

daß selbst bei einer Million und mehr Belastungswiederholungen die Bruchlast sich nicht gegenüber jenen Balken änderte, die durch eine einmalige, langsam anwachsende Belastung zerstört wurden. Zum gleichen Ergebnis führten auch die Versuche von Homann<sup>1)</sup> und Amos<sup>2)</sup> an Plattenbalken. Dabei wurden bei letzteren Versuchen innerhalb von drei Jahren 7,4 Millionen Wiederholungen der Belastung vorgenommen.

Die zulässigen Querschnittsbeanspruchungen schwankten bei den angeführten Versuchen zwischen  $\sigma = 40/760$  und  $\sigma = 47/1900$  kg/cm<sup>2</sup>.

Es sei noch angeführt, daß sich nach Versuchen von Probst (3), S. 492, die Dauerfestigkeit des auf Zug beanspruchten Betons nur mit der etwa 0,4fachen Biegezugfestigkeit ergab. Allerdings ist dieses Ergebnis unter außerordentlich ungünstigen Verhältnissen erzielt worden, nachdem in der Minute 20 bis 180 Be- und Entlastungen vorgenommen wurden. Trotzdem atmeten die Risse, selbst nach einer Million Belastungswiederholungen und bei Beanspruchungen bis zu  $\sigma = 100/2000$  kg/cm<sup>2</sup> noch, d. h. sie schlossen sich nach der Entlastung fast vollständig.

Im übrigen werden Bauwerke, z. B. Brücken unter Eisenbahngleisen, vor einer nachteiligen Wirkung häufig wiederholter Belastungen gewöhnlich durch besondere Maßnahmen geschützt. Derartige Bauwerke werden sich deshalb günstiger verhalten, als den angeführten Versuchen zu entnehmen ist.

### III. Die Untersuchung an den einzelnen Konstruktionsteilen.

#### A. Der durch eine Druckkraft mittig belastete Eisenbetonquerschnitt.

##### a) Säulen mit einfacher Bügelbewehrung.

##### 1. Säulen ohne Knickgefahr.

##### α) Allgemeines.

Nach Versuchen setzt sich die Tragfähigkeit der durch eine Druckkraft mittig belasteten Säulen mit einfacher Bügelbewehrung unter gewissen noch näher anzuführenden Bedingungen aus der Prismenfestigkeit des Betons und dem Lastanteil der bis zur Quetschgrenze beanspruchten Längseisen zusammen.

Bezeichnet  $F_b$  den gesamten Querschnitt einer Säule,  $F_e$  den Querschnitt der Längseisen,  $\sigma_p$  die Prismenfestigkeit des Betons und  $\sigma_q$  die Quetschgrenze der Längseisen, so beträgt die zu erwartende Bruchlast der Säule

$$(3a) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_b + \sigma_q \cdot F_e.$$

Gewöhnlich wird  $\frac{\sigma_q}{\sigma_p} = n$  und  $(F_b + n \cdot F_e) = F_i$  gesetzt. Es ergibt sich dann

$$(3b) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_i.$$

Da es üblich ist, mit dem Querschnitt  $F_b$  ohne Abzug des Querschnitts der Längseisen zu rechnen, ist zu beachten, daß diese Berechnungsweise eine Erhöhung der Verhältniszahl  $n$  um eins bewirkt. Die dadurch bedingte Ungenauigkeit der Berechnung ist jedoch ohne praktische Bedeutung.

Die Anwendbarkeit der Gl. 3 ist zunächst an die Bedingung geknüpft, daß die Stauchungen des Betons unter der Bruchlast ebenso groß sind wie die Stauchungen

<sup>1)</sup> Arm. Beton 1909, S. 153. — <sup>2)</sup> D. A. f. E., Heft 53 u. 54.

der Längseisen bei Erreichung der Quetschgrenze. Nach den bis jetzt vorliegenden Versuchen ist diese Bedingung bei Verwendung von Beton mit einer Würfel Festigkeit bis zu etwa  $500 \text{ kg/cm}^2$  und von Längseisen mit einer Quetschgrenze bis zu etwa  $4000 \text{ kg/cm}^2$  erfüllt. Die Zerstörung des Verbundes geht dabei gewöhnlich derart vor sich, daß wegen der größeren Verformbarkeit des Betons zunächst die Quetschgrenze der Längseisen erreicht wird. Dieselben bleiben dann auf dieser Spannungsstufe so lange stehen, bis mit weiter zunehmender Belastung jene Stauchung eintritt, die den Bruch des Betons herbeiführt.

Die Anwendbarkeit der Gl. 3 ist weiter an die Bedingung geknüpft, daß der Abstand der Bügel nicht zu groß ist. Gerade im Hinblick auf die Verwendung von hochwertigem Baustahl gewinnt die Frage des zulässigen Abstandes der Bügel besondere Bedeutung, wenn einem vorzeitigen Ausknicken der Längseisen vorgebeugt werden soll.

Dies geht aus einer Berechnung des Bügelabstandes  $s$  als Knicklänge der Längseisen mittels der Knickgleichung von Tetmajer hervor, wenn in derselben der Trägheitshalbmesser der Längseisen vom Durchmesser  $\delta$  mit  $i = \frac{\delta}{4}$  eingesetzt wird.

Wird z. B. für St 52 eine Quetschgrenze von  $3600 \text{ kg/cm}^2$  berücksichtigt, so gilt für ein Verhältnis  $s : i < 83$  die Beziehung

$$s = \frac{4300 - \sigma_k}{15,8} \cdot i.$$

Wird die Knickspannung  $\sigma_k$  gleich der Quetschgrenze der Längseisen, also  $\sigma_k = 3600 \text{ kg/cm}^2$  gesetzt, so wird eine einfache Sicherheit gegen Ausknicken noch erzielt, wenn  $s = 11 \delta$  beträgt. Für  $\sigma_k = 4000 \text{ kg/cm}^2$  ergibt sich  $s = 10 \delta$ . Diese Bügelabstände unterschreiten damit etwas den in den D. B. zugelassenen größten Bügelabstand von  $s = 12 \delta$ . Zu diesem rein rechnungsmäßigen Ergebnis muß allerdings bemerkt werden, daß Versuche, welche die obere Begrenzung des zulässigen Bügelabstandes von stahlbewehrten Säulen einwandfrei klarstellen, noch nicht vorliegen. Solange solche Versuche fehlen, sollte deshalb beim Entwurf derart bewehrter Säulen kein größerer Bügelabstand als etwa  $s = 8 \delta$  bis höchstens  $s = 10 \delta$  gewählt werden. Es ist nämlich zu berücksichtigen, daß das Festhalten der Längseisen in den einzelnen Bügellagen kein so sicheres ist, wie dies die Rechnung voraussetzt. Auch können örtliche Krümmungen der Längseisen, die entweder schon vorhanden sind oder z. B. durch Stampfstöße entstehen, deren Knicksicherheit verringern.

Bemerkenswert ist, daß bei den in Stuttgart durchgeführten und in Heft 166 bis 169 der Forschungsarbeiten (23) beschriebenen Säulenversuchen, bei denen die Längseisen eine Quetschgrenze von rd.  $3700 \text{ kg/cm}^2$  aufwiesen, der Bügelabstand sogar nur mit  $s = 3$  bis  $4 \delta$  gewählt wurde. Überdies wurden schraubenförmige Wicklungen aus Rundseisen von 5 mm Durchm. bei 4,5 bzw. 7 cm Steigung verwendet.

Im Hinblick auf die vorliegenden Versuchsergebnisse ist die Anwendbarkeit der Gl. 3 noch an die Bedingung geknüpft, daß die Längsbewehrung etwa 0,8 bis 3 % des Betonquerschnitts beträgt. Die untere Begrenzung der Längsbewehrung ist deshalb nötig, um eine etwaige auftretende außermittige Druckkraft berücksichtigen zu können, während die obere Begrenzung derselben lediglich auf den Mangel an ausreichenden Versuchen mit Säulen von größerer Bewehrungsstärke zurückzuführen ist.

Die angeführte und den nachstehenden Ermittlungen zugrunde gelegte Begrenzung der Längsbewehrung reicht für die meisten praktischen Fälle vollkommen aus, nach-

dem für die Tragfähigkeit der Säulen mit einfacher Bügelbewehrung in erster Linie die Druckfestigkeit des verwendeten Betons maßgebend ist<sup>1)</sup>).

Wird Gl. 3a in Abhängigkeit von der Würfelfestigkeit des Betons gebracht, so geht dieselbe unter Berücksichtigung der Ausführungen auf S. 12 bei Verwendung von Würfeln mit 30 cm Kantenlänge über in

$$(4a) \quad P_{r_{\max}} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}} \cdot \left( F_b + \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{30}}} \cdot F_e \right) = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}} \cdot F_i.$$

Bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge lautet sie dagegen

$$(4b) \quad P_{r_{\max}} = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}} \cdot \left( F_b + \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{20}}} \cdot F_e \right) = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}} \cdot F_i.$$

Da nach den Ausführungen auf S. 5 der frühest mögliche Zeitpunkt für die Belastung von Säulen bereits nach einer etwa 28 tägigen Erhärtungszeit des Betons stattfinden kann, genügt es im allgemeinen, in obige Gleichungen die Würfelfestigkeit des Betons nach dieser Erhärtungszeit einzusetzen. Dies um so mehr, als, wie auf S. 5 ebenfalls ausgeführt wurde, die Würfelfestigkeit des Betons, selbst nach einer Erhärtungszeit von 6 Monaten, u. U. nicht wesentlich größer sein kann wie jene nach 28 Tagen.

