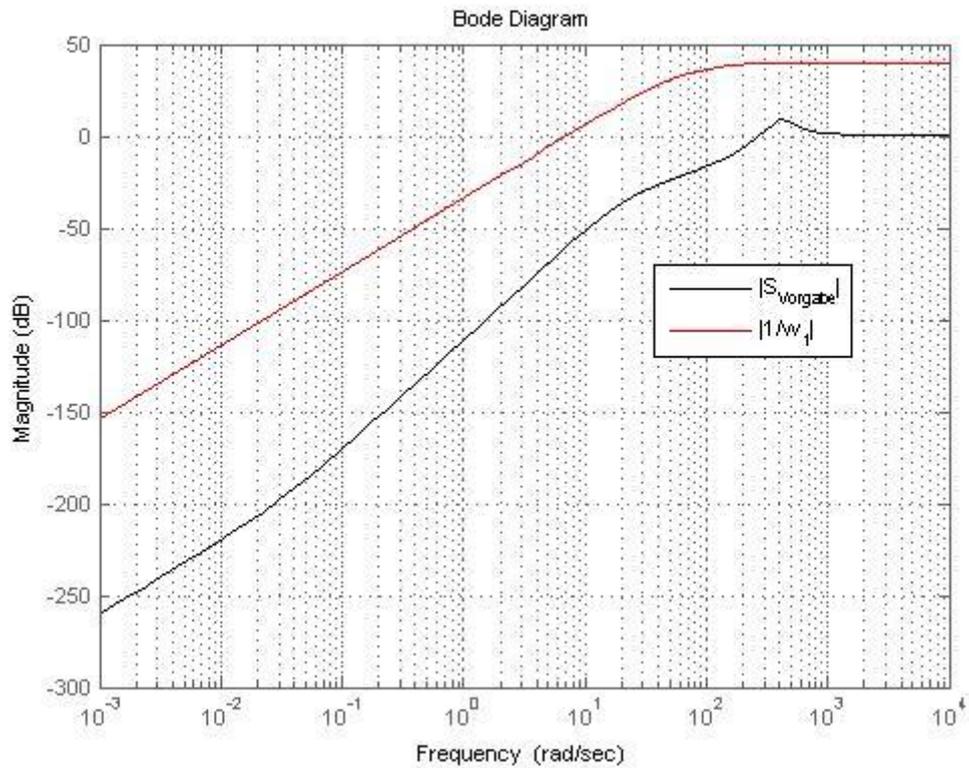


Abb. 77: Neue Spezifizierung der Grenzen der Störungsübertragungsfunktion zur Performancevorgabe  $|1/w_1|$  im Vergleich zur Störungsübertragungsfunktion bei Betrieb mit dem koprimen Regler und  $\alpha=50$

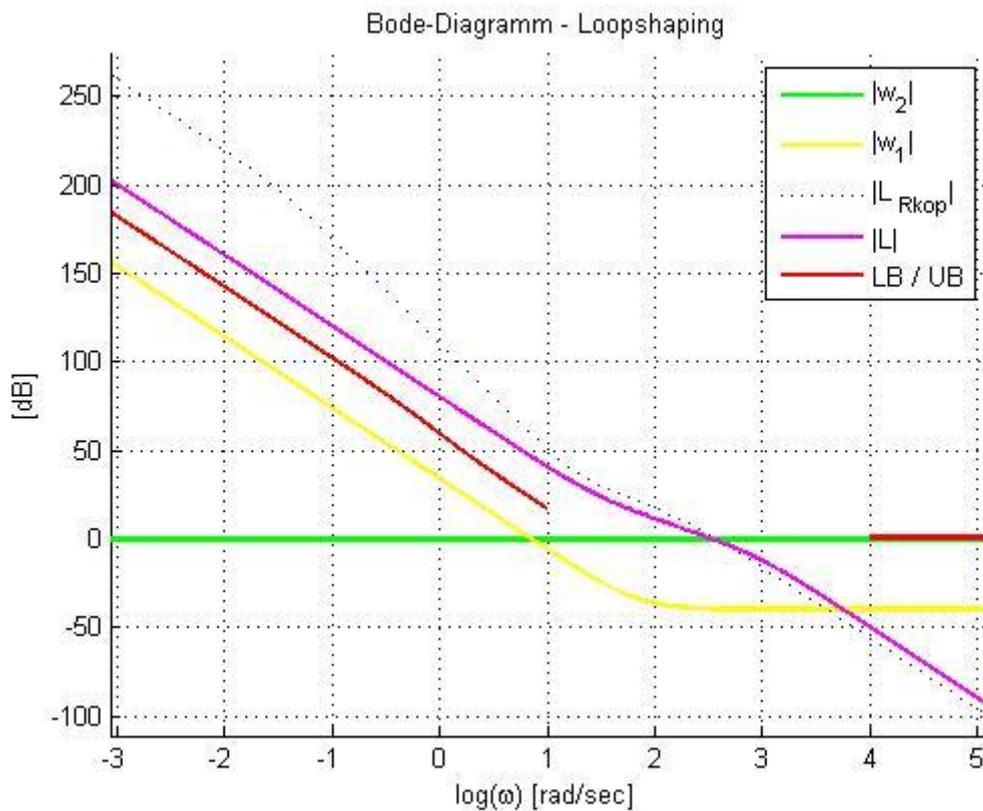
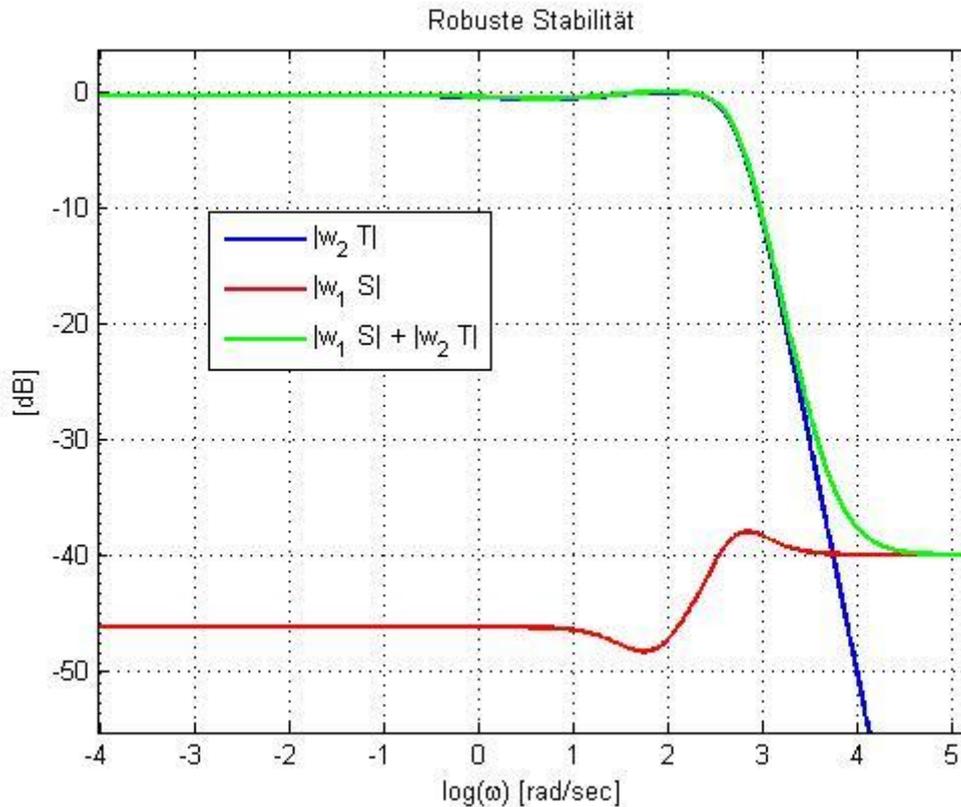


Abb. 78: Neue Festlegung der Übertragungsfunktion des offenen Kreise innerhalb der gegebenen Grenzen



**Abb. 79: Überprüfung der Einhaltung der Bedingung für robuste Performance**

In Abb. 78 sieht man den neuen Betragsfrequenzgang der Übertragungsfunktion des offenen Kreises, welcher unter Einhaltung der eingezeichneten Grenzen festgelegt wurde.

In Abb. 79 ist zu sehen, dass die Bedingung für robuste Performance auch mit diesem Regler eingehalten wird.

Die erhaltene Reglerübertragungsfunktion lautet somit:

$$\text{F. 68 } R_{s2}(s) = \frac{125,9(s+28)(s+0.03367)}{s(s+890)}$$

Der Regler  $R_{s2}$  besitzt bei Betrieb mit Chuck eine deutlich geringere Phasenreserve als der Regler  $R_{s1}$ , nämlich  $52^\circ$ , wie es in Abb. 80 zu sehen ist. Sie kann jedoch laut Vorgabe im schlechtesten Fall theoretisch auf  $0,58^\circ$  absinken.

In Abb. 81 sieht man, dass beim Betrieb ohne Chuck die Phasenreserve auch bei diesem Regler laut Streckenmodell höher als im Normalbetrieb ist und  $65^\circ$  beträgt.

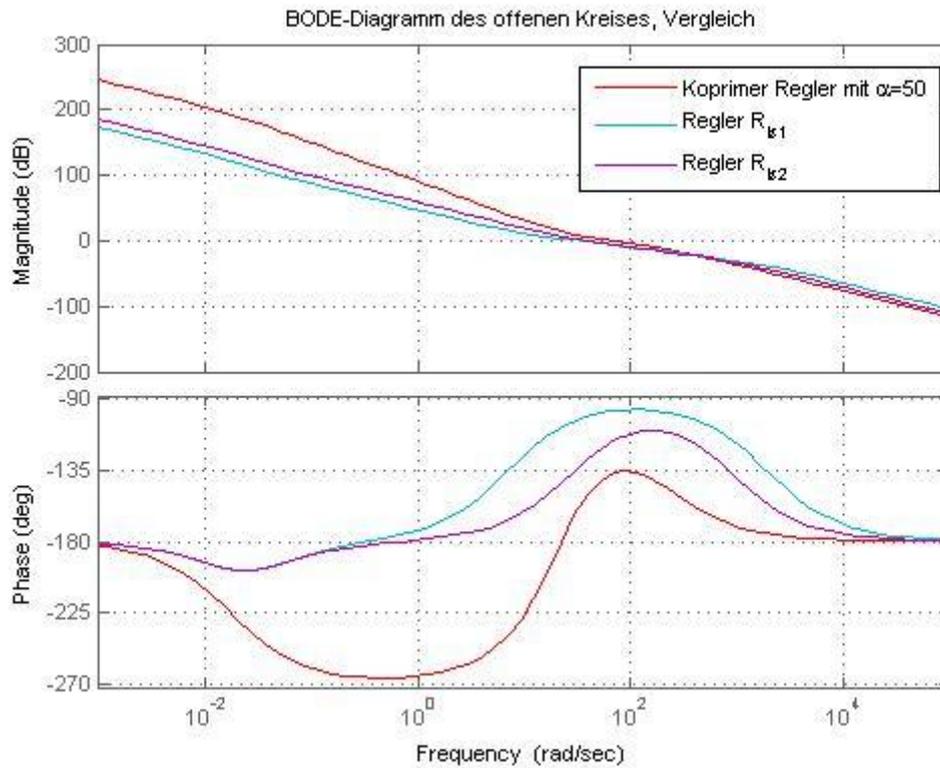


Abb. 80: Vergleich BODE-Diagramm des offenen Kreises für koprimen und robuste Regler

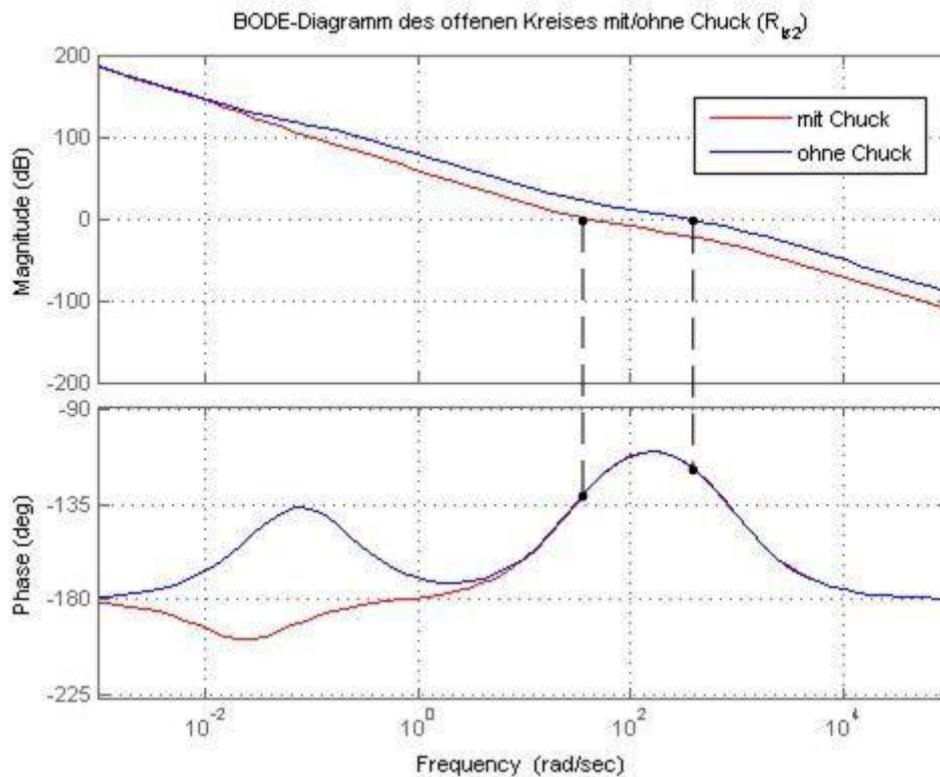


Abb. 81: Phasenreserve des entworfenen robusten Reglers  $R_{k2}$  mit und ohne Chuck

### 7.3 Vergleich und Bewertung der Ergebnisse

Vergleicht man die Sprungantworten des koprimen Reglers mit den mit dem Loopshaping-Verfahren entworfenen Reglern (Abb. 82), so sieht man, dass der Regler  $R_{ls2}$  immer noch langsamer als der kopprime Regler mit  $\alpha=50$  ist, jedoch wesentlich bessere dynamische Eigenschaften als der Regler  $R_{ls1}$  besitzt.

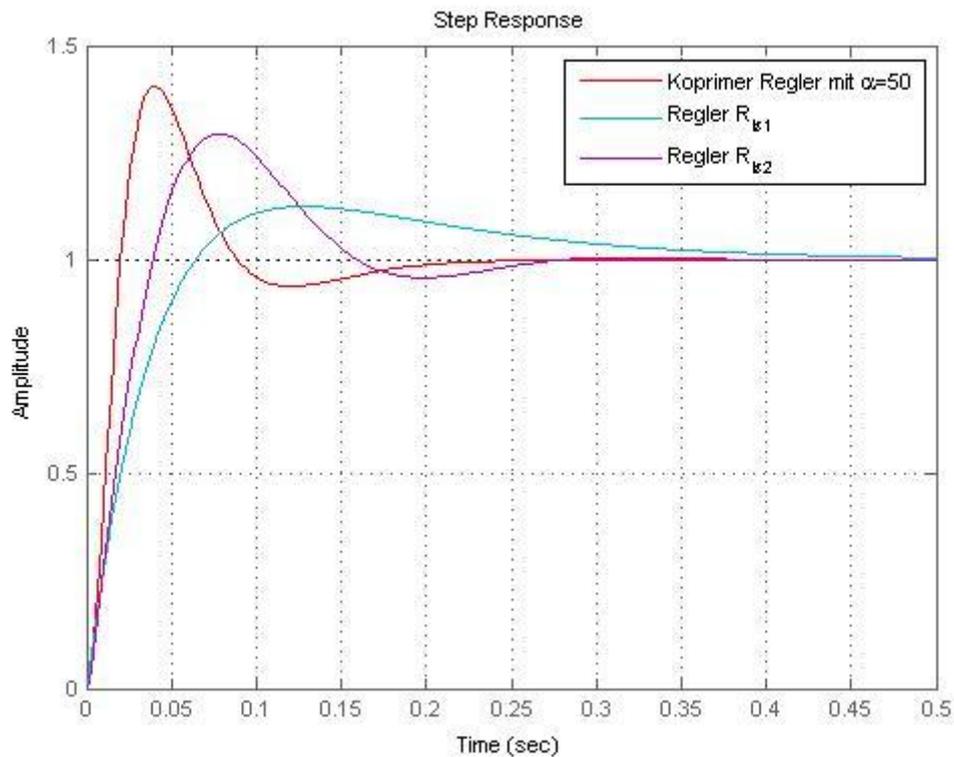
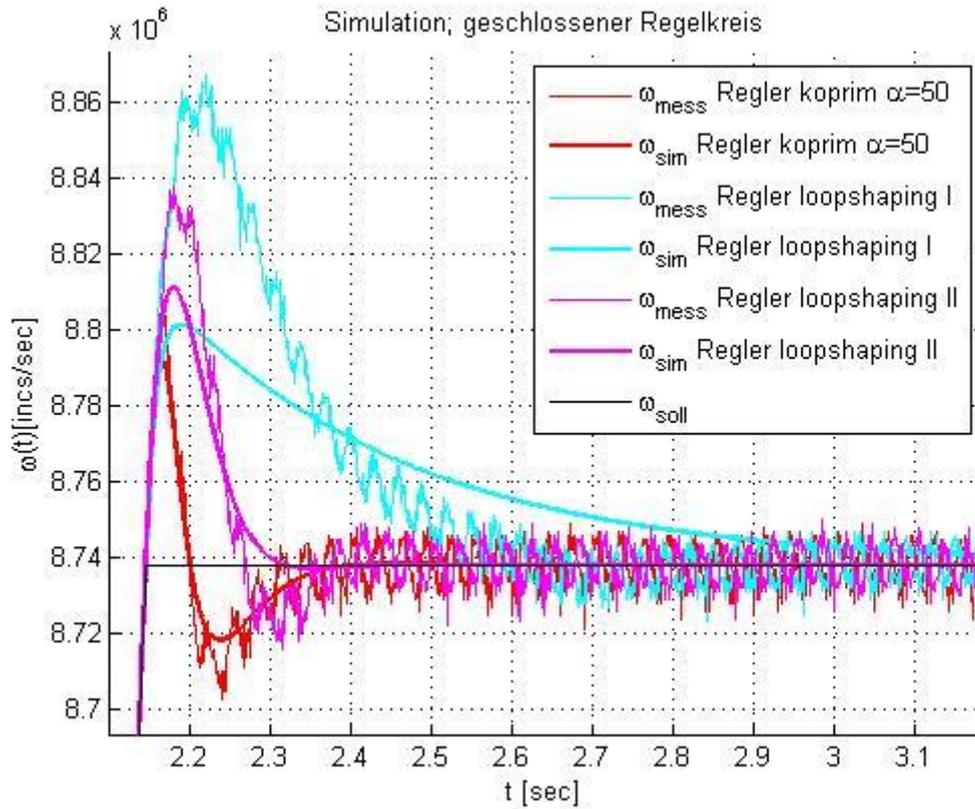
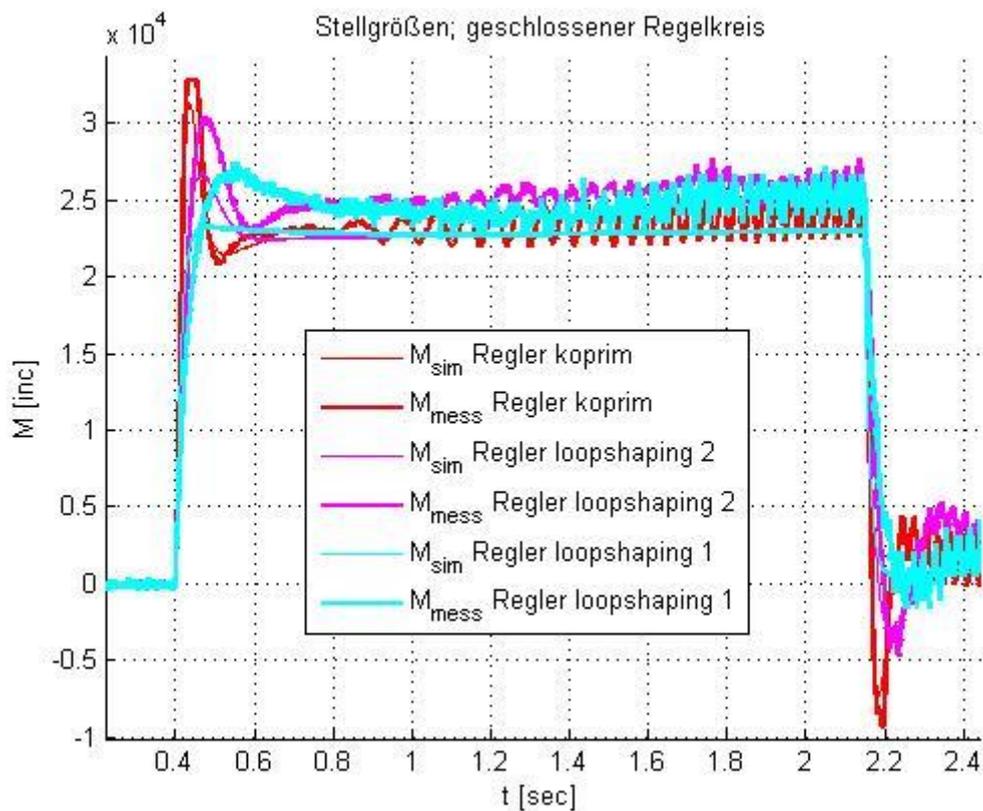


Abb. 82: Vergleich der Sprungantworten der Regelgröße bei koprimem und robusten Reglern

Auch im Vergleich der Simulations- und Messergebnisse beim Einsatz des koprimen Reglers mit  $\alpha=50$  und der robusten Regler  $R_{ls1}$  und  $R_{ls2}$  in Abb. 83 spiegeln sich die schlechteren dynamischen Eigenschaften der robusten Regler wider, wobei ein trapezförmiges Drehzahlprofil mit einer Steigung von 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> vorgegeben wurde. Man sieht weiters, dass auch die robusten Regler zu keiner Verbesserung der Schwingungsdämpfung führen.



**Abb. 83: Vergleich der Drehzahlwerte bei koprimem Regler und robusten Reglern bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils (Ausschnitt)**



**Abb. 84: Vergleich der Stellgrößen bei koprimem Regler und robusten Reglern bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils (Ausschnitt)**

## 8 Vergleich der Regler und Zusammenfassung der Entwurfsergebnisse

Der P-Regler mit Lead-Glied soll Verbesserungen gegenüber dem bestehenden Regler dadurch bringen, dass mit ihm, laut BODE-Diagramm des offenen Kreises, der Regelkreis auch ohne Chuck stabil bleibt und der Regler sogar etwas schneller als der bestehende PD-Regler mit Resonator ist. Sollen jedoch Störungen am Streckeneingang (nichtmodellerte coulombsche Reibung, Federmoment beim Pin open/close) exakt ausgegeregelt werden bzw. soll keine bleibende Regelabweichung bei Vorgabe einer konstanten Geschwindigkeit bestehen bleiben, kommen nur der kopprime Regler und die mit Hilfe des Loopshaping-Verfahrens entworfenen Regler für eine Verwendung in Frage. Für diese zusätzliche Eigenschaft muss allerdings eine schlechtere Dynamik in Kauf genommen werden. Der kopprime Regler mit  $\alpha=50$  hat im Vergleich zu den robust entworfenen Reglern beim Betrieb mit Chuck die bei weitem besten dynamischen Eigenschaften. Die Phasenreserve beträgt laut BODE-Diagramm bei Betrieb mit Chuck  $45^\circ$ , sie ist bei Betrieb ohne Chuck allerdings sehr gering. Der Regler  $R_{Is1}$  hingegen besitzt aufgrund der Berücksichtigung der Unsicherheit beim Entwurf im Normalbetrieb mit Chuck eine riesige Phasenreserve von  $75^\circ$ , ohne Chuck  $80^\circ$ , (im schlechtesten Fall  $14,3^\circ$ ) und ist deshalb sehr langsam und in der Praxis nicht einsetzbar. Beim Regler  $R_{Is2}$  wurde versucht, diesen Nachteil zu verkleinern und eine geringere Phasenreserve zu erreichen. Sie beträgt bei Normalbetrieb mit Chuck  $52^\circ$ , ohne Chuck  $65^\circ$  und kann laut Vorgaben theoretisch als Minimum  $0,58^\circ$  erreichen. Der Regler  $R_{Is2}$  liegt bezüglich Dynamik zwischen dem koprimen Regler und dem Regler  $R_{Is1}$ .

Es wurde nun für den Praxistest und die weiteren Untersuchungen jener Regler ausgewählt, der die gestellten Anforderungen am besten erfüllt. Da in der Praxis die Position auch beim Auftreten von Störungen am Streckeneingang exakt angefahren werden muss (Pin-open/close-Problematik), ist der nichtintegrierende P-Regler mit Lead-Glied für den Praxiseinsatz nicht geeignet. Beim robusten Reglerentwurf wurde zwar versucht den Regler  $R_{Is2}$  so schnell wie möglich zu machen, er ist aber wegen seiner großen Phasenreserve trotzdem deutlich langsamer als die koprimen Regler. Vor allem das Ausregeln von Störungen am Streckeneingang dauert sehr lange. Daher wurde der kopprime Regler mit der Faktorisierungsstelle  $\alpha=50$  als für am besten geeignet befunden und für die weiteren Untersuchungen und Tests ausgewählt.

In Abb. 85 sind die Frequenzgänge des offenen Kreises mit den entworfenen zur Wahl stehenden Reglern zum Vergleich dargestellt. In Abb. 86 sind die sich beim Einsatz der entsprechenden Regler ergebenden Drehzahlverläufe zu sehen, wobei die Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils mit einer Steigung von 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> erfolgte.

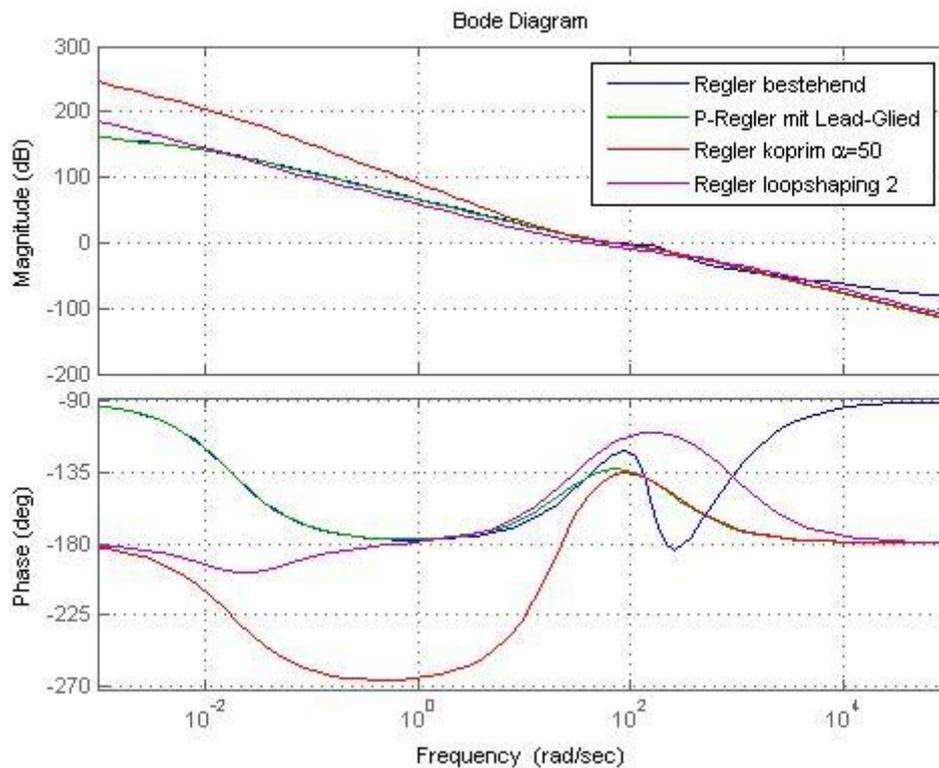


Abb. 85: Vergleich Frequenzgänge des offenen Kreises mit den zur Auswahl stehenden Reglern

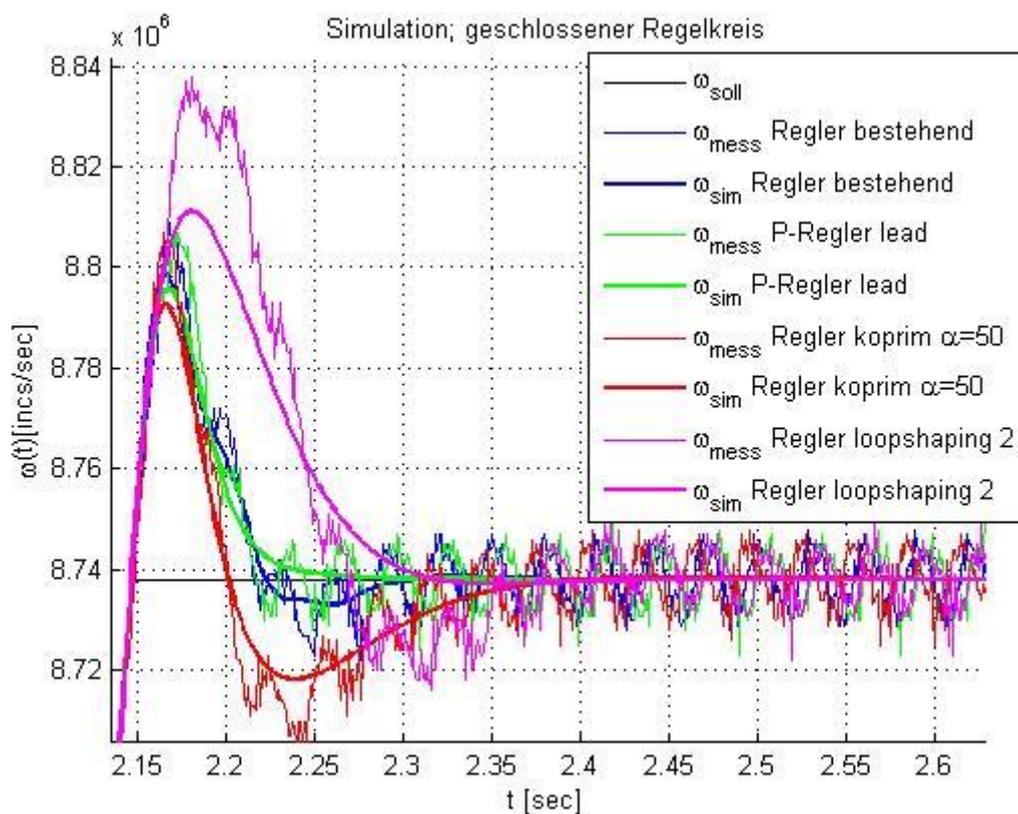


Abb. 86: Vergleich Drehzahlverläufe mit den zur Auswahl stehenden Reglern bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils (Ausschnitt)

## 9 Modellbildung Erweiterung

In Kapitel 3 wurde eine Validierung des ermittelten mathematischen Modells durchgeführt und befunden, dass es hinreichend genau mit der realen Strecke übereinstimmt. Bei genauerer Betrachtung (insbesondere bei der Regelung mit guten dynamischen Eigenschaften) zeigt sich allerdings, dass dies in der Praxis nur für den Betrieb mit Chuck gilt. Im Bereich höherer Frequenzen beschreibt das bestehende mathematische Modell die reale Strecke nur mehr ungenau. Diese Tatsache fällt besonders beim Betrieb ohne Chuck auf, da es in diesem Fall zu einer Verschiebung der Durchtrittsfrequenz des offenen Kreises hin zu höheren Frequenzen kommt.

In der Realität zeigt sich diese Tatsache dadurch, dass z.B. der Einsatz des koprimen Reglers mit der Faktorisierungsstelle  $\alpha=50$  beim Betrieb ohne Chuck zu Instabilität führt. Durch Experimente wurde  $\alpha=40$  als Grenzwert für die Einhaltung der Stabilität ermittelt. Es ist deshalb naheliegend, das vorhandene mathematische Modell entsprechend zu erweitern, damit auch die Betriebsfälle ohne Chuck abgedeckt werden können.

### 9.1 Korrektur mit Allpass

Um die Ungenauigkeit des mathematischen Modells genauer untersuchen zu können, war der Verlauf des Frequenzgangs des offenen Kreises von besonderem Interesse. Da mit der vorhandenen Anordnung nur der Frequenzgang des geschlossenen Kreises aufgenommen werden konnte, wurde dieser beim Einsatz verschiedener koprimen Regler mit und ohne Chuck einige Male gemessen und aufgezeichnet. Daraus wurde jeweils der Frequenzgang des offenen Kreises berechnet. Anschließend wurden die Messergebnisse mit dem Streckenmodell verglichen. Beim koprimen Regler mit  $\alpha=30$  wurden die besten Messergebnisse erzielt, da er einen guten Kompromiss aus Stabilität beim Betrieb ohne Chuck und Schnelligkeit bietet.

Die Messergebnisse sind in den folgenden Diagrammen dargestellt. In Abb. 87 zeigt sich, dass bei Betrieb mit Chuck im Bereich der Durchtrittsfrequenz in der Betragskennlinie eine gute Übereinstimmung der realen Strecke mit dem Modell gegeben ist. Auch in der Phasenkennlinie gibt es eine gute Übereinstimmung. Es sind zwar Abweichungen von bis zu etwas mehr als  $1^\circ$  feststellbar und der Unsicherheitsbereich ist laut den Messergebnissen größer, was aber der Messungenauigkeit zugeschrieben wurde. Für Frequenzen sehr weit oberhalb und unterhalb der Durchtrittsfrequenz variieren die unterschiedlichen Messergebnisse sehr stark und es kann davon ausgegangen werden, dass in diesem Bereich die Messungenauigkeit sehr groß ist und das Modell hier genauere Ergebnisse als die Messung liefert.

Im Bereich höherer Frequenzen muss zusätzlich noch berücksichtigt werden, dass es sich um ein zeitdiskretes System handelt und der Frequenzgang des zeitdiskreten Systems, vor allem in der Phase, nicht mehr mit dem des zeitkontinuierlichen Systems übereinstimmt.