Zwischen der meistens gegebenen Gebrauchslast  $P$  und der unter dieser Last vorhandenen Querschnittsbeanspruchung  $\sigma_{b_{zul}}$  besteht die Beziehung

$$(5) \quad P = \sigma_{b_{zul}} \cdot F_i.$$

Die Querschnittsbeanspruchung der Eiseneinlagen unter dieser Last ermittelt sich zu

$$(6) \quad \sigma_e' = n \cdot \sigma_{b_{zul}}.$$

### β) Der rechnungsmäßige Sicherheitsgrad.

Wird der Sicherheitsgrad aus dem Verhältnis der Bruch- zur Gebrauchslast abgeleitet, so vereinfacht sich dieses Verhältnis infolge der Annahme einer gleichbleibenden Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen nach den Gl. 4 u. 5 auf das Verhältnis der unter diesen Lasten rechnungsmäßig vorhandenen Betondruckspannungen. Es ergibt sich dann

$$(7a) \quad \nu_r = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma_{w_{30}}}{\sigma_{b_{zul}}}$$

oder

$$(7b) \quad \nu_r = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{w_{20}}}{\sigma_{b_{zul}}}.$$

### γ) Der tatsächliche Sicherheitsgrad.

Vorbedingung für eine möglichst genaue Ermittlung des bei Eisenbetonsäulen mit einfacher Bügelbewehrung jeweils tatsächlich vorhandenen Sicherheitsgrades ist die möglichst zutreffende Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons aus seiner jeweiligen Würfelfestigkeit sowie des jeweiligen Verhältnisses  $n$ . Inwieweit mit der in Gl. 4 festgelegten Prismenfestigkeit des Betons und dem in den Gl. 3 u. 4 festgelegten Verhältnis  $n$  die tatsächliche Prismenfestigkeit des Betons und der tatsächliche Wert  $n$

<sup>1)</sup> Die in den D.B. (§ 27, 1) vorgesehene Längsbewehrung bis zu 6 % des Betonquerschnitts kommt in der Hauptsache wohl nur für die Verwendung von Formeisen in Betracht, von dem bekannt ist, daß es statisch nicht so günstig wirkt wie Rundeisen.

erfaßt werden, geht am besten aus der Größe der Abweichungen der mittels dieser Gleichungen ermittelten Bruchlasten der Säulen von den tatsächlichen Bruchlasten hervor.

Für die Ableitung dieser Abweichungen ist zu berücksichtigen, daß die versuchsmäßige Ermittlung der Tragfähigkeit von Eisenbetonsäulen erhebliche Schwierigkeiten bereitet, da sich viele störende Einflüsse geltend machen können. Einwandfrei sind nach den bisherigen Erfahrungen nur Versuche mit Säulen, die entweder besonders ausgebildete Köpfe besitzen oder deren Druckflächen so hergestellt sind, daß der zwischen ihnen und den Enden der Längseisen vorhandene Beton eine bestimmte, nach Versuchen von Rudeloff<sup>1)</sup> etwa 2 bis 5 mm betragende Stärke nicht unter- bzw. überschreitet.

In folgender Tafel 2a sind die in den Materialprüfungsanstalten Stuttgart und Berlin-Lichterfelde durchgeführten bekanntesten Säulenversuche zusammengestellt, soweit sie nach Vorstehendem als einwandfrei anzusehen sind. Von den in dieser Tafel angeführten Versuchssäulen besaßen nur jene des Heftes 21 des D. A. f. E., Reihe A und B, besondere Kopfausbildung. Bei den übrigen Versuchssäulen wurden die Druckflächen in der vorbeschriebenen Weise ausgebildet, indem die Eiseneinlagen lediglich eine Betonüberdeckung von 2 bis 5 mm Stärke erhielten. Das Alter der Versuchssäulen betrug bei Vornahme der Prüfung fast ausschließlich 45 Tage. Lediglich die in Heft 28 des D. A. f. E. behandelten Versuchssäulen wurden im Alter von 90 Tagen geprüft.

Gleichzeitig mit den in Tafel 2a angeführten Versuchssäulen wurden Betonwürfel von 30 cm Kantenlänge hergestellt. Für die Ermittlung der rechnermäßigen Bruchlasten kommt daher Gl. 4a in Betracht. Die Tafel enthält alle für diese Ermittlung notwendigen Angaben sowie eine Gegenüberstellung der rechnermäßig abgeleiteten und der tatsächlich vorhandenen Bruchlasten der Säulen. Eine besondere Spalte enthält überdies die in Hundertteilen ausgedrückten Abweichungen  $\mathcal{A}$  zwischen  $P_{r_{\max}}$  und  $P_{t_{\max}}$ .

Wie der Tafel 2a zu entnehmen ist, läßt sich eine im Hinblick auf die bestehenden Versuchsschwierigkeiten als recht befriedigend anzusprechende Übereinstimmung zwischen rechnermäßigen und tatsächlichen Bruchlasten feststellen. Wird von dem an zweiter Stelle angeführten Versuche von Bach abgesehen, so schwankt  $\mathcal{A}$  lediglich zwischen 1,5 und 11,5%.

Dieses Ergebnis beweist einwandfrei, wie zutreffend einesteils die in Gl. 4a erfolgte Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}}$ , andernteils die in den Gl. 3 u. 4a erfolgte Ableitung des Verhältnisses  $n = \frac{\sigma_q}{\sigma_p}$  ist. Wäre nämlich in üblicher Weise die Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{4}{5} \cdot \sigma_{w_{30}}$  und damit  $n = \frac{5}{4} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{30}}}$  abgeleitet worden, so hätten sich die Abweichungen  $\mathcal{A}$  bis zu 17% nach der für die Sicherheit ungünstigen Seite hin ergeben.

Die an zweiter Stelle angeführten Versuche von Bach müssen hier deshalb ausgeschaltet werden, weil einesteils das Schlankheitsverhältnis der verwendeten Säulen recht gering war, andernteils aber durch den auf S. 21 angeführten sehr engen Bügelabstand, insbesondere aber durch die außerdem noch verwendeten sehr engen schraubenförmigen Wicklungen, die Wirkung einer Umschnürung hervorgerufen wurde. Aus

<sup>1)</sup> D. A. f. E., Heft 21.

Tafel 2. Vergleich zwischen rechnungsmäßiger und tatsächlicher Bruchlast von quadratischen Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bei mittlerer Druckbelastung.  
a) Bei Ermittlung der Druckfestigkeit des Betons mittels 30-cm-Würfel.

( $P_{r_{\max}}$  aus Gl. 4a).

Ver- öffentlichung	Versuchs- bezeichnung	Abmessungen u. Eiseneinlagen der Säulen			$\sigma_w$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_q$ kg/cm <sup>2</sup>	$P_{r_{\max}}$ t	$P_{t_{\max}}$ t	$\lambda$ %	Be- merkungen								
		Quer- schnitt- seite	Höhe	$F_e$ cm <sup>2</sup>														
		cm	cm	cm <sup>2</sup>														
Mörsch (25), S. 214 (Versuche der Wayss & Freytag AG.)	C, D, E	30	90	8,04	245	3000	190	C: 171 D: 168 E: 173	-10 -11,5 -9	Mittelwert aus je 3 Versuchen								
	F	30	90	12,6	245	3000	204	187,9	-8									
	G, H	30	90	7,6	245	3000	189	G: 170,3 H: 177,4	-10 -6									
Z. d. VdI 1913, Nr. 50 (Versuche von Bach)	1	32	120	28,3	360	2890	360	385,7	+7	Mittelwert aus je 3 Versuchen								
	2	32	120	12,6	376	2940	326	370	+13,5									
	3	32	120	28,3	226	2780	254	310,7	+22,5									
Forschungs- arbeiten Heft 166 bis 169 (Versuche von Bach u. Graf)	98 105 106	40	200	16,1	225	3680	330	383,3	+2,5	Mittelwert aus je 3 Versuchen								
	125 135										40	200	30,4	225	3750	384	404,7	+5,5
	136																	
D. A. f. E. Heft 21 (Versuche von Rudeloff)	A { 2 4 6 }	30	200	28,3	243	2600	238	234,8	-1,5	Mittelwert aus je 3 Versuchen								
	B { 26 27 28 }										30	200	28,3	230	2600	230	238,3	+3,5
	C 1-9																	
D. A. f. E. Heft 28 (Versuche von Rudeloff)	1-6	30	130	12,6	235	3040	197	1-3: 178,7 4-6: 193,5	-9,5 -2	Mittelwert aus je 3 Versuchen								
	7-12	30	130	12,6	240	3040	200	7-9: 190,9 10-12: 192,5	-4,5 -3,5									
	13-18	30	130	12,6	232	3040	195	13-15: 181,4 16-18: 173,1	-7 -11									
	19-24	30	130	12,6	211	3040	180	19-21: 185,5 22-24: 200,7	+3 +11									

b) Bei Ermittlung der Druckfestigkeit des Betons mittels 20-cm-Würfel.

( $P_{r_{\max}}$  aus Gl. 4b).

Versuche des österr. Eisen- betonausschusses Heft 3 (Versuche von Spitzer)	58	25	300	8,04	196	~2400	103	115	+11,5	Einzelversuch
	58 <sub>a</sub> -62	25	300	8,04	306	~2400	147	111	-32	Mittelwert aus 5 Versuchen
	161,162	25	300	8,04	256	~2400	126	134,5	+6,5	Mittelwert aus je 2 Versuchen
	50, 51	25	450	19,6	348	~2400	192	185	-4,5	
	168,169	25	700	19,6	361	~2400	197	214	+7,5	
	167,170	25	700	19,6	318	~2400	187	210	+12	

letzterem Grunde wurden auch die von der Wayss & Freytag AG. an den Säulen J [vgl. (25), S. 214] ermittelten Bruchlasten in Tafel 2a nicht angeführt.