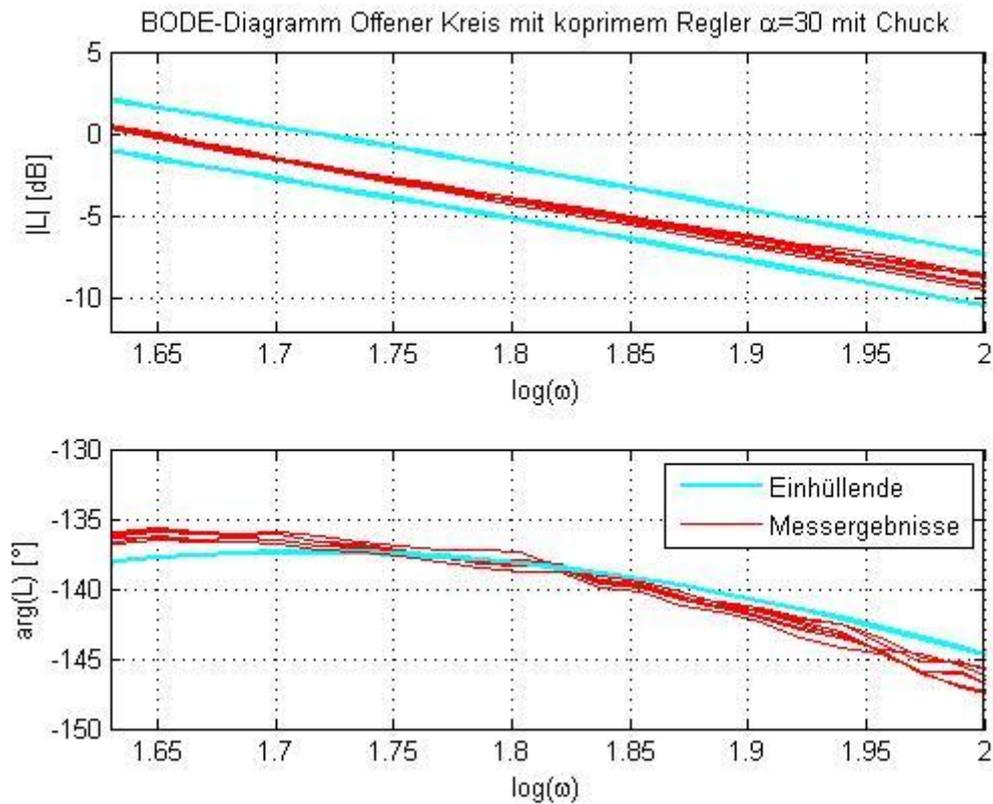
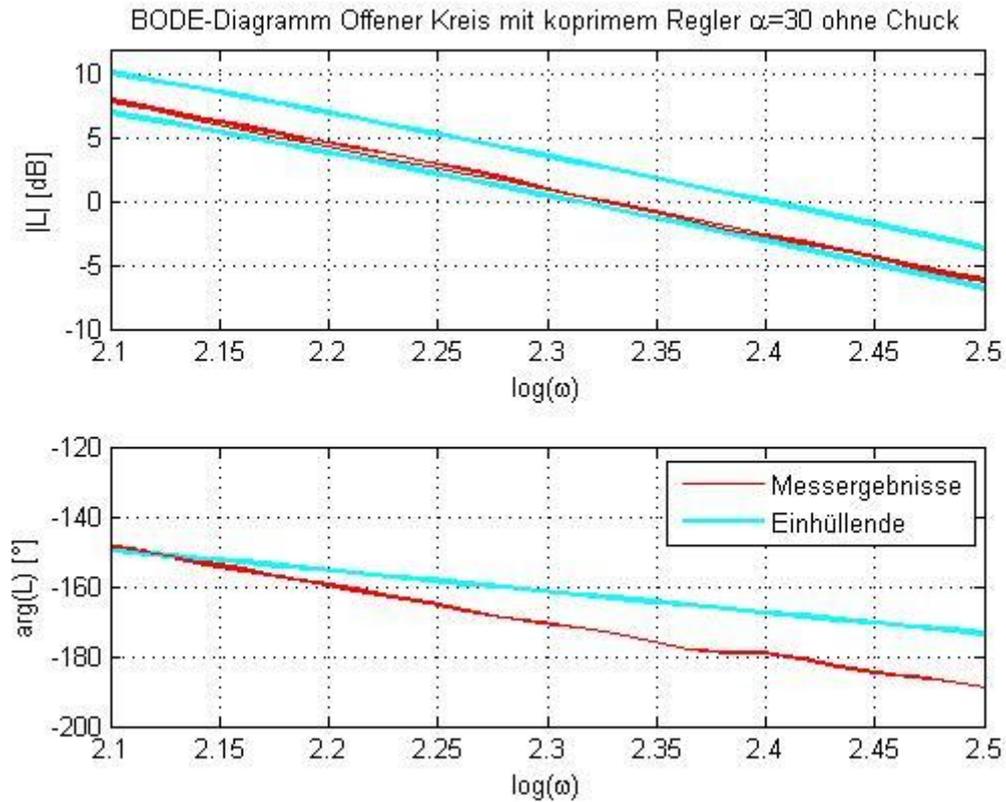


Abb. 87: BODE-Diagramm offener Kreis und Betrieb mit Chuck, Messung und Modell im Vergleich

In Abb. 88 ist zu sehen, dass ab einer Frequenz von etwa 150 rad/sec bei den Messergebnissen in der Phase ein deutlich stärkerer Abfall als im Modell auftritt. Dies macht sich vor allem beim Betrieb ohne Chuck bemerkbar, da hier die Durchtrittsfrequenz höher als im Normalbetrieb ist. Bei Verwendung des koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  liegt sie etwa bei 214 rad/sec.



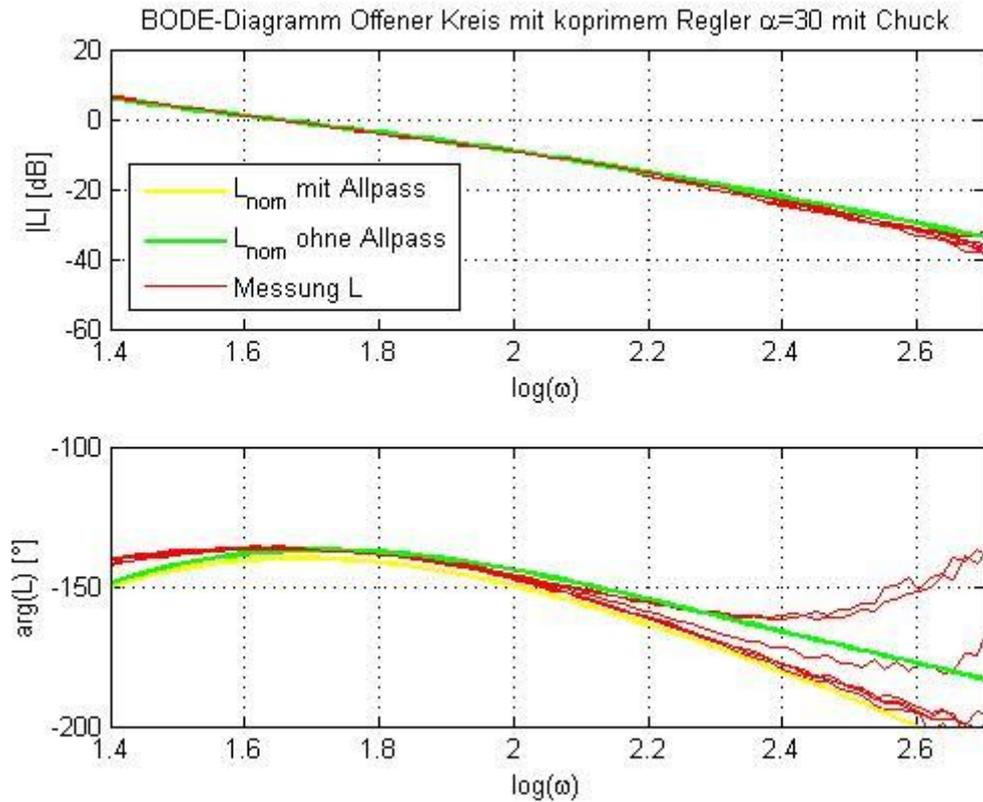
**Abb. 88: BODE-Diagramm offener Kreis und Betrieb ohne Chuck, Messung und Modell im Vergleich**

Um diesen unmodellierten im gemessenen Phasenfrequenzgang sichtbaren Effekt entsprechend abbilden zu können, wurde im Bereich höherer Frequenzen eine Korrektur des Phasenganges im Modell durchgeführt. Dazu wurde ein Allpass verwendet, der die Phase im Modell entsprechend der Messergebnisse absenkt und dabei die Betragskennlinie unberührt lässt.

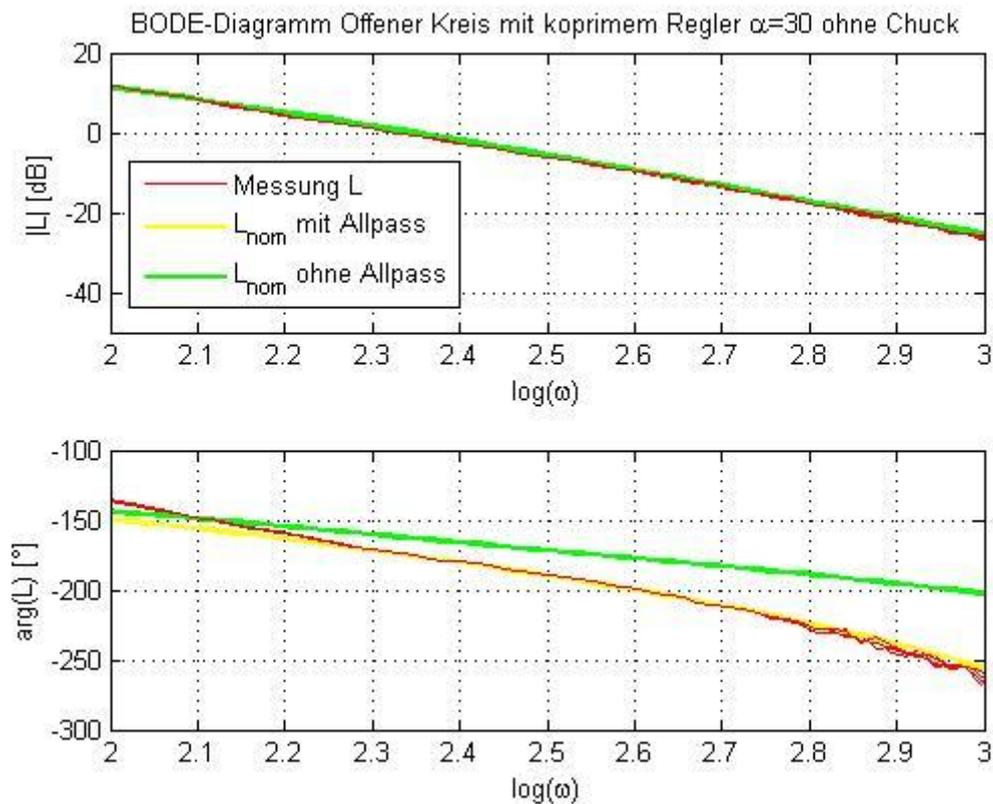
Die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion des gewählten Allpasses lautet:

$$\text{F. 69 } G_{AP}(s) = \frac{2000 - s}{2000 + s}$$

In den folgenden Diagrammen ist die Anpassung der Phasenkennlinie des offenen Kreises, bestehend aus nomineller Strecke mit bzw. ohne Chuck und dem koprimen Regler mit  $\alpha=30$ , an die Messergebnisse durch den Allpass zu sehen.



**Abb. 89: Anpassung des Phasenfrequenzganges des offenen Kreises durch einen Allpass, offener Kreis bei Betrieb mit Chuck**



**Abb. 90: Anpassung des Phasenfrequenzganges des offenen Kreises durch einen Allpass, offener Kreis bei Betrieb ohne Chuck**

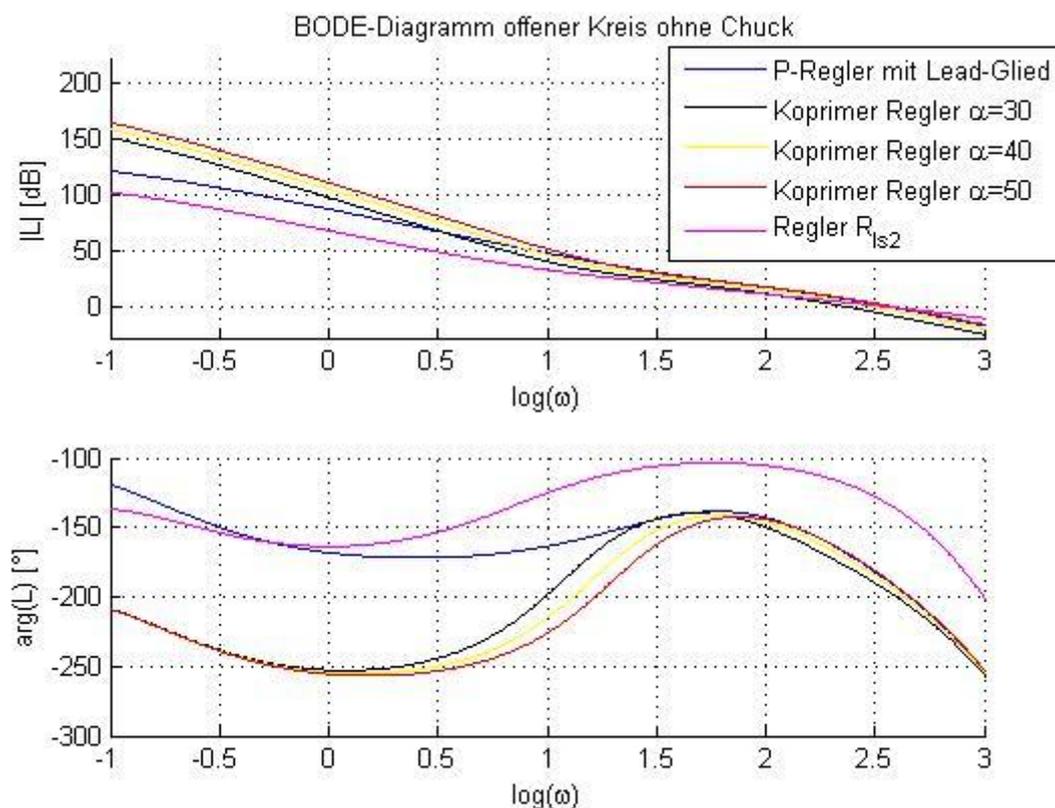
Man sieht, dass, durch das Einfügen eines Allpasses, das Modell im Bereich höherer Frequenzen besser mit den Messergebnissen übereinstimmt.

## 9.2 Anpassung des gewählten Reglers

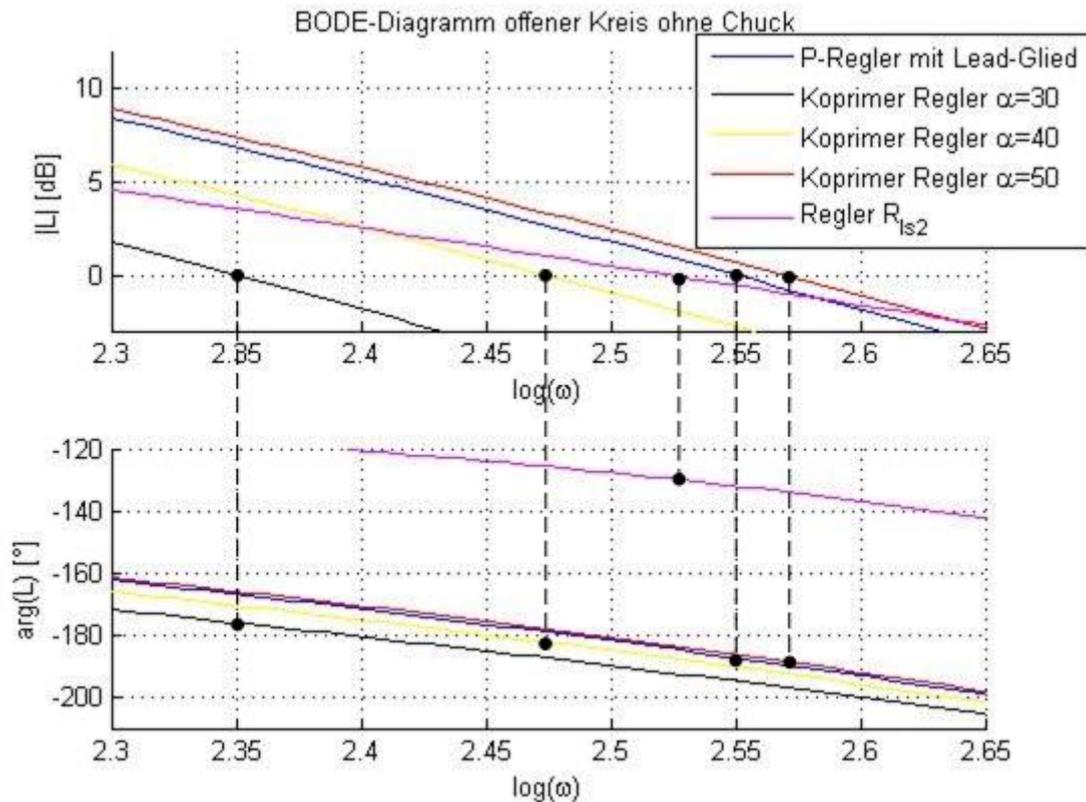
Betrachtet man das BODE-Diagramm des offenen Kreises mit den verschiedenen entworfenen Reglern in Abb. 91, so sieht man, dass sich der Regelkreis beim Einsatz der Regler P-Regler mit Lead-Glied und der koprimen Regler, beim Betrieb ohne Chuck, sehr nahe an der Stabilitätsgrenze befindet. Nur der robuste Regler  $R_{Is2}$  besitzt im Betrieb ohne Chuck nach wie vor eine ausreichende Phasenreserve.

Bei genauerer Betrachtung der Phasenreserven in Abb. 92 sieht man, dass der entworfene P-Regler mit Resonator bei Betrieb ohne Chuck zu Instabilität führt (Phasenreserve=-7°), gleiches gilt für den koprimen Regler mit Faktorisierungsstelle  $\alpha=50$  (Phasenreserve=-9°) und den koprimen Regler mit Faktorisierungsstelle  $\alpha=40$  (Phasenreserve=-2°).

Die Faktorisierungsstelle  $\alpha$  muss also noch kleiner gewählt werden, z.B.  $\alpha=30$ , damit der Regelkreis auch beim Betrieb ohne Chuck stabil ist (Phasenreserve=4°). Der robuste Regler  $R_{Is2}$  besitzt in diesem Betriebsfall als einziger eine große Phasenreserve von etwa 50°.



**Abb. 91: Vergleich der durch den Allpass korrigierten Frequenzgänge des offenen Kreises mit den verschiedenen entworfenen Reglern**



**Abb. 92: Vergleich der Phasenreserven der durch den Allpass korrigierten Frequenzgänge des offenen Kreises mit den verschiedenen entworfenen Reglern**

Um Stabilität auch beim Betrieb ohne Chuck zu gewährleisten, muss beim ausgewählten koprimen Regler die Faktorisierungsstelle auf  $\alpha=30$  angepasst und damit eine noch etwas langsamere Regelung in Kauf genommen werden. Bei Verwendung des P-Reglers mit Lead-Glied, müsste auch bei diesem eine Anpassung erfolgen und die Durchtrittsfrequenz reduziert bzw. die Phasenreserve erhöht werden, um Stabilität beim Betrieb ohne Chuck zu gewährleisten.