Versuche an Säulen mit einfacher Bügelbewehrung, bei denen die Druckfestigkeit des Betons gleichzeitig an Würfeln von 20 cm Kantenlänge nachgewiesen wurde,

liegen nur in beschränkter Zahl vor. In Tafel 2b sind mit den gleichen Einzelheiten wie bei den Versuchen der Tafel 2a sämtliche Versuche an quadratischen Säulen angeführt, die mit der zugehörigen Würfel Festigkeit in Heft 3 des österr. Eisenbetonausschusses (24) enthalten sind. Für die rechnungsmäßige Ermittlung der Bruchlasten kommt also Gl. 4b in Betracht.

Das Alter der baumäßig hergestellten Versuchssäulen schwankte bei Vornahme der Prüfung zwischen 65 und 108 Tagen. Nur bei der Versuchssäule Nr. 58 betrug es 16 Tage.

Wie der Tafel 2b zu entnehmen ist, besteht auch bei diesen Versuchen eine recht befriedigende Übereinstimmung zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Bruchlasten. Wird von den Versuchen an den Säulen Nr. 58a bis 62 abgesehen, so schwankt  $\mathcal{A}$  lediglich zwischen 4,5 und 12%.

Dieses Ergebnis beweist ebenfalls einwandfrei, wie zutreffend einesteils die in Gl. 4b erfolgte Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$ , andernteils

die in den Gl. 3 u. 4b erfolgte Ableitung des Verhältnisses  $n = \frac{\sigma_q}{\sigma_p}$  ist. Wäre nämlich die Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{4}{5} \cdot \sigma_{w_{20}}$  und damit  $n = \frac{5}{4} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{20}}}$  abgeleitet worden, so hätten sich die Abweichungen  $\mathcal{A}$  bis zu 18% nach der für die Sicherheit ungünstigen Seite hin ergeben.

Die an den Säulen Nr. 58a bis 62 vorgenommenen Versuche müssen hier deshalb ausgeschaltet werden, weil der zu diesen Säulen verwendete Beton anscheinend von anderer Beschaffenheit war als der Beton der Probewürfel.

Zusammengefaßt zeigen demnach die angeführten Versuche, daß die Gl. 4 zweifellos eine zuverlässige Grundlage für die Sicherheitsberechnung von Eisenbetonsäulen mit einfacher Bügelbewehrung bieten<sup>1)</sup>.

Aus diesem Grunde kann unter Umgehung der Gl. 2 die Ableitung des tatsächlichen Sicherheitsgrades genügend genau direkt mittels der Gl. 7 vorgenommen werden, wenn die jeweils zulässige Betondruckspannung  $\sigma_{b_{zul}}$  aus Gl. 5 errechnet wird. Es ergibt sich dann folgendes Bild:

Für die Einhaltung des bei Eisenbetonsäulen mit einfacher Bügelbewehrung nach den Ausführungen auf S. 6 vorgesehenen 3fachen Sicherheitsgrades ist bei voller Ausnutzung der zulässigen Betondruckspannung  $\sigma_{b_{zul}}$  und bei Verwendung von Würfeln mit 30 cm Kantenlänge unter der Voraussetzung sorgfältiger Bauausführung eine Betondruckfestigkeit von etwa

$$(10a) \quad \sigma_{w_{30}} = 4,0 \cdot \sigma_{b_{zul}},$$

bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge unter der gleichen Voraussetzung eine Betondruckfestigkeit von etwa

$$(10b) \quad \sigma_{w_{20}} = 4,5 \cdot \sigma_{b_{zul}}$$

nachzuweisen.

Da die Druckfestigkeit des Betons gewöhnlich an Würfeln von 20 cm Kantenlänge ermittelt wird, läßt sich demnach bei hochbeanspruchten Eisenbetonsäulen mit einfacher

<sup>1)</sup> Die Versuchsergebnisse können ohne weiteres auf praktische Verhältnisse übertragen werden, nachdem die Abmessungen der Versuchskörper baumäßig waren.

*bauprisil = da, weil*

Bügelbewehrung ein 3facher Sicherheitsgrad nur dann erzielen, wenn nach einer etwa 28tägigen Erhärtszeit des Betons (vgl. die Ausführungen S. 5) z. B.

für $\sigma_{b_{zul}} =$	60 kg/cm <sup>2</sup> eine	Würfelfestigkeit	von etwa	270 kg/cm <sup>2</sup> ,	
" $\sigma_{b_{zul}} =$	80	" "	" "	" "	360 " und
" $\sigma_{b_{zul}} =$	100	" "	" "	" "	450 "

nachgewiesen wird<sup>1)</sup>.

Liegen erheblich abweichende Würfelfestigkeiten vor, so errechnet sich der jeweils geänderte Sicherheitsgrad genügend genau aus Gl. 7.

Neben dem im Vorstehenden eingeschlagenen Weg kann, wie bereits auf S. 3 ausgeführt wurde, bei der Ableitung des Sicherheitsgrades auch von der unter der Bruchlast tatsächlich vorhandenen Prismenfestigkeit des Betons  $\sigma_{p_i}$  ausgegangen werden. Dieselbe läßt sich mit Hilfe der tatsächlichen Bruchlast und der durch das Verhältnis  $n$  bestimmten Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen ermitteln. Dabei ergeben sich die jeweiligen Abweichungen  $\Delta$  zwischen dieser Prismenfestigkeit und der zu  $\sigma_{p_r} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{20}}$  bzw.  $\frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$  rechnerisch abgeleiteten

Prismenfestigkeit des Betons, in Hundertteilen ausgedrückt, naturgemäß ebenso groß wie die Abweichungen zwischen  $P_{t_{max}}$  und  $P_{r_{max}}$ . Dies ist, nachdem die durch das Verhältnis  $n$  bestimmte Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen und damit die Fläche  $F_i$  im Bruchzustand der Wirklichkeit ziemlich nahe kommen, ohne weiteres aus der Beziehung

$$\sigma_{p_i} : \sigma_{p_r} = P_{t_{max}} : P_{r_{max}}$$

zu erkennen.

Im übrigen bestimmt sich nach Ableitung der Abweichungen  $\Delta$  der für die Ermittlung des tatsächlichen Sicherheitsgrades nach Gl. 2 notwendige, rechnerische Sicherheitsgrad wiederum aus den Gl. 7. Damit ändern sich die bereits abgeleiteten Sicherheitszahlen bzw. die für die Einhaltung eines bestimmten Sicherheitsgrades nachzuweisenden Würfelfestigkeiten in keiner Weise.

Die Kenntnis der unter der Bruchlast tatsächlich vorhandenen Prismenfestigkeit des Betons kann es erwünscht erscheinen lassen, auch seine unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandene Beanspruchung und die Abweichung von ihrem rechnerischen Wert zu kennen, z. B. aus dem auf S. 35 bei Behandlung der Frage der Knicksicherheit angeführten Grunde, oder aber um feststellen zu können, inwieweit mittels der Berechnungsweise mit der Fläche  $F_i$  nach Gl. 4 der unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandene Spannungszustand erfaßt wird.

Nachstehend werden deshalb einige kennzeichnende Beispiele für die sich unter verschiedenen Belastungsstufen ergebenden Abweichungen zwischen rechnerischen und tatsächlichen Betondruckspannungen angeführt. Dieselben werden so gewählt, daß bei möglichst gleichbleibender Bewehrungsstärke der Einfluß der Betongüte auf diese Abweichungen zum Ausdruck kommt.

Als erstes Beispiel werden die in Heft 166 bis 169 der Forschungsarbeiten (23) für die bewehrten Säulen Nr. 98, 105 und 106 angeführten und von Bach und Graf vorgenommenen Stauchungsmessungen derart ausgewertet, daß die unter verschiedenen Belastungsstufen tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen zahlenmäßig feststehen.

<sup>1)</sup> Da sich die D. B. (§ 29, Tafel III) schon mit dem Nachweis einer Würfelfestigkeit von  $\sigma_{w_{20}} = 3 \cdot \sigma_{b_{zul}}$  begnügen, ergibt demnach die Einhaltung dieser Vorschrift als unteren Grenzfall einen nur 2fachen Sicherheitsgrad.

Diese Säulen hatten quadratischen Querschnitt von 40 cm Seitenlänge, eine Höhe von 250 cm und waren mit 8 Rundeisen von 16 mm Durchm. bewehrt. Sie hatten demnach eine Bewehrungsstärke von 1%. Die Querbewehrung dieser Säulen wurde bereits auf S. 21 beschrieben. Der verwendete Beton wies eine Würfel Festigkeit von  $\sigma_{w_{20}} = 225 \text{ kg/cm}^2$  (also von  $\sigma_{w_{20}} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$ ) auf. Um die Beziehungen zwischen den Stauchungen und den jeweils zugehörigen tatsächlichen Betondruckspannungen klarzustellen, dienen die an unbewehrten Prismen von gleicher Beschaffenheit und gleichem Alter des Betons wie bei den Säulen vorgenommenen Stauchungsmessungen. Diese Prismen hatten quadratischen Querschnitt von 20 cm Seitenlänge und eine Höhe von rd. 80 cm. Die Prismenfestigkeit des Betons ergab sich zu  $173 \text{ kg/cm}^2$ .