Auch die robusten, mittels Loopshaping-Verfahrens entworfenen Regler, müssen an die neue Streckenübertragungsfunktion angepasst werden. Wird die Streckenübertragungsfunktion beibehalten, so ergibt sich für die Gewichtung der Unsicherheit eine zusätzliche starke Erhöhung der Betragskennlinie von  $w_2(j\omega)$  bei hohen Frequenzen, wie in Abb. 93 dargestellt ist. Da die Führungsübertragungsfunktion in diesem Frequenzbereich jedoch schon hinreichend weit unter der 0 dB-Linie liegt, kann der Reglerentwurf gleichermaßen wie in Kapitel 7 beschrieben durchgeführt werden. Die in Kapitel 7 entworfenen Regler können somit auch zur Regelung der erweiterten Strecke eingesetzt werden, ohne dass die Bedingung für robuste Performance F. 61 verletzt wird.

Es wurde wieder eine Approximation von  $w_2(s)$  durch eine Übertragungsfunktion durchgeführt (F. 70), der Betragsfrequenzgang ist auch in Abb. 93 zu sehen.

$$\text{F. 70 } w_2(s) = 0,961 \frac{1 + \frac{s}{1,118}}{1 + \frac{s}{1,08}} \cdot \frac{1 + \frac{s}{900}}{1 + \frac{s}{2000}}$$

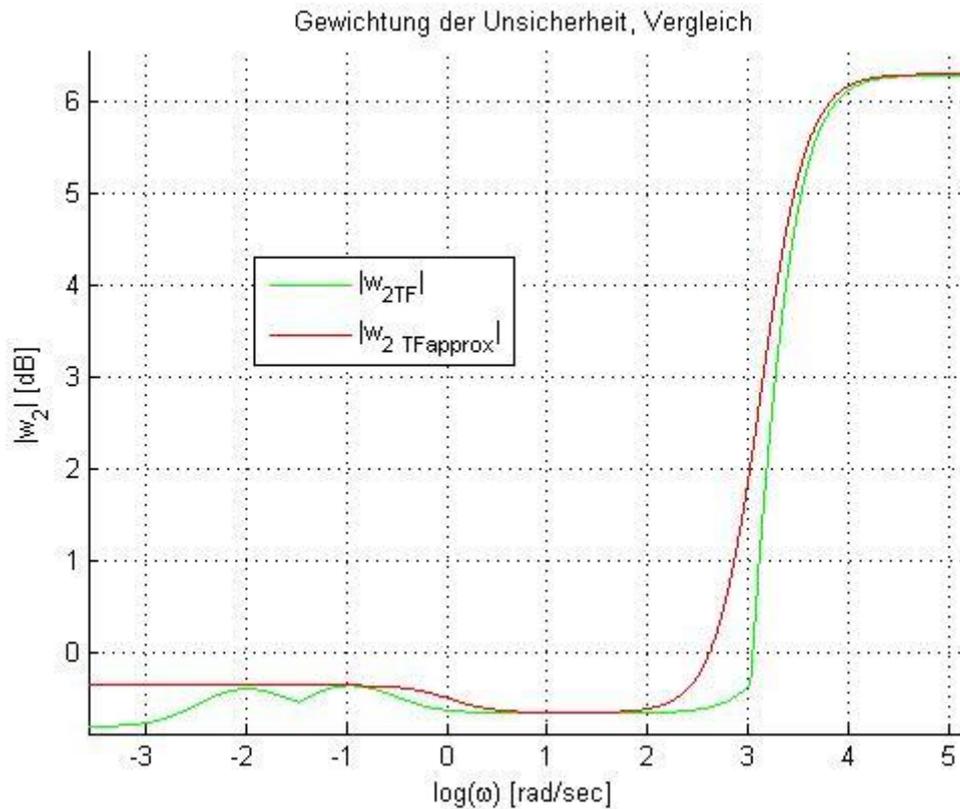


Abb. 93: Durch das Hinzufügen eines Allpasses zur ermittelten Streckenübertragungsfunktion muss auch die Gewichtung der Unsicherheit im multiplikativen Unsicherheitsmodell entsprechend angepasst werden

Die Übertragungsfunktion des schlussendlich gewählten und mittels koprimen Faktorisierung entworfenen Reglers mit Parametrisierung  $\alpha=30$  lautet:

$$\text{F. 71 } R_{kop30}(s) = \frac{23,59s^2 + 471,9s + 3539}{(s+120)s}$$

## 10 Einsatz und Erprobung

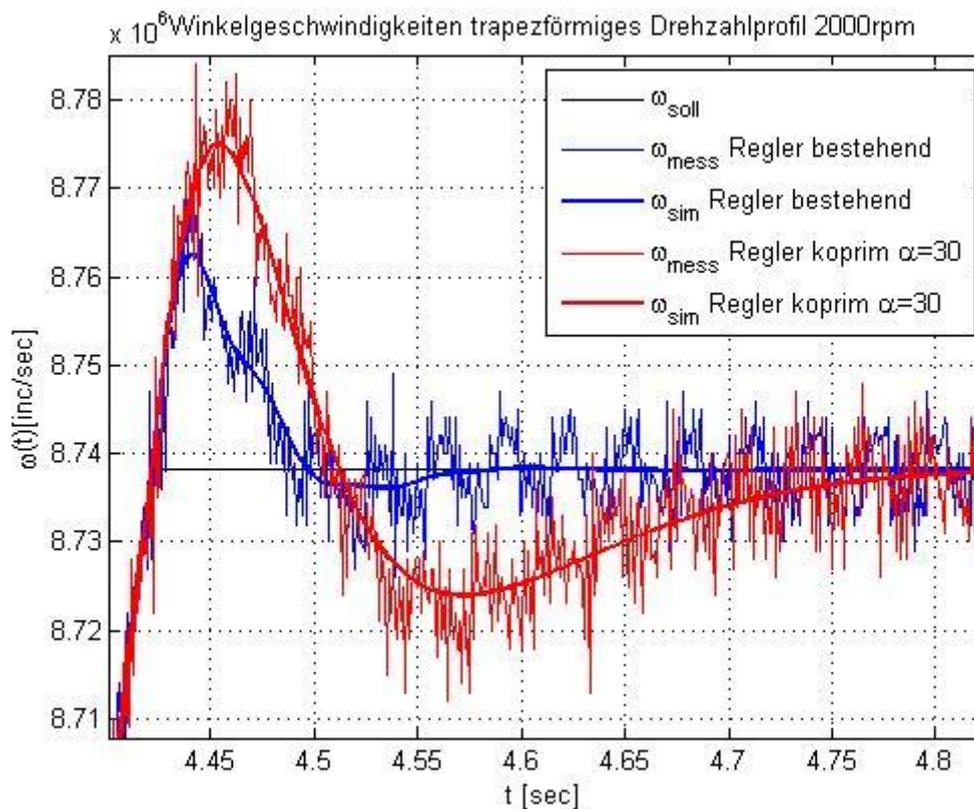
Der kopprime Regler mit der Faktorisierungsstelle  $\alpha=30$  wurde ausgedehnten Tests unterzogen und wird in Zukunft als Standardregler für die Dreh- und Hubeinheit mit Built-in Motor eingesetzt werden.

Neben der Standard Drehzahl- und Positionsregelung wurde auch die erweiterte Funktionalität der Dreh- Hubeinheit untersucht. Es wurden Pin-open/close-Versuche durchgeführt, dabei ist die Fähigkeit des Reglers der exakten Positionierbarkeit beim Auftritt von konstanten Störungen am Streckeneingang gefordert.

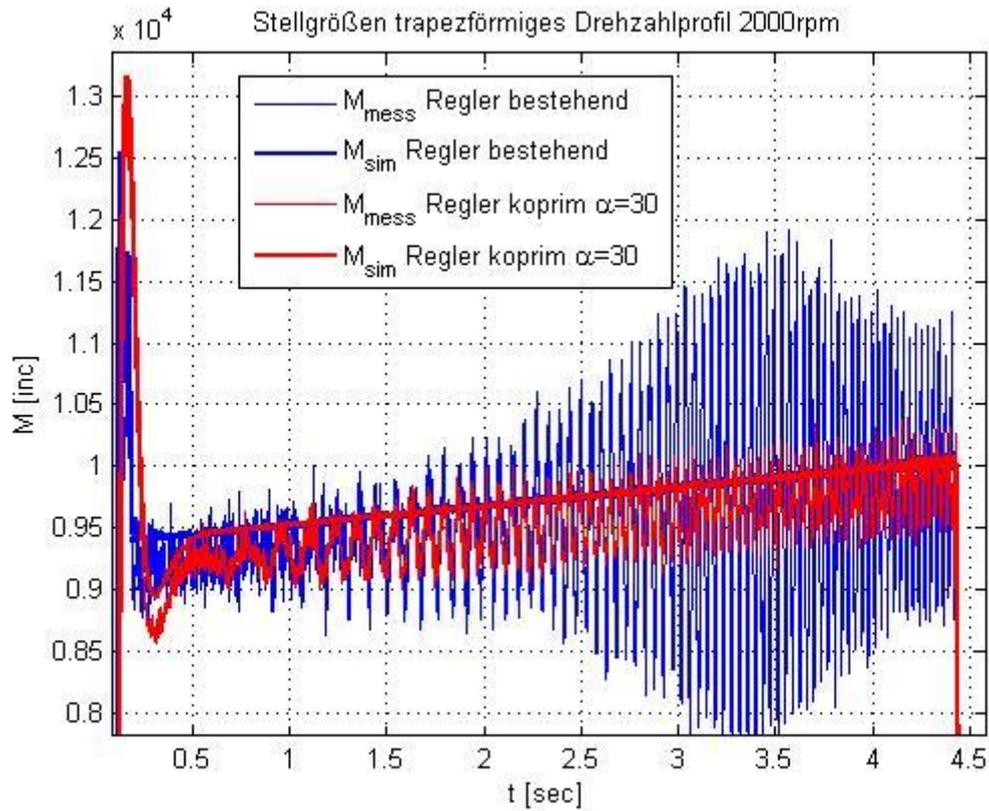
Weiters wurde die Stabilität des Regelkreises ohne Chuck überprüft und es wurden „Wafershift“ Versuche gemacht. Ziel ist dabei, dass der Wafer am Chuck verrutscht und an einer anderen Position am Chuck zu liegen kommt, damit auch die durch die Pins abgedeckten Stellen am Wafer bearbeitet werden können. Dazu wird die Geschwindigkeit des rotierenden Chucks mit ausreichend großer Verzögerung bei geöffneten Pins auf einen kleineren Wert reduziert, damit es zum Verrutschen des Wafers am Chuck kommt.

In den nachfolgenden Diagrammen sind die Ergebnisse der Tests für den entworfenen koprimen Regler mit  $\alpha=30$  im Vergleich zum bestehenden Regler dargestellt.

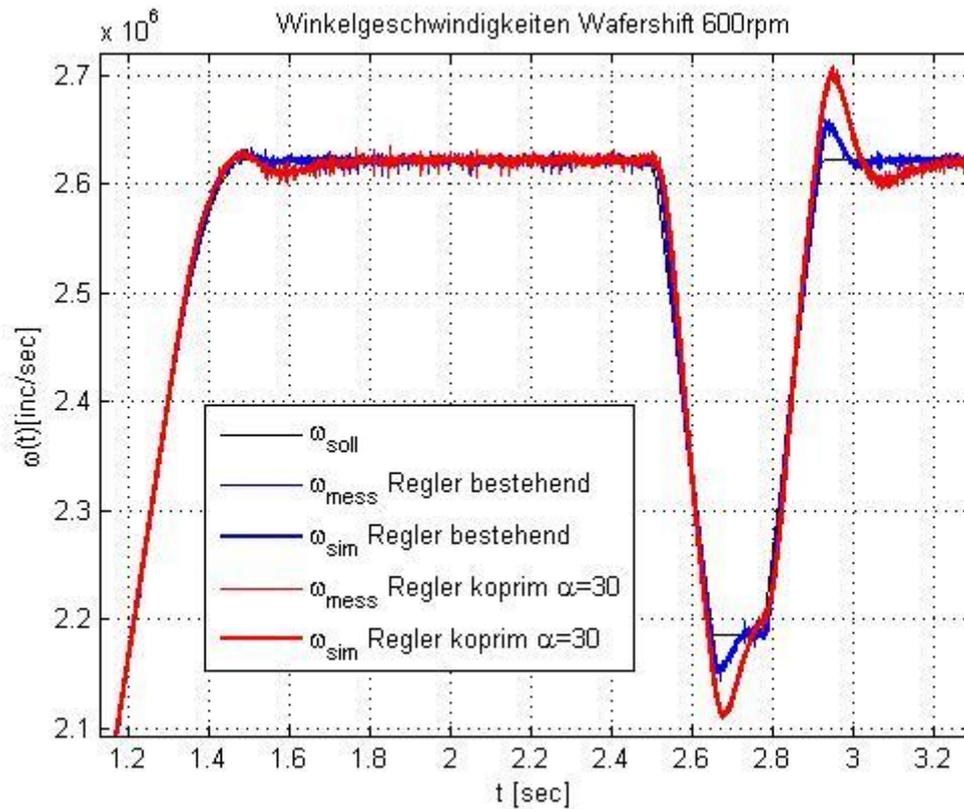
In Abb. 94 wurde ein trapezförmiges Drehzahlprofil mit einer Steigung von 2 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> vorgegeben, in Abb. 95 sind die zugehörigen Stellgrößen zu sehen, in Abb. 96 ist ein Wafershift-Versuch dargestellt und in Abb. 97 und Abb. 98 ist ein Pin-open/close Versuch abgebildet.



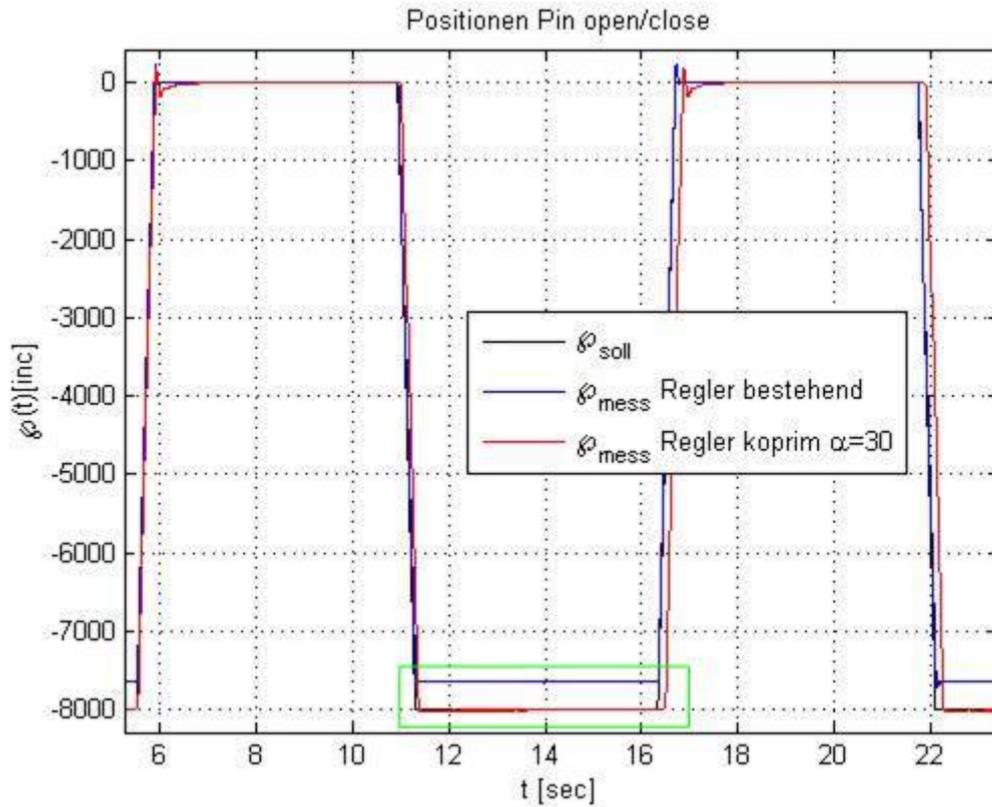
**Abb. 94:** Vergleich des Drehzahlverlaufs bei bestehendem Regler und koprimem Regler mit  $\alpha=30$  bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils (Ausschnitt)



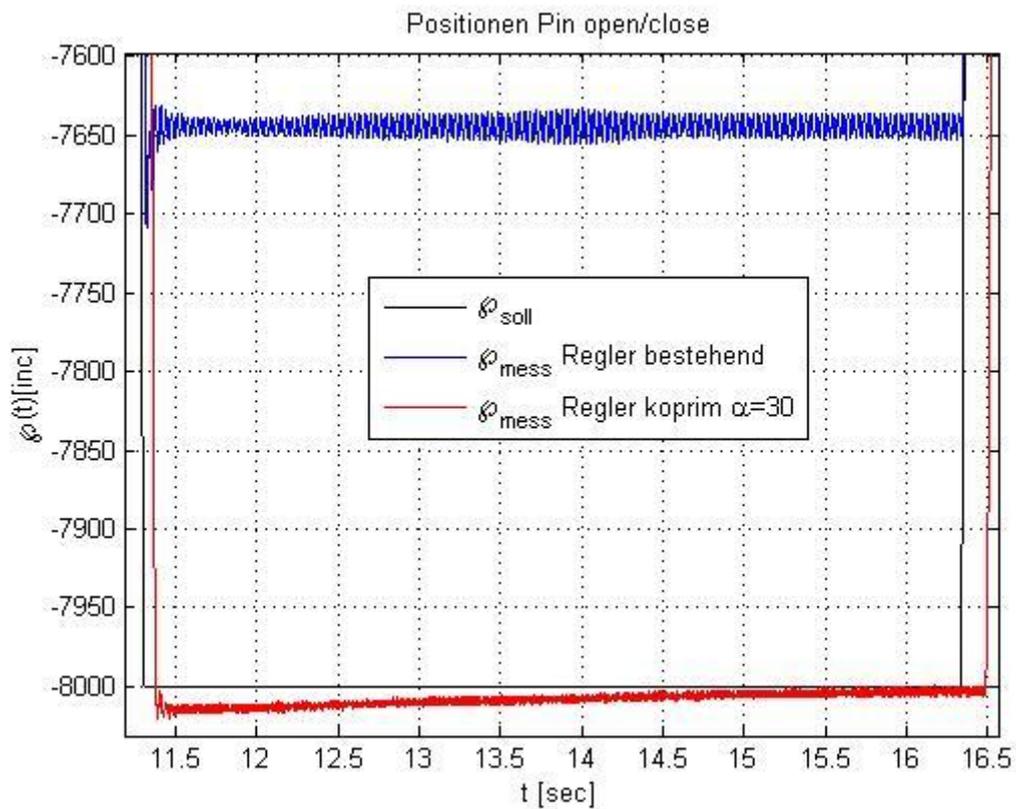
**Abb. 95: Vergleich des Stellgrößenverlaufs bei bestehendem Regler und koprimem Regler mit  $\alpha=30$  bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils**



**Abb. 96: Vergleich des Drehzahlverlaufs beim Wafershift-Versuch bei bestehendem Regler und koprimem Regler mit  $\alpha=30$**



**Abb. 97: Vergleich des Drehzahlverlaufs beim Pin-open/close-Versuch bei bestehendem Regler und koprimem Regler mit  $\alpha=30$**



**Abb. 98: Vergleich des Drehzahlverlaufs beim Pin-open/close-Versuch bei bestehendem Regler und koprimem Regler mit  $\alpha=30$  (Detail)**

Man sieht in Abb. 98, wie durch den koprimen Regler die Sollposition langsam erreicht wird, während mit dem bestehenden Regler eine falsche Position (bleibende Regelabweichung) angefahren wird. Das langsame Ausregeln beim koprimen Regler ist darüber hinaus unproblematisch, da selbst die Anfangsabweichung (in Abb. 98 bei ca.  $t=11,5$ ) bereits hinreichend nahe am gewünschten Istwert liegt.

Der koprime Regler ist jedoch langsamer als der bestehende und kann die Schwingungen in Stell- und Regelgröße auch nicht vollständig unterdrücken, worauf im nächsten Kapitel noch eingegangen werden soll.

Im Allgemeinen sind die Tests mit dem koprimen Regler mit  $\alpha=30$  jedoch sehr zufriedenstellend verlaufen. Der neu entworfene Regler erreicht, insbesondere verglichen mit dem bisher verwendeten Regler, eine signifikante Verbesserung des Systemverhaltens.

## 11 Schwingungsproblematik

Ähnlich wie bei Verwendung des bestehenden Reglers tritt auch beim Einsatz des koprimen Reglers mit Faktorisierungsstelle  $\alpha=30$  bei den Messungen am Teststand eine Restwelligkeit (Schwingungen) in Stell- und Regelgröße auf. Während die Schwingungsamplituden der Stellgröße deutlich kleiner als beim bestehenden Regler sind (vgl. Abb. 100), werden die Drehzahlschwingungen (Abb. 99) kaum gedämpft. Es wurden daher Überlegungen über Ursache, Herkunft und Möglichkeiten zur Unterdrückung der Schwingungen angestellt, die in diesem Kapitel kurz beschrieben werden sollen.

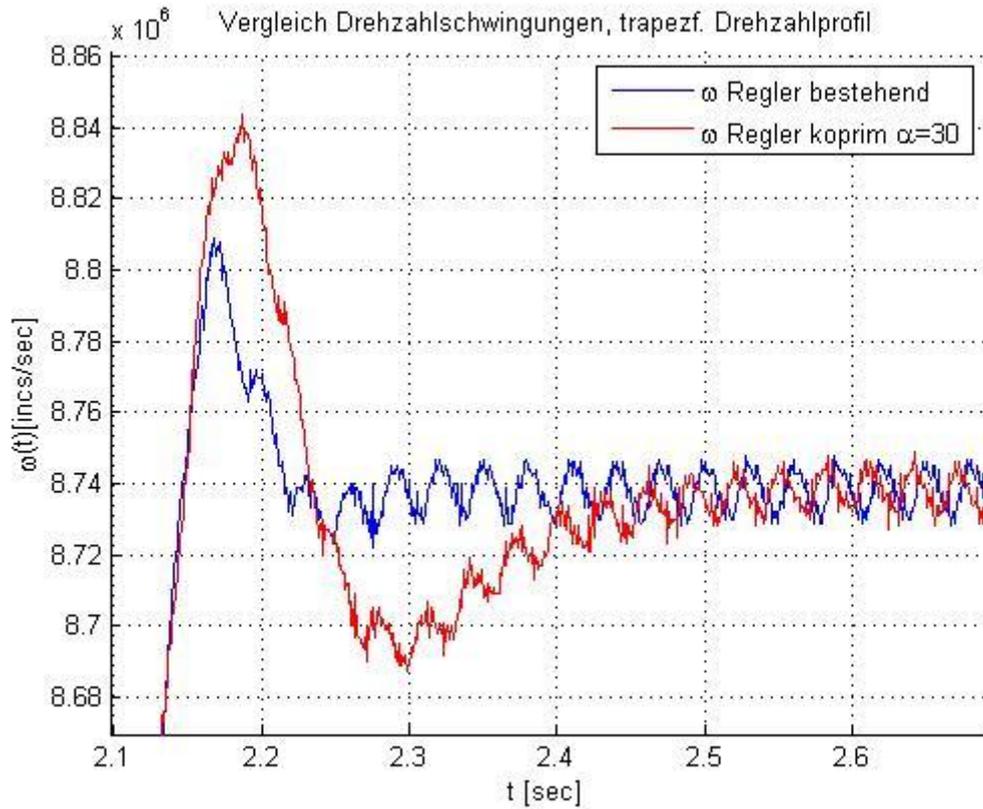


Abb. 99: Vergleich der Drehzahlschwingungen von koprimem und bestehendem Regler

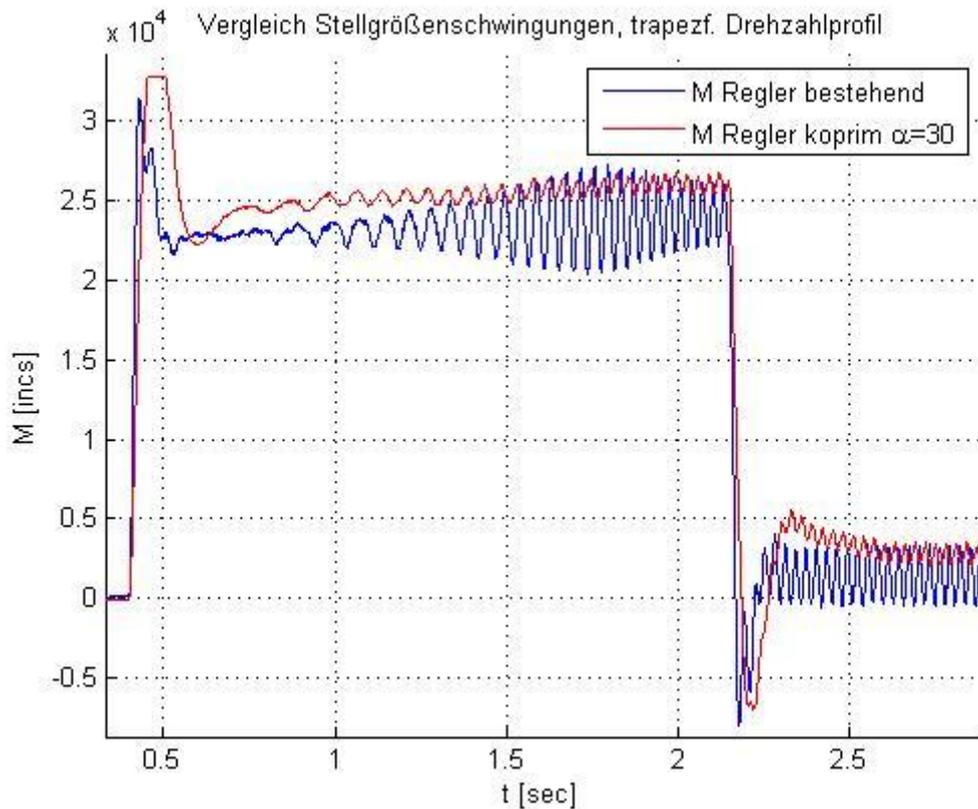


Abb. 100: Vergleich der Stellgrößenschwingungen von koprimem und bestehendem Regler

## 11.1 Detaillierte Beschreibung des Problems

Im Unterschied zu den Simulationsergebnissen treten bei den Messungen am Teststand Schwingungen in Moment (Stellgröße) und Drehzahl auf. Charakteristisch für diese Schwingungen ist, dass die Schwingungsfrequenz der Drehzahl der Maschine proportional ist und dass die Amplitude mit steigender Drehzahl (Frequenz) zunimmt. Die Schwingungen sind ab einer Drehzahl von etwa 150 rpm in den Messergebnissen erkennbar und treten bei allen eingesetzten Reglern auf. Nach oben hin ist die Frequenz der Schwingungen durch die Maximaldrehzahl des Motors von 2000 rpm begrenzt. In Abb. 101 sind die Drehzahlschwingungen und in Abb. 102 die Stellgrößenschwingungen, jeweils bei Betrieb mit bestehendem Regler und koprimem Regler mit  $\alpha=30$ , dargestellt.

Bei Betrieb mit bestehendem Regler und konstanter Drehzahl von 2000 rpm (Maximaldrehzahl) wird die maximale Schwingungsamplitude erreicht. Die Stellgröße schwingt um etwa 1900 inkr um den Mittelwert, was einer Momentenschwankung von  $\pm 1,9$  Nm entspricht. Für die Drehzahl am Ausgang ergibt sich eine Schwankung von  $\pm 8000$  inkr/sec, was einer Drehzahl von  $\pm 1,83$  rpm um den Mittelwert entspricht.

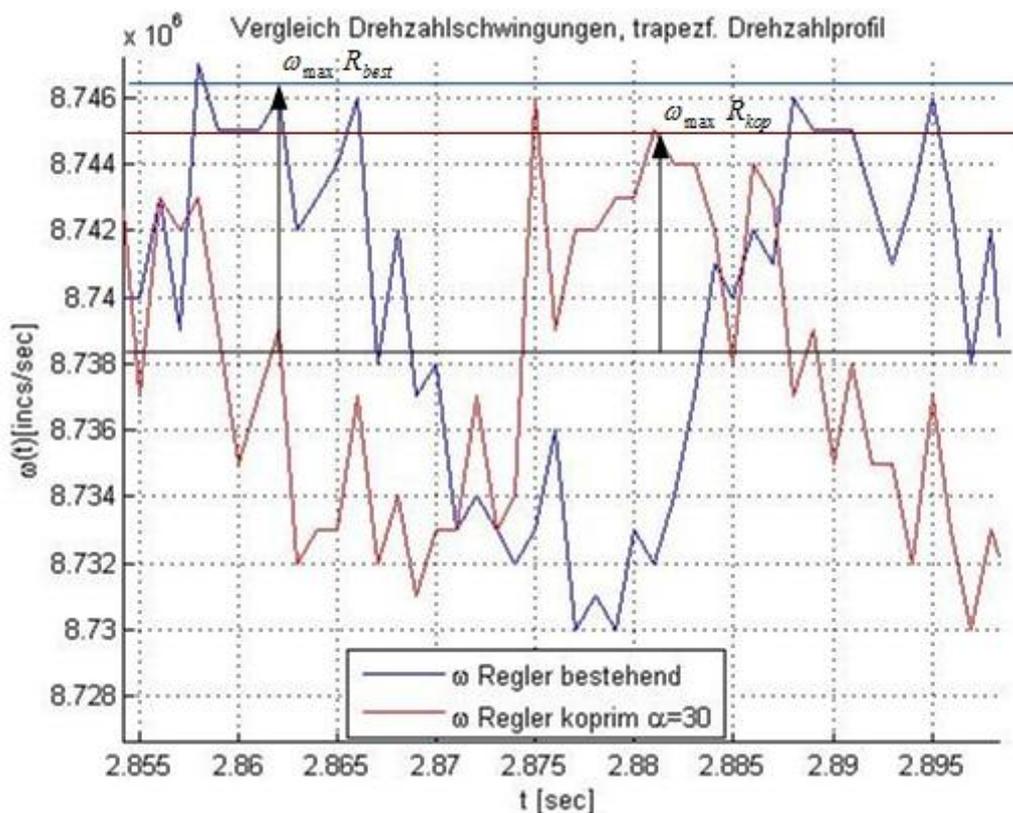


Abb. 101: : Vergleich der Drehzahlschwingungen von koprimem und bestehendem Regler (Detail)

Der Einsatz des koprimen Reglers mit der Faktorisierungsstelle  $\alpha=30$  bewirkt, dass die Stellgrößenschwankung im Vergleich zum bestehenden Regler auf  $\pm 655$  inkr ( $\pm 0,65$  Nm)

deutlich reduziert wird. Die Amplitude der Drehzahlschwingung am Ausgang reduziert sich nur geringfügig auf  $\pm 7000$  inkr/sec, was  $\pm 1,60$  rpm entspricht.

Bei den Versuchen wurden trapezförmige Drehzahlprofile mit einer Steigung von 5 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> vorgegeben, dabei wurde beim koprimen Regler die Stellgrößenbeschränkung erreicht. Im Betriebsfall, wo maximale Beschleunigungen von etwa 2 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> erreicht werden, bleibt die Stellgröße jedoch weit unter der Beschränkung.

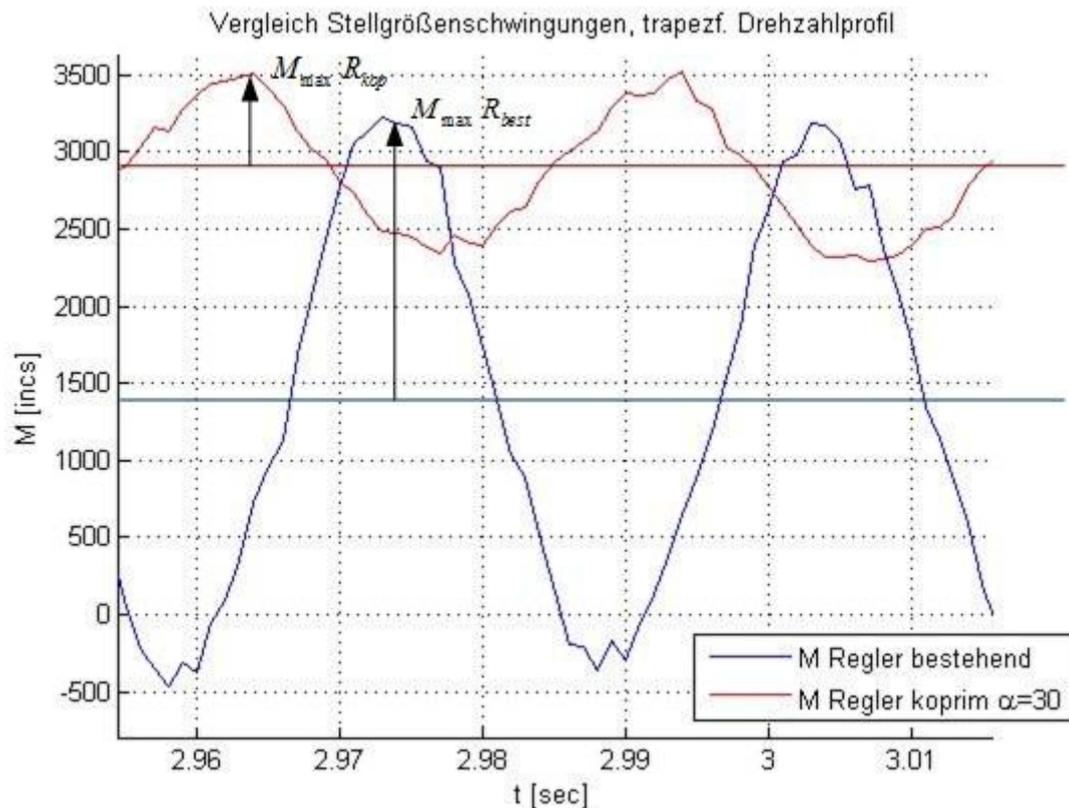


Abb. 102: Vergleich der Stellgrößenschwingungen von koprimem und bestehendem Regler (Detail)

Es wurde versucht, die Ursache für diese auftretenden Schwingungen zu finden. Über den Aufbau und die Funktionsweise der Momentenregelung selbst ist jedoch nur sehr wenig bekannt. Es standen auch keine Möglichkeiten für Messungen innerhalb des Momentenregelkreises zu Verfügung, so dass eine Ursachenforschung hier sehr schwierig war. Eine Nachfrage bei der Herstellerfirma des Momentenreglers ergab, dass solche Schwingungen bei dem verwendeten Regler nicht bekannt sind, normalerweise nicht auftreten und die Ursache dafür am ehesten in der Mechanik zu suchen sei. Die Vermutung, dass die Unwucht des Chucks der Grund für die auftretenden Schwingungen sei, stellte sich jedoch als nicht zutreffend heraus, auch aus dem Grund, dass die Schwingungen beim Betrieb ohne Chuck genauso auftreten.