Die Stauchungen wurden bei den bewehrten Säulen auf eine Meßlänge von 100 cm, bei den unbewehrten Prismen auf eine Meßlänge von 50 cm ermittelt. Bei den Säulen wurde jeweils der Mittelwert aus 3, bei den Prismen der Mittelwert aus 7 Versuchen gebildet. Zu bemerken ist noch, daß die Messungen erst von einer gewissen Anfangsbelastung an durchgeführt werden konnten, in der das Eigengewicht der Versuchskörper und der Meßvorrichtung inbegriffen war.

Wie die Ermittlung der tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen des Betons vorgenommen wurde, sei an einem Beispiel gezeigt. Bei der Belastungsstufe  $P = 52 - 4 = 48 \text{ t}$  wurde an den vorgenannten bewehrten Säulen auf die Meßlänge von 100 cm eine mittlere federnde Stauchung von  $\frac{11,86}{1200}$  cm festgestellt. Diese Stauchung wurde bei den unbewehrten Prismen zwischen den Laststufen  $\sigma_{b_t} = 24,3$  und  $36,5 \text{ kg/cm}^2$  mit den zugehörigen, auf die gleiche Meßlänge umgerechneten Stauchungen von  $\frac{10,36}{1200}$  und  $\frac{16,06}{1200}$  cm beobachtet. Die tatsächliche Querschnittsbeanspruchung des Betons in der Säule beträgt demnach für  $P = 48 \text{ t}$  genügend genau

$$\sigma_{b_t} = 24,3 + 12,2 \cdot \frac{11,86 - 10,36}{16,06 - 10,36} = 27,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Werden statt der federnden die gesamten Stauchungen in Rechnung gestellt, so ergibt sich  $\sigma_{b_t} = 28,4 \text{ kg/cm}^2$ . Dieser Wert weicht also nur unerheblich von obigem Wert  $\sigma_{b_t}$  ab.

Tafel 3a enthält für die angeführten Säulen eine Gegenüberstellung der unter verschiedenen Belastungsstufen als tatsächlich vorhanden zu bezeichnenden Betondruckspannungen  $\sigma_{b_t}$  und den jeweils zugehörigen, mittels der Fläche  $F_i$  aus der Beziehung

$$(5a) \quad P = \sigma_b \cdot F_i$$

rechnungsmäßig ermittelten Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$ . Dabei wurde  $n = \frac{4}{3} \cdot \frac{3680}{225}$  = rd. 22 berücksichtigt.

Wie der Tafel 3a zu entnehmen ist, sind die für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$  durchweg kleiner als die tatsächlichen Betondruckspannungen, und zwar bis zu 13%.

Als weiteres Beispiel werden die in der Z. d. VdI 1913, Heft 50, behandelten Säulenversuche der 2. Versuchsreihe angeführt, bei denen Bach Stauchungsmessungen vornahm. Das Ergebnis derselben ist in der Zusammenstellung 34 des Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd. enthalten. Die Säulen hatten quadratischen Querschnitt von 32 cm Kantenlänge, eine Höhe von 120 cm und waren mit 4 Rundeisen von 20 mm Durchm. bewehrt. Die Bewehrungsstärke betrug also 1,24%. Der verwendete

**Tafel 3. Vergleich zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen von quadratischen Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bei mittlerer Druckbeanspruchung.**

a) Ermittelt aus den in Heft 166 bis 169 der Forschungsarbeiten für die Säulen Nr. 98, 105 und 106 angeführten Stauchungsmessungen.

P	Bewehrungsstärke $\mu = 1\%$			
	Betondruckspannungen in kg/cm <sup>2</sup>		Eisendruckspannungen in kg/cm <sup>2</sup>	
	$\sigma_{b_t}$	$\sigma_{b_r}$ Gl. 5 a mit $n = 22$	$\sigma'_{e_t}$	$\sigma'_{e_r}$ Gl. 5 a mit $n = 22$
t				
16	8,7	8,2	69	180
32	17,8	16,4	139	360
48	27,5	24,6	220	540
64	36,2	32,8	295	720
80	46,3	41,0	390	900
96	55,1	49,1	472	1080
112	65,1	57,8	576	1270
128	74,4	65,5	669	1440
137	80,0	70,4	716	1550
144	84,7	73,6	788	1620
160	93,5	82,0	896	1800
176	103,6	90,0	1035	1980

b) Ermittelt aus den in Zusammenstellung 34 des Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., für die Säulen der 2. Versuchsreihe angeführten Stauchungsmessungen.

P	Bewehrungsstärke $\mu = 1,24\%$			
	Betondruckspannungen in kg/cm <sup>2</sup>		Eisendruckspannungen in kg/cm <sup>2</sup>	
	$\sigma_{b_t}$	$\sigma_{b_r}$ Gl. 5 a mit $n = 10$	$\sigma'_{e_t}$	$\sigma'_{e_r}$ Gl. 6 a mit $n = 10$
t				
20	18,3	17,6	115	178
45	40,9	39,2	268	392
70	64,0	60,8	430	608
95	86,9	82,5	610	825
120	113,6	105,2	795	1052
136	124,0	117,5	925	1175

Beton hatte eine Würfel-  
festigkeit von  $\sigma_{w_{30}} = 376$  kg/cm<sup>2</sup> (also von  $\sigma_{w_{20}} = \sim 415$  kg/cm<sup>2</sup>). Die unbewehrten Prismen, die zur gleichzeitigen Vornahme der Stauchungsmessungen dienten, wiesen die gleichen Abmessungen auf wie die Säulen und waren aus gleichem Beton hergestellt. Die Prismenfestigkeit des Betons betrug 330 kg/cm<sup>2</sup>.

Die Stauchungen wurden durchweg auf eine Meßlänge von 50 cm ermittelt. Dabei wurde jeweils der Mittelwert aus 3 Versuchen gebildet.

Tafel 3b enthält für die angeführten Säulen eine Gegenüberstellung der unter verschiedenen Belastungsstufen in gleicher Weise wie vorher ermittelten tatsächlichen Betondruckspannungen  $\sigma_{b_t}$  sowie die jeweils zugehörigen rechnungsmäßigen Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$ . Dabei wurde

$$n = \frac{4}{3} \cdot \frac{2940}{376} = \text{rd. } 10$$

berücksichtigt.

Wie aus Tafel 3b hervorgeht, sind die Abweichungen zwischen  $\sigma_{b_t}$  und  $\sigma_{b_r}$  wesentlich geringer wie jene der Tafel 3a und betragen nur noch bis zu 6 %.

Werden die beiden angeführten Beispiele einander gegenübergestellt, so ergibt sich, daß die Abweichungen zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Betondruckspannungen bei gleichbleibender Bewehrungsstärke etwa im Verhältnis der zunehmenden Betondruckfestigkeit abnehmen und daß dieselben bei Verwendung von hochwertigem und besonders bei Verwendung von höchstwertigem Beton gering sind.

In Tafel 3 sind noch die unter verschiedenen Belastungsstufen als tatsächlich vorhanden zu bezeichnenden Querschnittsbeanspruchungen der Eiseneinlagen  $\sigma'_{e_t}$  angeführt. Diese wurden dadurch ermittelt, daß aus den gemessenen gesamten Stauchungen des Betons unmittelbar auf die Stauchungen der Längseisen und mit  $E_e = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2$  auf deren Beanspruchungen geschlossen wurde. Diese Art der Ermittlung erscheint zulässig, nachdem die durch die Druckplatten der Prüfungsmaschine bewirkten Stauchungen von Beton und Eisen gemeinsam stattfinden. Überdies wurde bei den bisherigen Versuchen festgestellt, daß bei zweckentsprechender Anordnung der Bewehrung die Stauchungen des Betons und der Längseisen bis zu hohen Belastungsstufen gleich groß sind<sup>1)</sup>.

Weiter sind in Tafel 3 auch die zu  $\sigma'_{e_t}$  jeweils zugehörigen, aus der Beziehung

$$(6a) \quad \sigma'_{e_r} = n \cdot \sigma_{b_r}$$

rechnungsmäßig ermittelten Eisendruckspannungen angeführt.

Wie der Tafel 3a zu entnehmen ist, sind die für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Eisendruckspannungen bei Verwendung von hochwertigem Beton mit  $\sigma_{w_{20}} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$  durchweg beträchtlich größer als die tatsächlichen Eisendruckspannungen. So ergaben sich zwischen  $\sigma'_{e_t}$  und  $\sigma'_{e_r}$  mit zunehmender Belastung Abweichungen, die von rd. 160 bis 90% abnehmen.

Bei Verwendung von höchstwertigem Beton mit  $\sigma_{w_{20}} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$  werden, wie aus Tafel 3b hervorgeht, diese Abweichungen erheblich geringer. Sie schwanken nur noch zwischen rd. 55 und 25%.

#### d) Folgerungen.

Als wichtigstes Ergebnis der Ermittlungen ist anzuführen, daß die aus den Gl. 4 mittels der zu  $\sigma_p = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{20}}$  bzw.  $\frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$  festgelegten Prismenfestigkeit des Betons sowie mittels dem zu  $\frac{\sigma_q}{\sigma_p}$  festgelegten Verhältnis  $n$  abgeleiteten Bruchlasten mit den tatsächlichen Bruchlasten recht gut übereinstimmen, auch dann, wenn für die Herstellung der Säulen hoch- oder höchstwertiger Beton sowie hochwertiger Baustahl verwendet wird. Damit kann unter der Voraussetzung sorgfältiger Bauausführung der beabsichtigte 3fache Sicherheitsgrad auf jeden Fall eingehalten werden, wenn z. B. an Würfeln von 20 cm Kantenlänge eine Betondruckfestigkeit nachgewiesen wird, die etwa dem 4,5fachen Betrag der in Rechnung gestellten zulässigen Betondruckspannung entspricht. Die Ausführung von hochbeanspruchten Säulen ist demnach nur beim Vorliegen beträchtlicher Würfelfestigkeiten des Betons möglich. Z. B. muß für  $\sigma_{b_{\text{zul}}} = 80 \text{ kg/cm}^2$  nach einer etwa 28tägigen Erhärtungszeit des Betons  $\sigma_{w_{20}} = \sim 360 \text{ kg/cm}^2$ , für  $\sigma_{b_{\text{zul}}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  sogar  $\sigma_{w_{20}} = \sim 450 \text{ kg/cm}^2$  betragen.

Der Nachweis solcher Würfelfestigkeiten ist voll berechtigt, nachdem Säulen zu den weitaus wichtigsten Bauteilen gehören und deshalb eine ausreichende Sicherheit gegenüber irgendwelchen Mängeln bei der Ausführung unbedingt erforderlich ist. Es darf auch nicht übersehen werden, daß sich bei der durch eine Inrechnungstellung von erhöhten zulässigen Betondruckspannungen ergebenden erheblichen Verkleinerung der Querschnittsabmessungen schon geringe Ausführungsfehler den beabsichtigten Sicherheitsgrad stark beeinträchtigen können.

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. Handb. f. Eisenbetonbau, 4. Aufl., I. Bd., S. 94.

Die rechnungsmäßigen Betondruckspannungen ergaben sich für Beton mit  $\sigma_{w,0} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 13% und für Beton mit  $\sigma_{w,0} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 6% geringer als die tatsächlichen Betondruckspannungen. Die unter verschiedenen Belastungsstufen vorhandenen Abweichungen zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Betondruckspannungen sind also bei Verwendung von hochwertigem und besonders bei Verwendung von höchstwertigem Beton gering.

Die sich zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Eisendruckspannungen ergebenden Abweichungen sind demgegenüber, selbst bei Verwendung von höchstwertigem Beton, erheblich.

## 2. Säulen mit Knickgefahr.

Bei normal beanspruchten Säulen mit einfacher Bügelbewehrung ist die Gefahr des Ausknickens bekanntlich nur ausnahmsweise zu berücksichtigen. Werden dagegen erhöhte zulässige Betondruckspannungen in Rechnung gestellt, so können sich im Verhältnis zur Säulenhöhe so geringe Querschnittsabmessungen ergeben, daß die Gefahr eines vorzeitigen Ausknickens besteht. Es wird deshalb bei Behandlung des Sicherheitsgrades von hochbeanspruchten Säulen auch der Frage der Knick-sicherheit näherzutreten sein.

Ist diese nachzuweisen, so wird gewöhnlich von der Berechnungsweise nach Euler ausgegangen. Nach derselben ist die Knicklast  $P_k$ , welche die Säule zum Bruche oder zu einer bleibenden seitlichen Ausbiegung bringt, bestimmt durch die Beziehung

$$(8) \quad P_k = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot E_b \cdot J_i.$$

In derselben bezeichnet  $l$  die Knicklänge der Säule,  $E_b$  das Verformungsmaß des Betons und  $J_i$  das Trägheitsmoment des Querschnitts unter Berücksichtigung der Eisen-einlagen, bezogen auf jene Schwerachse, um die bei der Ausbiegung die Verdrehung des Querschnitts erfolgt.

Bei Spitzen- oder Gelenklagerung entspricht die Knicklänge der vollen Säulenhöhe. Gewöhnlich stehen jedoch Kopf und Fuß der Säulen in Verbindung mit anderen Tragwerken, so daß eine Verringerung der Knicklänge gegenüber der Säulenhöhe zulässig erscheint. Eine solche Verringerung kommt jedoch nur bei nicht zu hohen und nicht zu schlanken Säulen in Betracht, bei denen eine besonders gute Ausführung der Anschlüsse vorliegt. Diese Einschränkung ist darauf zurückzuführen, daß einestei ls bei sehr schlanken Säulen in den verhältnismäßig kleinen Endflächen nur Momente übertragen werden können, welche einer unvollkommenen Einspannung entsprechen, daß andernteils aber bei kürzeren und gedrun genen Säulen, bei denen die breiten Endflächen die Übertragung eines Momentes in die Säulen wirksam verhindern können, eine genau mittige Belastung selten vorhanden ist.

In der Regel wird mit der Säulenhöhe als Knicklänge gerechnet. In den D. B. ist diese Berechnungsweise sogar vorgeschrieben (§ 27, 2).

Das Verformungsmaß  $E_b$  ist von wesentlicher Bedeutung für die Anwendung der Gl. 8. Dasselbe muß möglichst der Wirklichkeit entsprechend eingesetzt werden, wenn diese Gleichung überhaupt brauchbare Ergebnisse liefern soll.

Damit ergibt sich bereits eine Schwierigkeit für die Untersuchung der Knick-sicherheit von hochbeanspruchten Säulen. Denn dieses Verformungsmaß kann je nach Beschaffenheit, Alter und Beanspruchung des Betons bekanntlich außerordentlich schwanken. Es wird deshalb zu versuchen sein, die Veränderlichkeit von  $E_b$  gesetz-mäßig zu erfassen.

Zu diesem Zwecke ist zunächst an Hand eines passenden Formänderungsgesetzes die Veränderlichkeit der Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit klarzustellen. Dieses Formänderungsgesetz lautet allgemein

$$(9) \quad \sigma_{b_t} = \sigma_w \cdot (1 - e^{-a \cdot \varepsilon})$$

und stammt von W. Ritter<sup>1)</sup>. Dabei bezeichnet, wie bereits erwähnt wurde,  $\varepsilon$  die auf die Längeneinheit bezogene Stauchung des Betons,  $\sigma_{b_t}$  die zu dieser Stauchung gehörige, als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung,  $e = 2,71828 \dots$  sowie  $a$  einen von der Güte des Betons abhängigen Beiwert.

Für diesen Beiwert ist im Schrifttum seither ausschließlich nur der von Ritter stammende Wert  $a = 1000$  bekannt, von dem behauptet wird, daß er die Formänderungen des Betons recht gut erfaßt. Wie die Verhältnisse jedoch tatsächlich liegen, geht aus nachstehenden Ermittlungen hervor.

Wird Gl. 9 nach  $a$  aufgelöst, so ergibt sich

$$(9a) \quad a = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{b_t}}$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen  $a$  schwanken kann, sowie mit welcher Genauigkeit sich die Formänderungen des Betons nach Gl. 9 überhaupt erfassen lassen, werden vorerst einige von Bach und Graf vorgenommene Stauchungsmessungen ausgewertet, die an Prismen aus gewöhnlichem und höchstwertigem Beton durchgeführt wurden. Diese Prismen hatten quadratischen Querschnitt von 25 bzw. 20 cm Seitenlänge und eine Höhe von 100 bzw. 80 cm. Die Würfelfestigkeit des verwendeten Betons betrug  $\sigma_{w_{30}} = 146$  bzw. 416 kg/cm<sup>2</sup>. Das Ergebnis dieser Stauchungsmessungen, die auf 75 bzw. 50 cm Länge vorgenommen wurden, ist in Heft 227 der Forschungsarbeiten (23), Zusammenstellung 3 und 7, enthalten. Maßgebend für die Auswertung ist der Mittelwert aus je 2 Versuchen.

Werden die an den Prismen aus gewöhnlichem Beton zunächst beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel gemessenen federnden Stauchungen auf die Längeneinheit umgerechnet und in Gl. 9a eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert  $a = 2090$ , so daß sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2090 \cdot \varepsilon})$$

ergibt.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit die Formänderungen des Betons nach vorstehender Beziehung erfaßt werden, sind in Tafel 4 auf Seite 32 für verschiedene Belastungsstufen die Abweichungen zwischen den an den Prismen und den aus dieser Beziehung ermittelten Betondruckspannungen  $\sigma_{b_t}$ , in Hundertteilen ausgedrückt, zusammengestellt.

Wie aus Tafel 4 ersichtlich, sind diese Abweichungen, selbst unter großen Belastungsstufen, so gering, daß die Gültigkeit des mit  $a = 2090$  abgeleiteten Formänderungsgesetzes wohl bis in die Nähe der Bruchlast angenommen werden darf. Die größte Abweichung beträgt lediglich 3 ‰, die mittlere Abweichung sogar nur 1,1 ‰.

In Tafel 4 sind zu Vergleichszwecken noch die mit dem üblichen Formänderungsgesetz

$$\sigma_b = 146 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$$

sich ergebenden Abweichungen angeführt. Wie ersichtlich, sind dieselben so beträcht-

<sup>1)</sup> Schweiz. Bauztg. 1899.