## 11.2 Einfügen einer Störquelle ins Streckenmodell

Da die Herkunft der Schwingungen im Bereich der Momentenregelung bzw. der Regelstrecke liegen muss, der genaue Ursprungsort bzw. die genaue Ursache jedoch mit den vorhandenen Mitteln nicht geklärt werden konnten, wurde versucht, die Schwingung mathematisch zu beschreiben und anschließend die Störung im Simulationsmodell an geeigneter Stelle einzuspeisen. Nach mehreren Versuchen hat sich das Einfügen einer Störquelle am Drehzahlausgang der Strecke als günstig erwiesen. In F. 72 ist die verwendete Formel für die Berechnung des Störsignals angegeben.

$$F. 72 \quad \omega_{\text{Störung}} \left[ \frac{\text{inkr}}{\text{sec}} \right] = \omega \left[ \frac{\text{inkr}}{\text{sec}} \right] \sin \left( \varphi [\text{inkr}] \frac{2\pi}{2^{18}} + \varphi_0 [\text{inkr}] \right) \frac{5200}{8738133}$$

Die Position in der Einheit [inkr] wird in [rad] umgerechnet und anschließend der Sinus gebildet. Zusätzlich ist durch die Konstante  $\varphi_0$  noch eine Synchronisierung mit den Messdaten notwendig. Die Division durch 8738133 ergibt sich dadurch, dass zur Bestimmung der Konstante 5200 eine Normierung auf die Drehzahl 2000 rpm durchgeführt wurde. Die Störquelle wurde in das Streckenmodell eingebaut, wie in Abb. 103 zu sehen ist. In Abb. 104 - Abb. 107 sind die Verläufe von Drehzahl und Stellgrößen aus Simulation und Messung bei bestehendem und koprimem Regler mit  $\alpha=30$  bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils dargestellt.

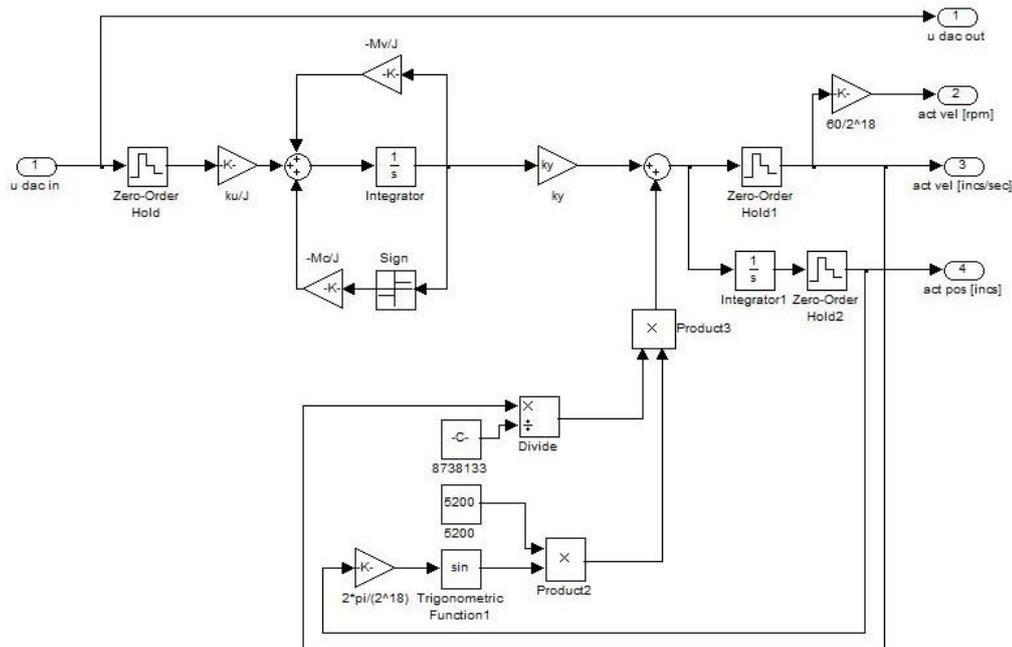


Abb. 103: Streckenmodell mit eingebauter Störquelle am Ausgang

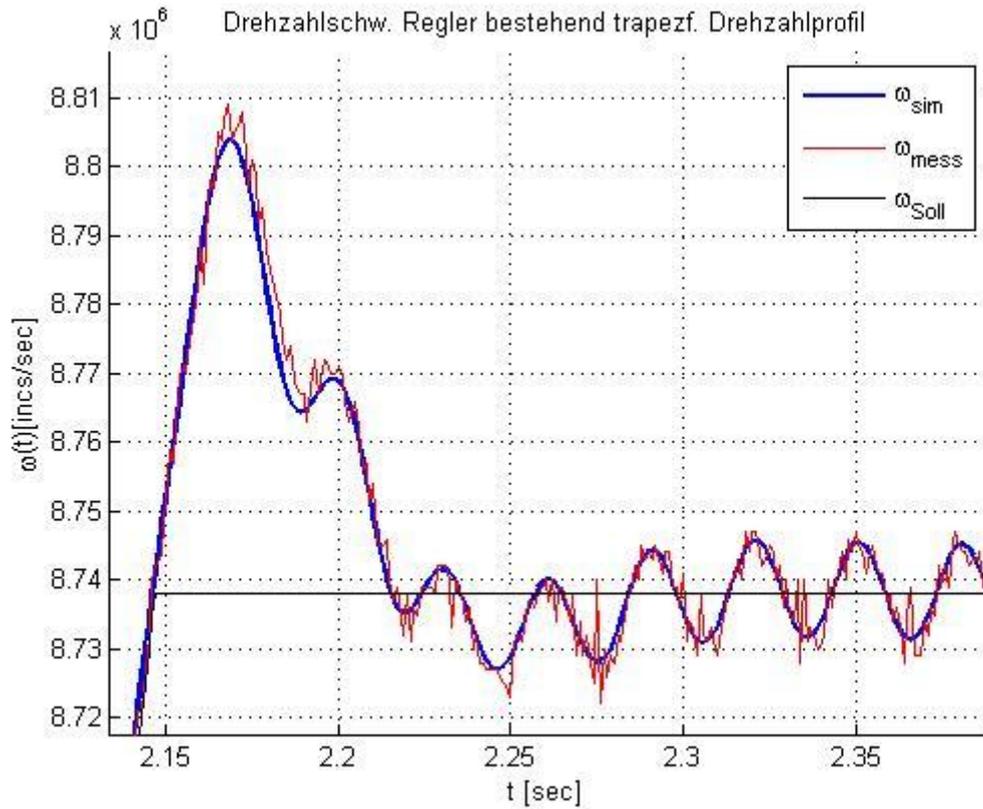


Abb. 104: Drehzahlen aus Simulation mit Störquelle im Modell und Messung bei bestehendem Regler

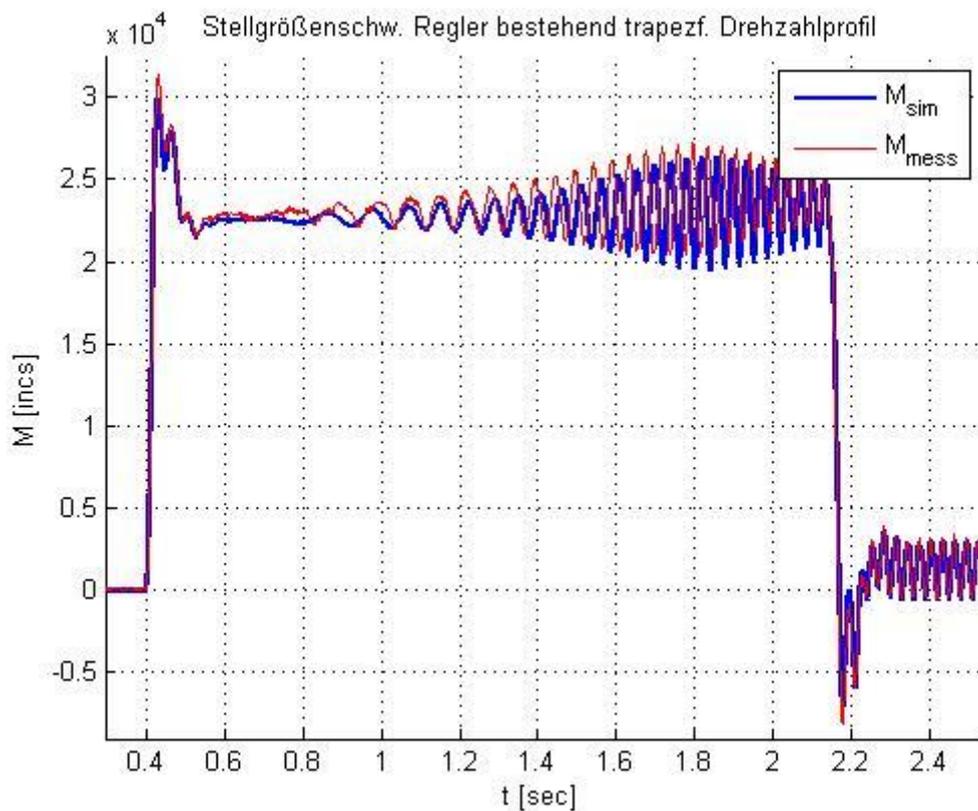


Abb. 105: Stellgrößen aus Simulation mit Störquelle im Modell und Messung bei bestehendem Regler

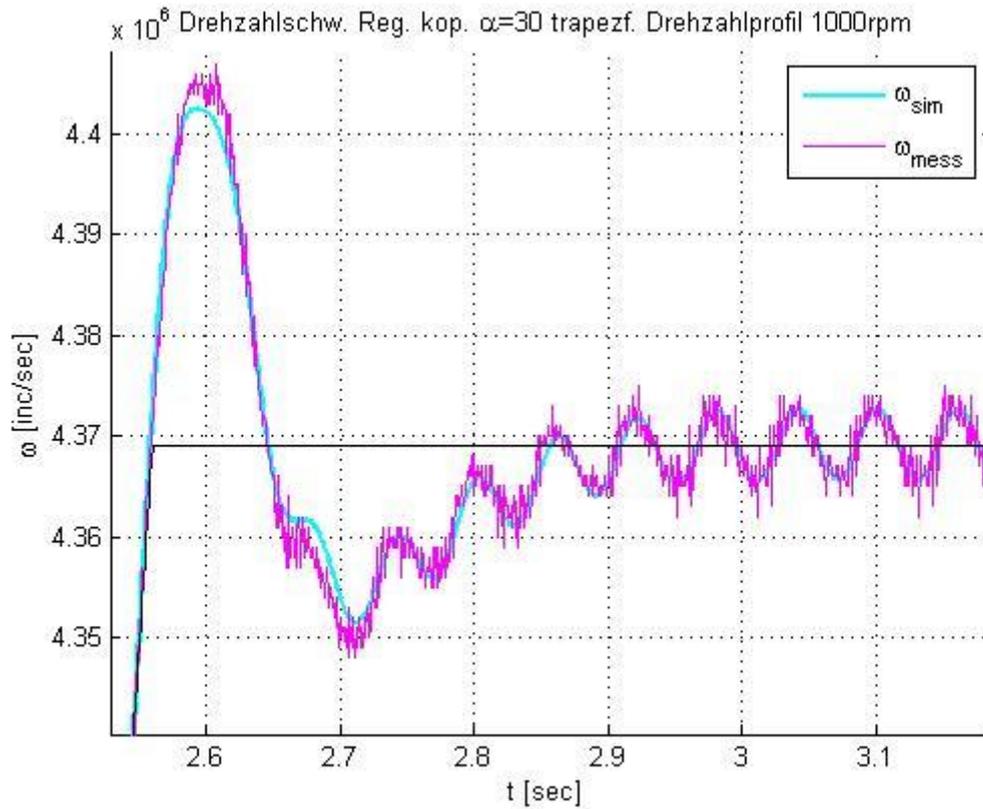


Abb. 106: Drehzahlen aus Simulation mit Störquelle im Modell und Messung bei koprimem Regler

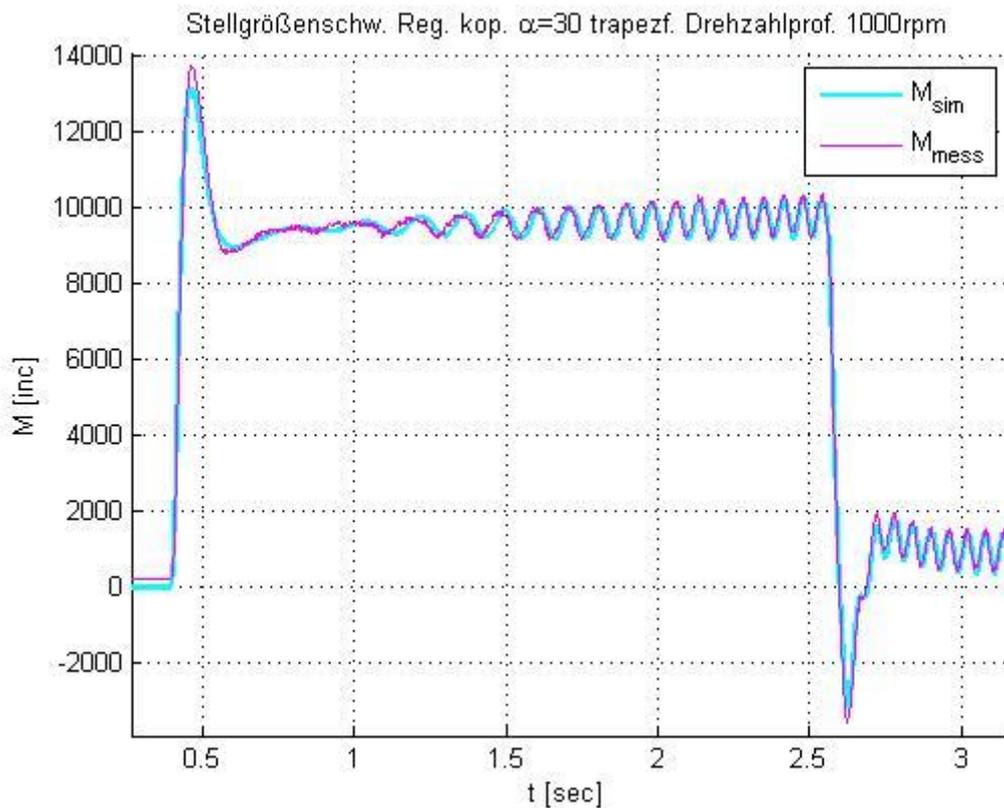


Abb. 107: Stellgrößen aus Simulation mit Störquelle im Modell und Messung bei koprimem Regler

Man sieht, dass durch Einspeisung eines deterministischen Signals in den Streckenausgang, das der mathematischen Beschreibung in F. 72 entspricht, die Störschwingungen gut modelliert werden können.

### 11.3 Koprimer Regler mit komplexer Nullstelle

Nachdem Ursache und Herkunft der Schwingungen nicht geklärt werden konnten, aber eine einfache mathematische Beschreibung derselben möglich ist, wurde nun versucht, den eingesetzten koprimeren Regler so zu modifizieren, dass eine Dämpfung der Drehzahl-schwingungen am Streckenausgang stattfindet [2,3].

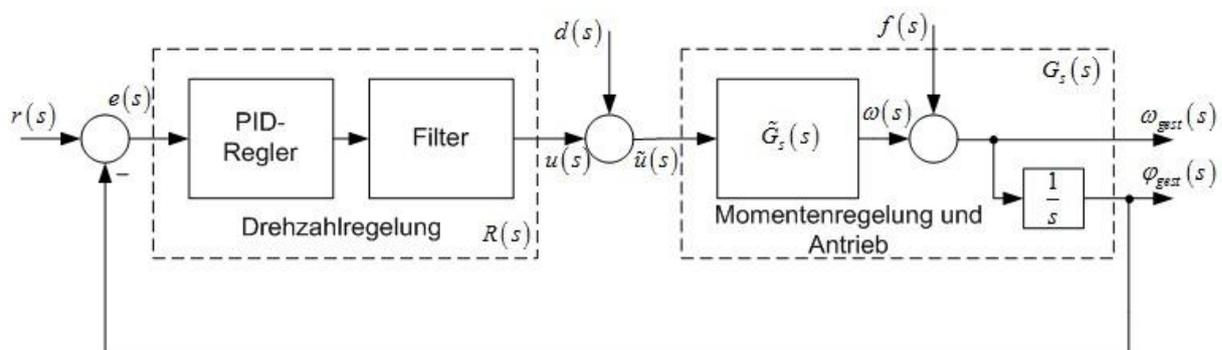


Abb. 108: Modell des Regelkreises mit Störungseingang  $f(s)$

Störungsübertragungsfunktion: 
$$S(s) = \frac{\omega(s)}{f(s)} = \frac{1}{1 + R(s)G_s(s)}$$

Stellgrößenübertragungsfunktion: 
$$S_u(s) = \frac{u(s)}{f(s)} = \frac{R(s)}{1 + R(s)G_s(s)}$$

Die Drehzahl-schwingungen am Ausgang mit noch festzulegender Frequenz  $\hat{\omega}$  sollen gedämpft werden, dazu muss die Störungsübertragungsfunktion  $S(s)$  eine komplexe Nullstelle bei der Frequenz  $\hat{\omega}$  besitzen. Die Stellgrößen-schwingungen sollen zumindest nicht noch weiter zunehmen.

$$S(s) = \frac{\omega_{gest}(s)}{f(s)}$$

F. 73  $S(j\hat{\omega}) \stackrel{!}{=} 0$

$$S(s) = \frac{1}{1 + R(s)G_s(s)} = N(s)[Y(s) - K(s)Z(s)]$$

Da  $N(j\hat{\omega})$  im Allgemeinen ungleich Null ist, ist die Bedingung zur Unterdrückung einer Störung mit der Frequenz  $\hat{\omega}$  in F. 74 angegeben.

$$S(j\hat{\omega}) = \underbrace{N(j\hat{\omega})}_{\neq 0} \underbrace{[Y(j\hat{\omega}) - K(j\hat{\omega})Z(j\hat{\omega})]}_{=0} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\begin{aligned} \text{F. 74 } Y(j\hat{\omega}) - K(j\hat{\omega})Z(j\hat{\omega}) &\stackrel{!}{=} 0 \quad Z(j\hat{\omega}) \neq 0 \\ \Rightarrow K(j\hat{\omega}) &\stackrel{!}{=} \frac{Y(j\hat{\omega})}{Z(j\hat{\omega})} \end{aligned}$$

Zusätzlich muss weiterhin die bisherige Forderung nach integrierender Eigenschaft des Reglers (F. 75) gültig sein.

$$\begin{aligned} Y(0) - K(0)Z(0) &\stackrel{!}{=} 0 \quad Z(0) \neq 0 \\ \text{F. 75 } \Rightarrow K(0) &\stackrel{!}{=} \frac{Y(0)}{Z(0)} \end{aligned}$$