Tafel 4. Vergleich zwischen den nach verschiedenen Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$$\sigma_{w_{30}} = 146 \text{ kg/cm}^2.$$

Versuchswerte		$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2090 \varepsilon})$			$\sigma_b = 146 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$			Versuchswerte	$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2160 \varepsilon})$		
$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\varepsilon$	$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in %		$\sigma_b$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in %		$\varepsilon'$ 10. Last- wechsel	$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in %	
			+	-		+	-			+	-
16,1	0,000 057 5	15,4	—	0,7	8,1	—	8,0	0,000 057 6	16,8	0,7	—
32,3	0,000 126	33,6	1,3	—	18,1	—	14,2	0,000 127	33,6	1,3	—
48,4	0,000 195	48,6	0,2	—	25,6	—	22,8	0,000 204	48,8	0,4	—
64,6	0,000 276	64,0	—	0,6	34,3	—	30,3	0,000 294	65,6	1,0	—
80,8	0,000 370	78,8	—	2,0	45,2	—	35,6	0,000 400	81,5	0,7	—
97,0	0,000 485	94,0	—	3,0	56,2	—	40,8	0,000 532	97,0	—	—
$\Sigma$ der Abweichungen			1,5	6,3		—	151,7			4,1	—
Durchschnittliche Abweichungen			0,3	1,1		—	25,3			0,7	—

lich, daß von einer auch nur rohen Annäherung nicht mehr gesprochen werden kann. So beträgt die größte Abweichung 40,8 %, die mittlere Abweichung 25,3 %.

Da das weiter oben angeführte Formänderungsgesetz für die beim erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Stauchungen abgeleitet wurde, sei noch dessen Veränderlichkeit angeführt, wenn wiederholte Be- und Entlastungen vorgenommen werden. Wird z. B. ein zehnmaliger Belastungswechsel berücksichtigt, der unter den größeren Belastungsstufen allerdings noch nicht den Beharrungszustand (vgl. S. 18), jedoch eine gute Annäherung an denselben herbeiführt, so ergeben sich die in Tafel 4 angeführten Stauchungswerte  $\varepsilon'$ . Mit denselben errechnet sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende Beiwert  $a = 2060$ , dessen Abweichung

gegenüber  $a = 2090$ , trotz der Verwendung von gewöhnlichem Beton, somit recht gering ist.

Tafel 5. Vergleich zwischen den nach verschiedenen Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$$\sigma_{w_{30}} = 416 \text{ kg/cm}^2.$$

Versuchswerte		$\sigma_{b_t} = 416 \cdot (1 - e^{-930 \varepsilon})$			$\sigma_b = 416 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$		
$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\varepsilon$	$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in %		$\sigma_b$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in %	
			+	-		+	-
12,2	0,000 032	12,5	0,3	—	15,7	3,5	—
24,4	0,000 065	23,2	—	1,2	27,9	3,5	—
36,7	0,000 100	37,5	0,8	—	41,6	4,9	—
49,0	0,000 136	51,6	2,6	—	54,1	5,1	—
73,6	0,000 212	74,6	1,0	—	79,2	5,6	—
98,1	0,000 292	97,8	—	0,3	106,0	7,9	—
122,7	0,000 380	124,8	2,1	—	131,0	8,3	—
147,3	0,000 470	147,5	0,2	—	156,2	8,9	—
172,0	0,000 570	171,2	—	0,2	181,0	9,0	—
$\Sigma$ der Abweichungen			7,0	1,7		56,7	—
Durchschnittliche Abweichungen			0,8	0,2		6,3	—

Werden weiter die an den Prismen aus höchstwertigem Beton beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel gemessenen federnden Stauchungen in Gl. 9a eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der ebenfalls fast gleichbleibende und gegenüber dem vorherigen Beispiel

wesentlich geringere Beiwert  $a = 930$ , so daß sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{bt} = 416 \cdot (1 - e^{-930 \epsilon})$$

ergibt.

Wie aus Tafel 5 hervorgeht, besteht auch in diesem Falle zwischen den an den Prismen und den aus obiger Beziehung für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Betondruckspannungen eine vorzügliche Übereinstimmung. So beträgt die größte Abweichung lediglich 2,6 %, die mittlere Abweichung sogar nur 0,8 %.

Demgegenüber ergeben, wie aus Tafel 5 ebenfalls hervorgeht, die aus dem Formänderungsgesetz

$$\sigma_b = 416 \cdot (1 - e^{-1000 \epsilon})$$

ermittelten Betondruckspannungen durchweg größere, nämlich 9,0 bzw. 6,3 % betragende Abweichungen.

Zur besseren Anschaulichkeit der angeführten Abweichungen sind dieselben in Abb. 2 mittels Schaulinien dargestellt.

Um den Beiwert  $a$  in seiner Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit klarzustellen, wurden weitere Stauchungsmessungen ausgewertet. Dabei ermittelt sich für einen Beton mit einer Würfelfestigkeit

von $\sigma_{w_{30}} = 204$ kg/cm <sup>2</sup>	$a = 1600$	(Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7),
„ $\sigma_{w_{30}} = 225$ „	$a = 1360$	(Forschungsarbeiten, Heft 166 bis 169, Zusammenstellung 22),
„ $\sigma_{w_{30}} = 228$ „	$a = 1200$	(Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47, Zusammenstellung 39),
„ $\sigma_{w_{30}} = 229$ „	$a = 1160$	(D.A.f.E., Heft 38, Säulen Nr. 46 bis 48),
„ $\sigma_{w_{30}} = 247$ „	$a = 1240$	(Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47, Zusammenstellung 50),
„ $\sigma_{w_{40}} = 283$ „	$a = 1150$	(Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., Zusammenstellung 34),
„ $\sigma_{w_{30}} = 284$ „	$a = 1170$	(Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7),
„ $\sigma_{w_{30}} = 320$ „	$a = 1050$	(D.A.f.E., Heft 28, Säulen Nr. 53 und 54),
„ $\sigma_{w_{30}} = 376$ „	$a = 1100$	(Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., Zusammenstellung 34).

Bei den an 1., 5. und 7. Stelle angeführten Werten für  $a$  konnten dieselben für verschiedene Belastungsstufen ziemlich gleichbleibend ermittelt werden. Bei den übrigen Werten wurden sie als Mittelwert der sich jeweils ergebenden unbedeutenden Streuungen abgeleitet.

In Abb. 3 sind die aus den angeführten Versuchen ermittelten Beiwerte  $a$  als Ordinaten zu den entsprechenden Würfelfestigkeiten als Abszissen aufgetragen und mittels einer stetig verlaufenden Schaulinie, die durch Anpassung an die Versuchswerte

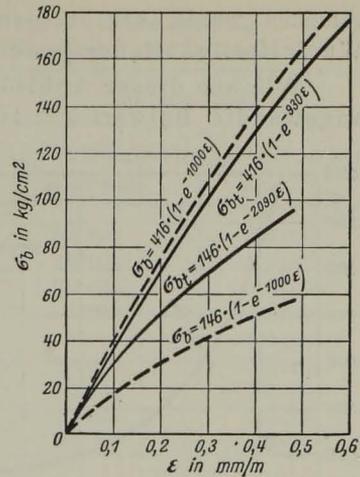


Abb. 2.

Darstellung der Abweichungen der nach verschiedenen Formänderungsgesetzen ermittelten Betondruckspannungen.

gefunden wurde, ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes  $a$  von der Würfelfestigkeit des jeweils verwendeten Betons.

Wie aus dieser Abbildung ersichtlich, gilt der seither ausschließlich angewandte Beiwert  $a = 1000$  nur für Beton mit einer Würfelfestigkeit von rd. 400 bis 500  $\text{kg/cm}^2$ , also für einen Beton von ganz besonderer Güte.

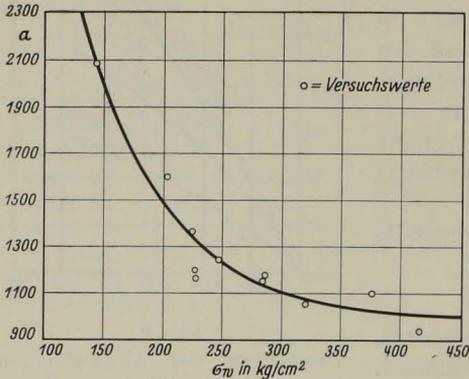


Abb. 3. Abhängigkeit des Beiwertes  $a$  der Gl. 9 von der Druckfestigkeit des Betons.

von 20 cm Kantenlänge ermittelte Betondruckfestigkeit in diese Gleichung eingesetzt wird. Praktisch ist jedoch diese Verringerung der Beiwerte ohne Bedeutung, wie weiter unten an einem Beispiel gezeigt werden soll.

Das im Spannungszustand  $\sigma_{b_t}$  tatsächlich vorhandene Verformungsmaß  $E_{b_t}$  läßt sich nun aus der Beziehung  $\sigma_{b_t} = \varepsilon \cdot E_{b_t}$  dadurch ermitteln, daß

$$\frac{d \sigma_{b_t}}{d \varepsilon} = E_{b_t} + \varepsilon \cdot \frac{d E_{b_t}}{d \varepsilon}$$

gebildet und unter Vernachlässigung der kleinen Größe  $\varepsilon \cdot \frac{d E_{b_t}}{d \varepsilon}$  aus Gl. 9

$$E_{b_t} = \frac{d \sigma_{b_t}}{d \varepsilon} = \sigma_w \cdot a \cdot e^{-a \cdot \varepsilon}$$

oder

(10)

$$E_{b_t} = a \cdot (\sigma_w - \sigma_{b_t})$$

abgeleitet wird.

Die Brauchbarkeit dieser für die Behandlung der Frage der Knicksicherheit von hochbeanspruchten Säulen wichtigen Gleichung wird nachstehend an Hand eines Beispiels gezeigt. Demselben liegen die in Heft 45 bis 47 der Forschungsarbeiten (23), Zusammenstellung 50, enthaltenen und aus Versuchen unter verschiedenen Belastungsstufen ermittelten tatsächlichen Verformungsmaße des Betons zugrunde, denen die aus Gl. 10 rechnermäßig mit der bei diesen Versuchen festgestellten Würfelfestigkeit von  $\sigma_{w_{30}} = 247 \text{ kg/cm}^2$  und dem nach Abb. 3 zugehörigen Beiwert  $a = 1240$  bzw. unter entsprechender Umrechnung mit  $\sigma_{w_{30}} = 272 \text{ kg/cm}^2$  und  $a = 1170$  abgeleiteten Verformungsmaße gegenübergestellt werden.