Als Ansatz für  $Q(s)$  wurde gewählt:

$$\text{F. 76 } K(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{(s + \beta)^2}$$

Nach dem Ersetzen von  $s$  durch  $j\omega$ , einsetzen von F. 75 für  $\omega=0$ , und Koeffizientenvergleich von Real- und Imaginärteil lassen sich die Koeffizienten berechnen. Die Frequenz  $\hat{\omega}$ , bei welcher die maximale Unterdrückung erreicht werden soll, wurde als geometrisches Mittel der Frequenzen der auftretenden Störungen gewählt, welche ab etwa 150 rpm bemerkbar sind und bis zur Maximaldrehzahl von 2000 rpm reichen. Durch mehrmalige Simulation wurde der Wert von  $\beta=35$  als gut erachtet und festgelegt. Die ermittelten Übertragungsfunktionen sind für  $K(s)$  in F. 78 und für  $R(s)$  in F. 79 dargestellt.

$$\begin{aligned} \text{F. 77 } \hat{\omega} &= \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{150 \cdot 2000} \approx 550 \text{ rpm} = 57,6 \text{ rad} \\ \beta &= 35 \end{aligned}$$

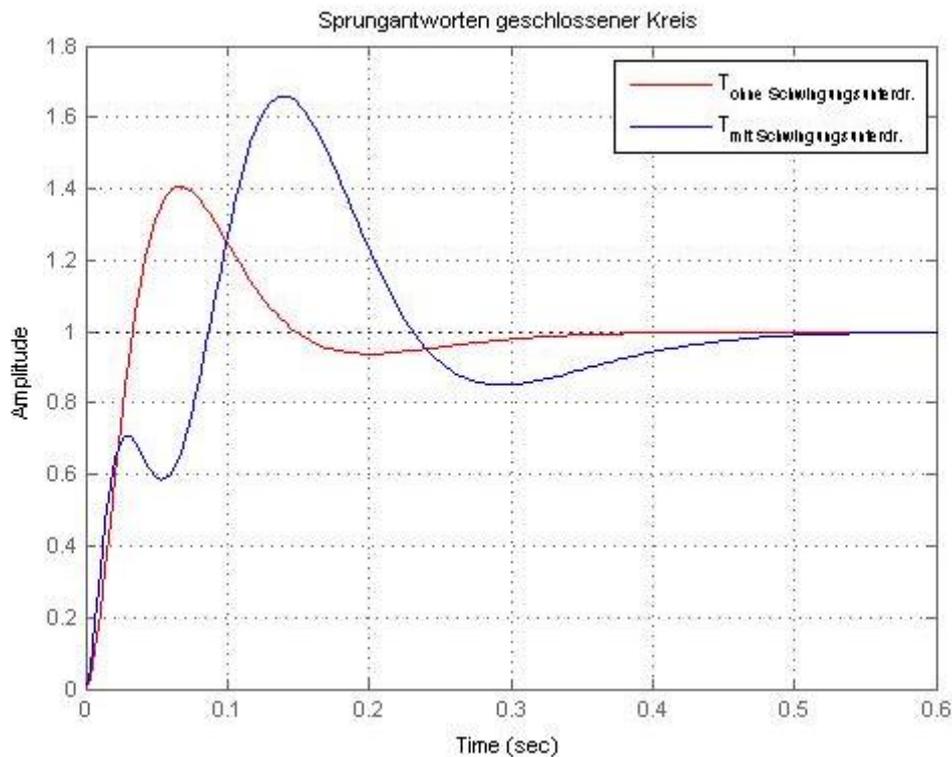
$$\text{F. 78 } K(s) = \frac{5117,3(s^2 - 32,68s + 367,2)}{(s + 35)^2}$$

$$\text{F. 79 } R(s) = \frac{51,14(s^2 + 12,36s + 62)(s^2 - 12,13s + 1367)}{s(s + 190)(s^2 + 3317)}$$

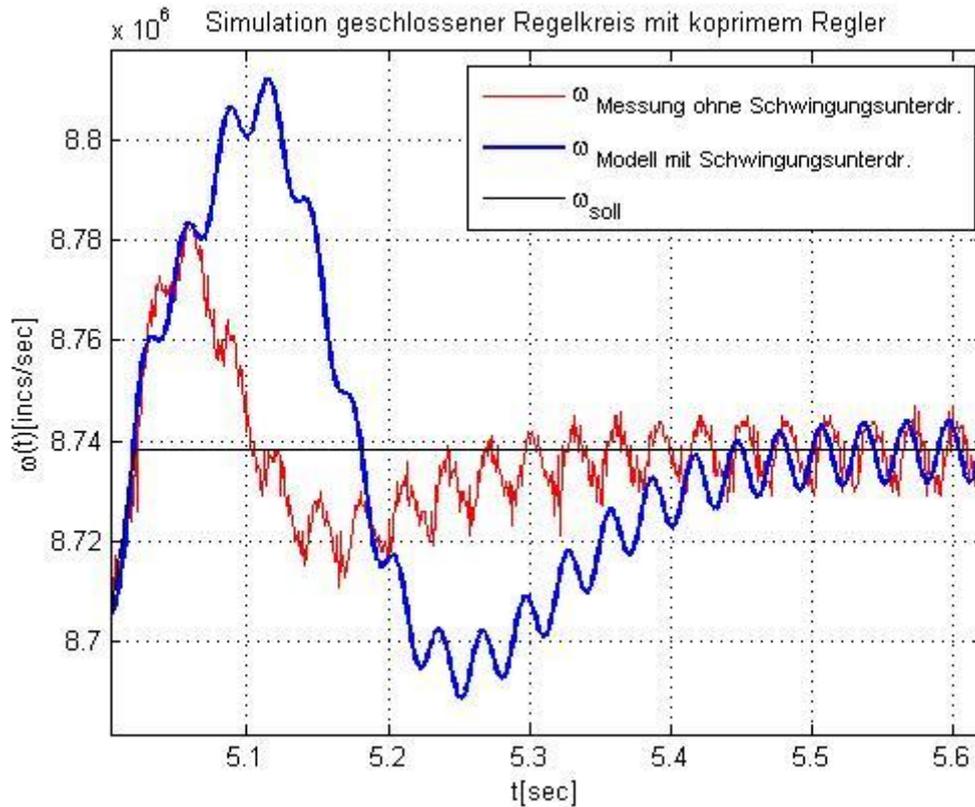
In Abb. 109 ist die Sprungantwort des neuen ermittelten koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  und Schwingungsunterdrückung im Vergleich zum bisherigen koprimen Regler mit  $\alpha=30$  bei einem Einheitssprung dargestellt.

In Abb. 110 sind die Simulationsergebnisse der Drehzahl des neuen Reglers im Vergleich zu den gemessenen Drehzahlverläufen bei Verwendung des koprimen Reglers bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils mit einer Enddrehzahl von 2000 rpm zu sehen. Man sieht, dass bei einer gewählten Frequenz der maximalen Dämpfung der Drehzahl-schwingungen von  $\hat{\omega}=550$  rpm die Drehzahl-schwingungen beim Erreichen der Maximaldrehzahl von 2000 rpm kaum mehr gedämpft werden.

Durch die Berücksichtigung der Schwingungsunterdrückung ergibt sich eine instabile konjugiert komplexe Nullstelle in der Führungsübertragungsfunktion ( $6 \pm 36j$ ) und es kommt zu einer erheblichen Verschlechterung des Führungsübertragungsverhaltens.

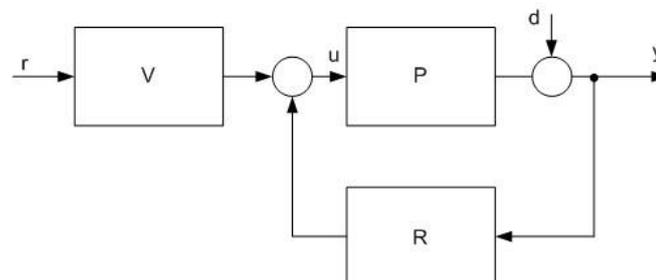


**Abb. 109: Sprungantwort des neuen koprimen Reglers mit Schwingungsunterdrückung im Vergleich zum einfachen koprimen Regler**



**Abb. 110: Vergleich der simulierten Drehzahl des neuen koprimen Reglers mit Schwingungsunterdrückung mit der gemessenen Drehzahl des einfachen koprimen Reglers bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils (Ausschnitt)**

Um das Führungsverhalten zu verbessern, wurde zu einem Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden übergegangen, der den Vorteil bietet, dass Führungs- und Störungsverhalten getrennt beeinflusst werden können. Mit der vorhandenen Software kann diese Struktur am Teststand jedoch nicht realisiert werden. Nichtsdestotrotz sollen die Möglichkeiten einer derartigen Erweiterung in der Simulation untersucht werden.



**Abb. 111: Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden**

Zur Wahl von  $V(s)$  wurde folgender Ansatz gewählt:

$$\text{F. 80 } V(s) = \frac{H(s)}{Y(s) - R(s)Z(s)} \quad R(s), H(s) \dots \dots \text{BIBO-stabil}$$

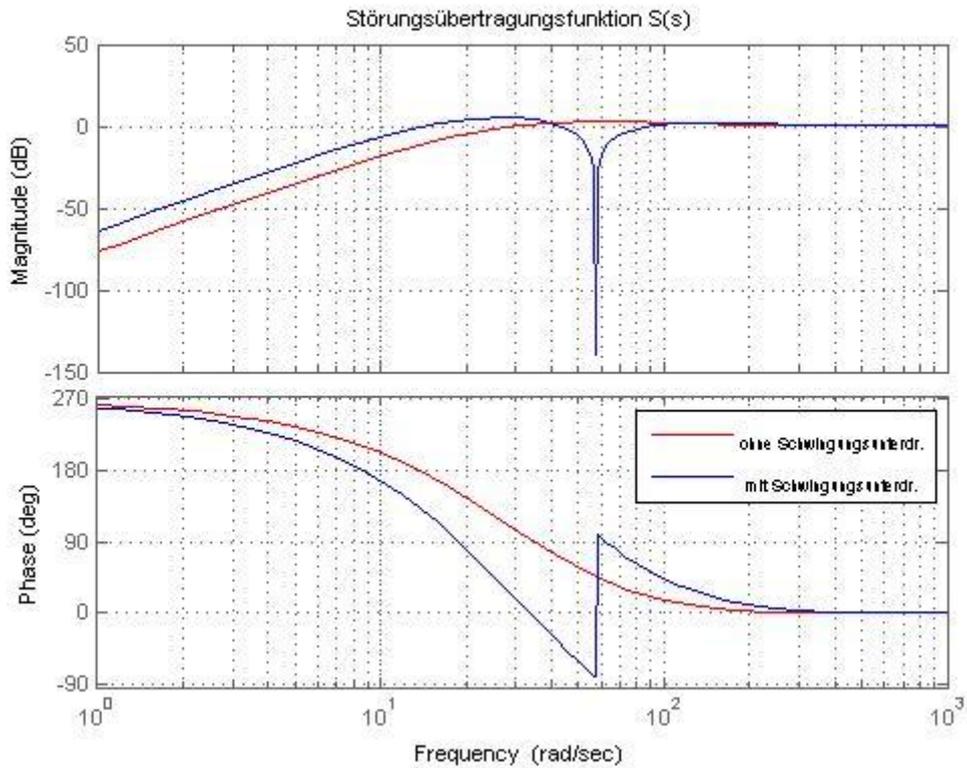
Zur Gewährleistung der internen Stabilität müssen  $V(s)$  und  $R(s)$  exakt die gleichen Pole besitzen. Die exakte Übereinstimmung der Pole ist dann gewährleistet, wenn  $R(s)$  und  $V(s)$  als ein dynamisches System realisiert werden.  $H(s)$  kann als beliebige BIBO-stabile Funktion gewählt werden und wurde so festgelegt, dass das ursprüngliche Führungsverhalten wie beim Einsatz des einfachen koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  ohne Schwingungsunterdrückung erreicht wurde.  $R(s)$  ist bereits aus F. 78 bekannt, für  $V(s)$  ergibt sich zur Beibehaltung des ursprünglichen Führungsverhaltens:

$$\text{F. 81 } V(s) = \frac{23,59(s+35)^2(s^2+20,01s+150,1)}{s(s+190)(s^2+3317)}$$

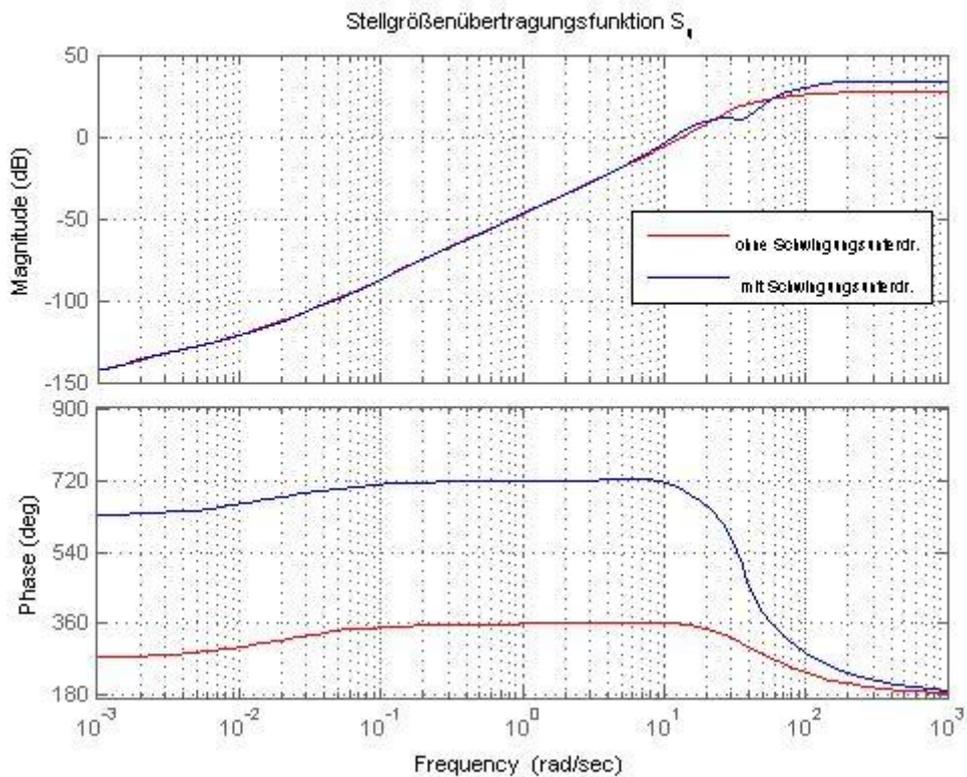
In Abb. 112 sind die BODE-Diagramme der Störungsübertragungsfunktionen und in Abb. 113 die BODE-Diagramme der Stellgrößenübertragungsfunktionen, jeweils im Vergleich zwischen Verwendung des einfachen koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  und des koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  und Schwingungsunterdrückung dargestellt. Man sieht in Abb. 112, dass im Bereich zwischen den Drehzahlen 380 rpm (40 rad/sec) und 955rpm (100 rad/sec) eine Verminderung der Drehzahlschwingungen zu erwarten ist und bei der gewählten Drehzahl von 550 rpm (58 rad/sec) die größte Unterdrückung geschieht. Im Drehzahlbereich von etwa 995 rpm bis zur Maximaldrehzahl von 2000 rpm ist nur mehr eine geringfügige Verbesserung des Drehzahlschwingungsverhaltens feststellbar, ab 670 rpm (70 rad/sec) kommt es sogar zu einer geringfügigen Vergrößerung der Stellgrößenschwingungen, wie es in Abb. 113 zu sehen ist.

Bei Drehzahlen zwischen 153 rpm (16 rad/sec) und 380 rpm (40 rad/sec) nehmen die Drehzahlschwingungen, im Vergleich zum Betrieb mit dem ursprünglichen koprimen Regler ohne Schwingungsunterdrückung, etwas zu. Da die Amplituden hier jedoch relativ klein sind, wurde dieser Nachteil in Kauf genommen.

Mit dem Parameter  $\beta$  können noch Einstellungen vorgenommen werden. Wird  $\beta$  weiter erhöht, kommt es auch zu einer Verminderung der Schwingungsamplituden der Drehzahl im Bereich von 153 rpm (16 rad/sec) bis 380 rpm (40 rad/sec), dafür müssen deutlich höhere Stellgrößenschwingungsamplituden ab etwa 670 rpm (70 rad/sec) toleriert werden. Umgekehrt kommt es bei einer Verringerung von  $\beta$  zu einer Verringerung der Stellgrößenschwingungen im Bereich hoher Drehzahlen, dafür werden die Drehzahlschwingungsamplituden im Bereich niedriger Drehzahlen immer höher. Es wurde versucht, mit  $\beta=35$  diesbezüglich einen Kompromiss zu finden.



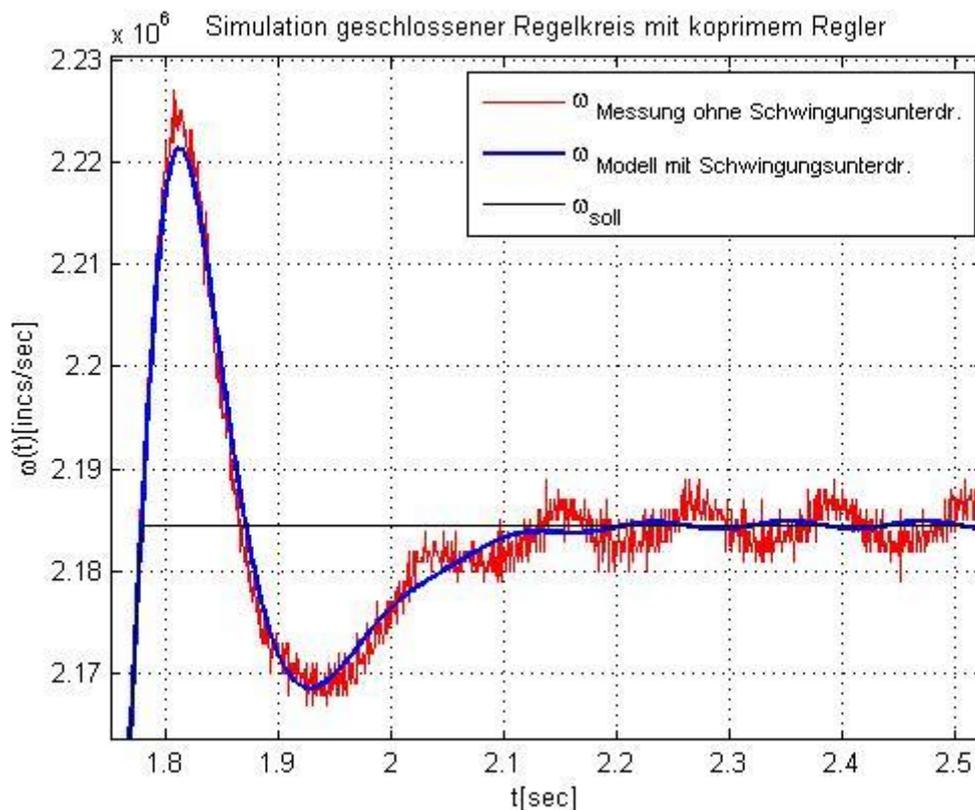
**Abb. 112: Vergleich der Störungsübertragungsfunktionen bei koprimem Regler mit und ohne Schwingungsunterdrückung**



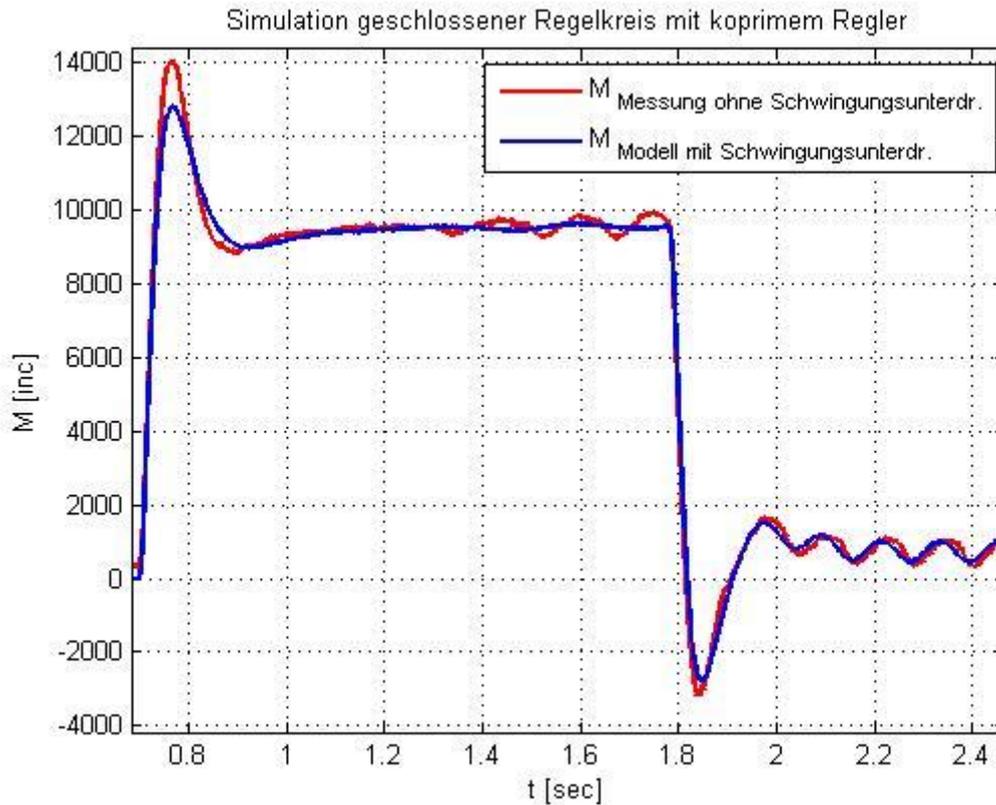
**Abb. 113: Vergleich der Stellgrößenübertragungsfunktionen bei koprimem Regler mit und ohne Schwingungsunterdrückung**

Im Folgenden sind Drehzahl- und Stellgrößenverläufe dargestellt, wobei ein Vergleich zwischen den gemessenen Verläufen bei Verwendung des einfachen koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  und den simulierten Verläufen bei Einsatz des koprimen Reglers mit  $\alpha=30$  und Störungsunterdrückung durchgeführt wurde. Es wurden trapezförmige Drehzahlprofile mit einer Steigung von 2 Mio. inkr/sec<sup>2</sup> vorgegeben, in Abb. 114 und Abb. 115 wurde eine Enddrehzahl von 500 rpm gewählt, in Abb. 116 und Abb. 117 wurde eine Enddrehzahl von 2000 rpm vorgegeben.

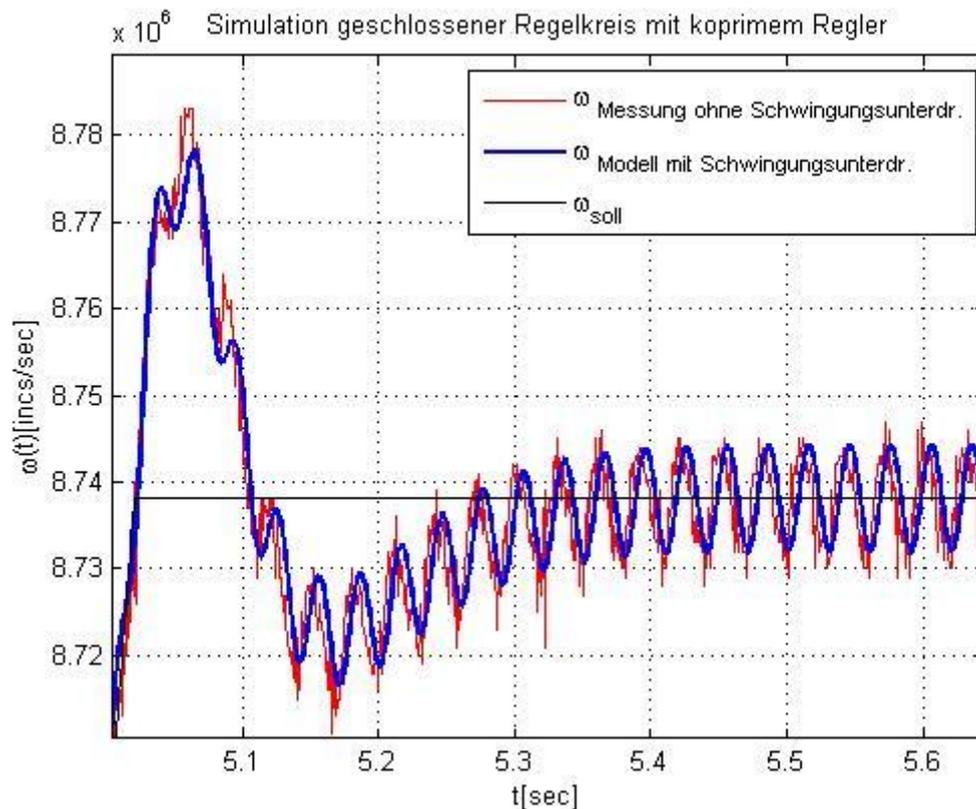
Man sieht, dass bei einer Drehzahl von 500 rpm eine deutliche Verbesserung des Drehzahlschwingungsverhaltens festzustellen ist, bei einer Drehzahl von 2000 rpm hat die Schwingungsunterdrückung jedoch kaum mehr Einfluss.



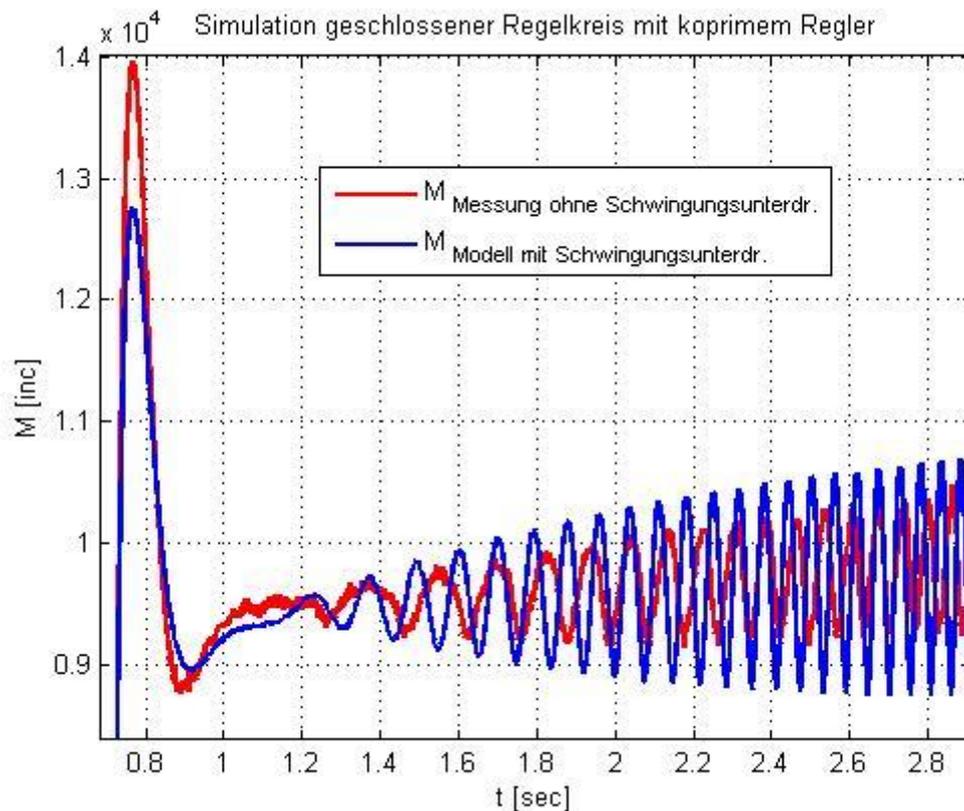
**Abb. 114: Vergleich der Drehzahlverläufe bei Verwendung des koprimen Reglers mit und ohne Schwingungsunterdrückung bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils mit  $\omega_{MAX}=500$  rpm, erweiterte Regelkreisstruktur**



**Abb. 115:** Vergleich der Stellgrößenverläufe bei Verwendung des koprimen Reglers mit und ohne Schwingungsunterdrückung bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils mit  $\omega_{MAX}=500$  rpm, erweiterte Regelkreisstruktur



**Abb. 116:** Vergleich der Drehzahlverläufe bei Verwendung des koprimen Reglers mit und ohne Schwingungsunterdrückung bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils mit  $\omega_{MAX}=2000$  rpm, erweiterte Regelkreisstruktur



**Abb. 117: Vergleich der Stellgrößenverläufe bei Verwendung des koprimen Reglers mit und ohne Schwingungsunterdrückung bei Vorgabe eines trapezförmigen Drehzahlprofils mit  $\omega_{MAX}=2000$  rpm, erweiterte Regelkreisstruktur**

Wie man in Abb. 116 und Abb. 117 sieht, werden bei hohen Drehzahlen die Schwingungen in der Ausgangsgröße kaum mehr unterdrückt, die Schwingungsamplitude der Stellgröße erhöht sich sogar etwas.

Will man die Drehzahlschwingungen auch bei höheren Drehzahlen unterdrücken, kann die Unterdrückungsfrequenz auch hin zu höheren Frequenzen geschoben werden, wobei Verschlechterungen der Dämpfung in anderen Frequenzbereichen bzw. eine Erhöhung der Amplituden der Stellgrößenschwingungen auftreten. Will man eine gute Dämpfung der Drehzahlschwingungen in einem großen Drehzahlbereich haben, muss man mit sehr hohen Amplituden der Stellgrößenschwingungen bei hohen Drehzahlen rechnen. Wenn hingegen die Stellgrößenschwingungsamplituden in bestimmten Grenzen bleiben sollen, so muss man sich auf eine Dämpfung der Drehzahlschwingungen in einem kleineren Frequenzbereich begnügen und höhere Schwingungsamplituden der Drehzahl in anderen Frequenzbereichen tolerieren.

Es wurde auch versucht, den Regler dahingehend zu verändern, dass zusätzlich zur Dämpfung der Drehzahlschwingungen eine Dämpfung der Stellgrößenschwingungen möglich ist, bzw. eine zweite Dämpfungsfrequenz der Drehzahlschwingungen angegeben werden kann. Die Simulationen ergaben jedoch, dass die damit erzielten Verbesserungen sehr gering sind, sodass sich der zusätzliche Aufwand kaum lohnt und daher dieser Ansatz nicht weiterverfolgt wurde.

## 12 Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit war es, einen verbesserten Regler für die Drehzahl-/Positionsregelung der Dreh- und Hubeinheit einer Siliziumwafer-Ätzmaschine zu entwerfen. Dazu wurde ein mathematisches Modell der Regelstrecke ermittelt und eine experimentelle Bestimmung der unbekannt Parameter durchgeführt. Zur Validierung des ermittelten Modells wurde ein Vergleich der Ergebnisse der Versuche am Teststand bzw. der Simulationen in MATLAB-Simulink durchgeführt. Dabei wurde festgestellt, dass das ermittelte mathematische Modell die reale Strecke hinreichend genau beschreibt. Es wurde der bestehende PD-Regler mit Resonator, der einige Defizite aufweist, genauer untersucht. So führt etwa der Betrieb ohne Chuck zur Instabilität des Regelkreises. Zudem können am Streckeneingang auftretende konstante Störungen, verursacht durch die unmodellerte coulombsche Reibung oder ein vorhandenes Federmoment beim Pin-open/close Versuch, nicht ausgeglichen werden und führen zu einer bleibenden Positionsregelabweichung. Ausgehend vom ermittelten mathematischen Modell wurden verschiedene Regler entworfen, die eine Verbesserung der Eigenschaften des Regelkreises bringen sollen. Zur Beseitigung der Instabilität beim Betrieb ohne Chuck wurde mit Hilfe des FKL-Verfahrens ein P-Regler mit Lead-Glied entworfen. Um auch konstante Störungen am Streckeneingang ausregeln zu können, ist jedoch ein integrierender Regler notwendig, der durch Koprime Faktorisierung ermittelt wurde. Anschließend wurde die Robustheit des Regelkreises gegenüber Parameterschwankungen durch ungenau bestimmte bzw. zeitvariante Parameter einerseits, und Trägheitsmomentvariationen andererseits, genauer untersucht. Dazu wurde ein parametrisches Unsicherheitsmodell bestimmt und es zeigte sich, dass die Parameterunsicherheiten nur geringe Auswirkungen auf das Regelkreisverhalten haben. Die Massenträgheitsmomentvariationen wirken sich hingegen stark auf das Regelkreisverhalten aus und können auch zur Instabilität des Regelkreises führen. Auf Basis des parametrischen Unsicherheitsmodells wurde ein unstrukturiertes Unsicherheitsmodell ermittelt, das als Grundlage für einen robusten Reglerentwurf (Loopshaping-Verfahren) dient und es wurde ein Loopshaping-Handentwurf durchgeführt. Es stellte sich heraus, dass die dynamischen Eigenschaften des ermittelten robusten Reglers nicht den Anforderungen entsprechen. Da der P-Regler mit Lead-Glied die konstanten, am Streckeneingang auftretenden Störungen,

nicht ausregeln kann, wurde der kopprime Regler für am besten geeignet erachtet und für die weiteren Tests ausgewählt. Bei den Messungen am Teststand war zu bemerken, dass das mathematische Streckenmodell im Bereich höherer Frequenzen die reale Strecke im Phasenfrequenzgang nur mehr ungenau beschreibt. Zur Korrektur der Streckenübertragungsfunktion im Modell bei hohen Frequenzen wurde eine Anpassung des Phasenfrequenzganges im Modell mittels eines Allpasses durchgeführt. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, dass die entworfenen Regler entsprechend an die erweiterte Strecke angepasst werden müssen. Beim Einsatz des entworfenen koprimen Reglers bedeutet dies, dass, um Stabilität auch beim Betrieb ohne Chuck zu erreichen, eine Verschlechterung der Dynamik in Kauf genommen werden muss. Ein weiteres Problem, das in der Realität existiert, sind drehzahlproportionale Schwingungen, die in Stell- und Regelgröße auftreten. Es wurde versucht, durch Einfügen einer komplexen Nullstelle, eine Unterdrückung der Drehzahlschwingungen zu erreichen. Dies ist jedoch nur in einem begrenzten Drehzahlbereich möglich und kann zu einer Vergrößerung der Schwingungsamplituden in einem anderen Bereich bzw. der Stellgröße führen. Weiters ist zur Beibehaltung eines guten Führungsverhaltens eine Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden notwendig, wodurch eine getrennte Vorgabe von Führungs- und Störungsübertragungsfunktion möglich wird. Die Ursache der Schwingungen in Stell- und Regelgröße konnte mit den vorhandenen Mitteln nicht erklärt werden. Hier müssten tiefer gehende Untersuchungen der Struktur und Funktionsweise der Momenten-/Stromregelung der Synchronmaschine angestellt werden, um Klarheit über die Ursache der Schwingungen und über die Möglichkeiten für deren gezielte Unterdrückung zu bekommen. Der entworfene einfache kopprime Regler genügt jedoch den Spezifikationen der Firma LAM und wird bei der neuen Maschinengeneration als Standardregler eingesetzt werden.

## 13 Literaturangaben

- [1] F. Staudegger: Advanced Process Control für Halbleiterätzmaschinen, Dissertation, Institut für Regelungstechnik und Automatisierungstechnik, Technische Universität Graz, 2008
- [2] M. Horn, N. Dourdoumas: Regelungstechnik, Pearson Studium, 2004
- [3] J. Doyle, B. Francis, A. Tannenbaum: Feedback Control Theory, Macmillan Publishing Co., 1990
- [4] J. Ackermann: Robuste Regelung, Springer-Verlag, 1993

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 15. 06. 2010

.....

(Unterschrift)