Tafel 6 enthält diese Gegenüberstellung.

Wie der Tafel 6 zu entnehmen ist, stimmen die nach Gl. 10 abgeleiteten Verformungsmaße  $E_{b_t}$  sowohl beim Einsetzen von  $\sigma_{w_{30}}$  wie von  $\sigma_{w_{30}}$  mit den aus Versuchen ermittelten Verformungsmaßen im allgemeinen recht gut überein.

Es ist also für die Anwendung der Gl. 9 praktisch gleichgültig, ob die Druckfestigkeit von Würfeln mit 20 oder 30 cm Kantenlänge eingesetzt wird, wenn nur der der jeweiligen Würfel festigkeit zugeordnete Beiwert  $a$  berücksichtigt wird.

Da weiter in Gl. 10 die tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen einzusetzen sind,

dagegen meistens nur die aus Gl. 5a rechnermäßig zu ermittelnden Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$  bekannt sind, gewinnt für die Auswertung der Gl. 10 die Frage der Abweichungen zwischen rechnermäßig ermittelten und tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen eine besondere Bedeutung. Sie wurde für Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bereits S. 26 ff. behandelt. Dabei ergab sich, daß  $\sigma_{b_r}$  durchweg kleiner ist als  $\sigma_{b_t}$ , und zwar bei Verwendung von hochwertigem Beton mit  $\sigma_{w_{20}} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 13%, bei Verwendung von höchstwertigem Beton mit  $\sigma_{w_{20}} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 6%. Beim Einsetzen von  $\sigma_{b_r}$  statt  $\sigma_{b_t}$  in Gl. 10 wird demnach  $E_{b_t}$ , besonders im letzteren Falle, vom tatsächlichen Wert verhältnismäßig wenig abweichen.

Nachdem es somit möglich ist, das Verformungsmaß des Betons der Wirklichkeit entsprechend recht gut abzuleiten, ergibt sich der für die Spannungsstufe des Ausknickens zutreffende Wert für  $E_{b_t} = T$ , wenn  $\sigma_k$  die gleichmäßig verteilte, als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung unmittelbar vor dem Ausknicken darstellt, aus der Beziehung

$$(10a) \quad T = a \cdot (\sigma_w - \sigma_k).$$

Wird das aus dieser Gleichung ermittelte Verformungsmaß des Betons in Gl. 8 eingesetzt, so geht diese über in

$$(8a) \quad P_k = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot T \cdot J_i$$

und mit

$$P_k = F_i \cdot \sigma_k,$$

$$J_i = F_i \cdot i^2$$

( $i$  bezeichnet den kleinsten Trägheitshalbmesser des Querschnitts)

und dem Schlankheitsverhältnis

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

folgt mit

$$\pi^2 = \sim 10$$

(11)

$$\sigma_k = \frac{\sigma_w}{1 + \frac{0,1}{a} \cdot \lambda^2}$$

Gl. 11, welche die Abhängigkeit der Knickspannung von den Abmessungen der Säule sowie von der Würfel festigkeit des Betons und dem zugeordneten Beiwert  $a$  wiedergibt, entspricht in ihrem Aufbau der Knickformel von Schwarz-Rankine.

Tafel 6. Vergleich zwischen rechnermäßigem und tatsächlichem Verformungsmaß des Betons.

$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Tatsächliches Verformungsmaß $E_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	$E_{b_t}$ aus Gl. 10	
		$\sigma_{w_{20}} = 247 \text{ kg/cm}^2$ $m = 1240$	$\sigma_{w_{20}} = 272 \text{ kg/cm}^2$ $m = 1170$
6,0	297 600	299 000	308 000
12,0	285 450	292 000	300 000
18,1	276 600	284 000	295 000
24,3	271 100	276 000	288 000
36,4	260 650	260 000	274 000
60,8	245 250	231 000	245 000
72,9	237 250	213 000	230 000
85,1	227 850	202 000	217 000
97,3	216 650	186 000	206 000

Inwieweit die aus dieser Gleichung ermittelten Knickspannungen nach Ableitung von  $T$  dazu dienen können, die aus Gl. 8a errechneten Knicklasten gegenüber den tatsächlichen Knicklasten zutreffend zu erfassen, sei an Hand von Versuchsergebnissen nachgewiesen.

Für einen solchen Nachweis kommen allerdings nur Versuchsergebnisse in Betracht, die an Säulen ermittelt wurden, bei denen das Ausknicken einwandfrei festgestellt wurde.

Solche Knickversuche an Säulen mit einfacher Bügelbewehrung von beachtlicher Größe mit allen notwendigen Nebenermittlungen wurden bis jetzt nur an der Materialprüfungsanstalt Stuttgart von Bach durchgeführt<sup>1)</sup>. Bei denselben wurden in 3 Versuchsreihen Säulen von 9,0 m Höhe und einem quadratischen Querschnitt von 32 cm Seitenlänge bis zum Bruch, der infolge Ausknickens erfolgte, belastet. Die Höhe der Säulen betrug also das 28fache der Seitenlänge. Die Bewehrung bestand bei der 1. und 3. Versuchsreihe aus 4 Längseisen von 30 mm Durchm., bei der 2. Versuchsreihe aus 4 Längseisen von 20 mm Durchm. Die Würfel Festigkeit des verwendeten Betons ergab sich nach 45tägiger Erhärtungszeit bei den 3 Versuchsreihen zu  $\sigma_{w_{30}} = 360, 376$  und  $283 \text{ kg/cm}^2$ .

Jede Versuchsreihe bestand aus 3 Einzelversuchen, aus denen jeweils der Mittelwert gebildet wurde.

Bei der 1. Versuchsreihe wurde eine mittlere Knicklast von 290 t ermittelt.

Wird diese mittels der vorgenommenen Ableitungen errechnet, so ist zunächst für das Verhältnis  $n$ , das hier mit  $n = \frac{E_e}{T}$  zu berücksichtigen ist, eine Annahme zu machen. Mit z. B.  $n = 12$  beträgt

$$J_i = 142\,000 \text{ cm}^4$$

$$F_i = 1\,380 \text{ cm}^2$$

und

$$i = 10,1 \text{ cm.}$$

Für  $\sigma_{w_{30}} = 360 \text{ kg/cm}^2$  und  $a = 1050$  ermittelt sich aus Gl. 11

$$\sigma_k = \frac{360}{1 + \frac{0,1}{1050} \cdot \left(\frac{900}{10,1}\right)^2} = 205 \text{ kg/cm}^2$$

und aus Gl. 8a mit

$$T = 1050 \cdot (360 - 205) = 163\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_k = \frac{10}{900^2} \cdot 163\,000 \cdot 142\,000 = 286 \text{ t.}$$

Da  $n = \frac{2\,000\,000}{163\,000} = 12,3$  von obiger Annahme für  $n$  nur unerheblich abweicht, ist eine Wiederholung der Berechnung nicht nötig.

Die aus Gl. 8a unter Berücksichtigung der mit  $a = 1050$  vorzunehmenden Zwischenrechnung nach Gl. 11 und 10a abgeleitete Knicklast stimmt demnach mit der tatsächlichen Knicklast ausgezeichnet überein. Wird dieselbe dagegen mit dem Beiwert  $a = 1000$  abgeleitet, so ergibt nur  $P_k = 275 \text{ t}$ . Zu Vergleichszwecken wird noch angeführt, daß nach der seither üblichen Berechnungsweise mit  $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$  und  $n = 15$  sich sogar nur  $P_k = 162 \text{ t}$  ermittelt.

<sup>1)</sup> Vgl. Z. d. VdI 1913, S. 1969.

Die bei den übrigen Versuchsreihen beobachteten mittleren Knicklasten sind neben der bereits angeführten Knicklast der 1. Versuchsreihe in Tafel 7 enthalten. Außerdem sind in dieser Tafel noch die Knicklasten zusammengestellt, die sich einesteiis aus Gl. 8a mit dem für die jeweilige Versuchsreihe nach Abb. 3 in Betracht kommenden Beiwert  $a$  sowie mit dem Beiwert  $a = 1000$ , andernteils aber mit  $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$  und  $n = 15$  errechnen.

Tafel 7. Vergleich zwischen rechnermäßiger und tatsächlicher Knicklast.  
(Nach Versuchen von Bach.)

Versuchsreihe . . . . .	1	2	3
Bewehrung . . . . .	4 $\varnothing$ 30 mm	4 $\varnothing$ 20 mm	4 $\varnothing$ 30 mm
$\sigma_{w_{90}}$ . . . . . in $\text{kg/cm}^2$	360	376	283
Tatsächliche Knicklast . . . . . in t	290	270	233
Aus Gl. 8a mit dem Beiwert $a$ der Abb. 3 ermittelte Knicklast . . . . . in t	286	254	237
Aus Gl. 8a mit $a = 1000$ ermittelte Knicklast . . . . . in t	275	236	235
Mit $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $n = 15$ ermittelte Knicklast . . . . . in t	162	206	266

Wie aus Tafel 7 hervorgeht, besteht auch bei der 2. und 3. Versuchsreihe eine ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen der aus Gl. 8a mit den in Betracht kommenden Beiwerten  $a = 1040$  und  $1150$  abgeleiteten Knicklasten und den tatsächlichen Knicklasten. Dagegen weichen die mit  $a = 1000$  abgeleiteten Knicklasten von den tatsächlichen Knicklasten bei der 2. Versuchsreihe ganz erheblich, bei der 3. Versuchsreihe allerdings nur unerheblich ab<sup>1)</sup>. Die mit  $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$  und  $n = 15$  ermittelten Knicklasten weisen überhaupt keine Anpassung an die tatsächlichen Knicklasten auf.

Mit den unter Berücksichtigung der Beiwerte  $a$  der Abb. 3 aus Gl. 11 ermittelten Knickspannungen errechnen sich somit, nach Ableitung von  $T$ , aus Gl. 8a Knicklasten, die — im Gegensatz zu anderen Berechnungsweisen — eine recht befriedigende Annäherung an die tatsächlichen Knicklasten aufweisen.

Aus Gl. 8a bzw. aus der Beziehung  $P_k = F_i \cdot \sigma_k$  geht ohne weiteres hervor, daß es für die Einhaltung des durch das Verhältnis der Knicklast zur Gebrauchslast bestimmten Sicherheitsgrades genügt, die zulässige Knickspannung  $\sigma_{k_{zul}}$  direkt aus dem durch dieses Verhältnis bestimmten Teil der unter der Knicklast vorhandenen Knickspannung  $\sigma_k$  abzuleiten. Für die Einhaltung eines 3fachen Sicherheitsgrades ergibt sich dann

$$(11a) \quad \sigma_{k_{zul}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_w}{1 + \frac{0,1}{a} \cdot \lambda^2}$$

In Abb. 4 sind in Form von Schaulinien die Beziehungen zwischen  $\sigma_{k_{zul}}$  und dem veränderlichen Schlankheitsverhältnis  $\lambda$  für Beton mit einer Würfel Festigkeit von etwa 160, 200, 270, 360 und  $450 \text{ kg/cm}^2$  dargestellt. Da die obere Begrenzung dieser Schau-

<sup>1)</sup> Die besondere Brauchbarkeit der abgeleiteten Berechnungsweise für die Ermittlung von  $P_k$  wäre zweifellos noch ausgeprägter zum Ausdruck gekommen, wenn bei den Versuchen auch Beton von geringerer Druckfestigkeit zur Verwendung gekommen wäre.

linien durch die Größe der jeweils zulässigen Betondruckspannung für Säulen ohne Knickgefahr gegeben ist, die hier  $\sigma_{b_{zul}} = 35, 45, 60, 80$  und  $100 \text{ kg/cm}^2$  betragen, so kommt die Berücksichtigung der Knickgefahr lediglich für den ausgezogenen Teil der jeweiligen Schaulinie in Betracht. Es wäre demnach für  $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 96$  ab, für  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 87$  ab, für  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 76,5$  ab, für  $\sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 72,3$  ab und für  $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 70,8$  ab die Knicksicherheit der Säulen nachzuprüfen.

Allgemein läßt sich die untere Schlankeitsgrenze  $\lambda_u$  der Säulen mittels der aus Gl. 11a abgeleiteten Beziehung

$$(11b) \quad \lambda_u = \sqrt{\frac{a}{0,1} \cdot \left( \frac{\sigma_w}{3 \cdot \sigma_{k_{zul}}} - 1 \right)}$$

oder, da bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge für diese Schlankeitsgrenze

$$\frac{\sigma_w}{3 \cdot \sigma_{k_{zul}}} = 1,5 \text{ ist, aus der Beziehung}$$

$$(11c) \quad \lambda_u = \sqrt{5 \cdot a}$$

ermitteln.

Anschaulicher als das Verhältnis  $\lambda$  ist bei quadratischem

oder rechteckigem Querschnitt das Verhältnis der Säulenhöhe  $l$  zur kleineren Querschnitts-

seite  $d$ . Die Umrechnung von  $\lambda$  auf  $\frac{l}{d}$  ergibt sich, wenn zunächst die Eiseneinlagen vernachlässigt werden, mit

$$J = \frac{d^4}{12} \text{ oder } J = \frac{bd^3}{12} \text{ und } i^2 = \frac{d^2}{12} \text{ aus}$$

$$(12) \quad \lambda = \alpha_1 \cdot \frac{l}{d},$$

wobei  $\alpha_1 = 3,464$ .

Die untere Schlankeitsgrenze beträgt damit

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 27,8, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 25,2,$$

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 22,1, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 20,9$$

$$\text{und für } \sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 20,4.$$

Sie ist demnach durchweg erheblich größer als die in den D. B. (§ 27, Tafel II) für quadratische und rechteckige Säulen mit  $\frac{l}{d} = 15$  vorgeschriebene untere Schlankeitsgrenze.

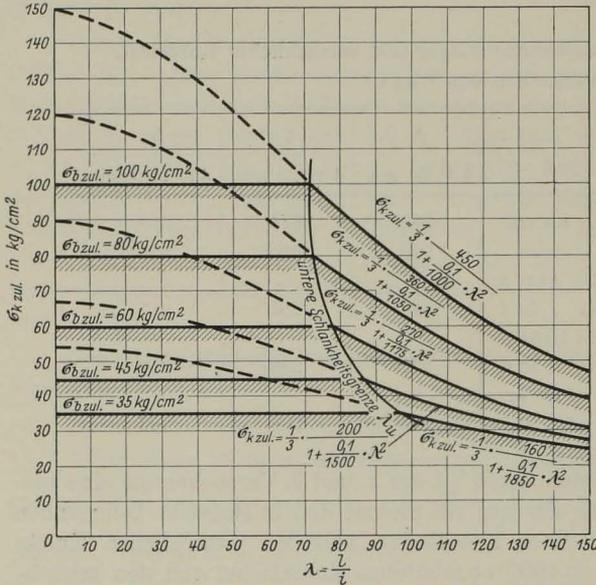


Abb. 4. Beziehungen zwischen  $\sigma_{k_{zul}}$  und dem veränderlichen Schlankeitsverhältnis  $\lambda$ .

Überschreiten, wie aus Abb. 4 ersichtlich, die Abmessungen der Säulen die untere Schlankheitsgrenze, so nimmt  $\sigma_{k_{zul}}$  mit zunehmender Schlankheit der Säulen ab, und zwar bei hochbeanspruchten Säulen rascher als bei normalbeanspruchten Säulen. Für z. B.  $\lambda = 140$ , welcher Wert ungefähr der in den D. B. festgelegten oberen Schlankheitsgrenze  $\frac{l}{d} = 40$  entspricht, betragen die zu den oben angeführten Beanspruchungen  $\sigma_{b_{zul}}$  gehörigen zulässigen Knickspannungen nur noch  $\sigma_{k_{zul}} = 24,0, 27,0, 30,8, 38,3$  und  $46,4 \text{ kg/cm}^2$ .

Die durch die obere Schlankheitsgrenze bewirkte Abnahme der zulässigen Betondruckspannung schwankt demnach für  $\sigma_{b_{zul}} = 35$  bis  $100 \text{ kg/cm}^2$  zwischen 30 und  $50\%$ .

Werden bei der Umrechnung von  $\lambda$  auf  $\frac{l}{d}$  die Eiseneinlagen berücksichtigt, so errechnet sich bei quadratischen Säulen mit nahe am Umfang gleichmäßig verteilter Bewehrung der Beiwert  $\alpha_1$  der Gl. 12 für z. B.  $h = 0,92 d$  und der

Gesamtbewehrung . . .	$\mu = 0,8\%$	3,0%
mit $n = 15$ zu $\alpha_1 = 3,42$		3,38,
mit $n = 10$ zu $\alpha_1 = 3,44$		3,40.

Bei Säulen mit rechteckigem Querschnitt und gleichgeteilter Bewehrung ergibt sich demgegenüber der Beiwert  $\alpha_1$  der Gl. 12 für  $h = 0,92 d$  und der

Gesamtbewehrung . . .	$\mu = 0,8\%$	3,0%
mit $n = 15$ zu $\alpha_1 = 3,28$		2,88,
mit $n = 10$ zu $\alpha_1 = 3,33$		3,05.

Die Abweichungen der sich bei Berücksichtigung der Eiseneinlagen ergebenden Beiwerte  $\alpha_1$  gegenüber dem weiter oben für den unbewehrten Querschnitt abgeleiteten Beiwert  $\alpha_1 = 3,464$  sind demnach im allgemeinen so geringfügig, daß bei den weiteren Ermittlungen die Eiseneinlagen vernachlässigt werden können.

Werden die Abmessungen der Säulen derart gewählt, daß die untere Schlankheitsgrenze überschritten wird, so ist zur Einhaltung des beabsichtigten Sicherheitsgrades entweder die Gebrauchslast  $P$  oder die zulässige Betondruckspannung  $\sigma_{b_{zul}}$  abzumindern. Diese Abminderung geschieht bekanntlich durch eine mit zunehmender Schlankheit der Säulen ebenfalls zunehmende Knickzahl  $\omega$  derart, daß entweder die Gebrauchslast vergrößert wird auf

$$(13a) \quad P' = \omega \cdot P$$

oder aber die zulässige Knickspannung aus der zulässigen Betondruckspannung durch die Beziehung

$$(13a) \quad \sigma_{k_{zul}} = \frac{\sigma_{b_{zul}}}{\omega}$$

ermittelt wird. Beide Verfahren laufen naturgemäß auf dasselbe hinaus.

Abb. 5 enthält in Form von Schaulinien die tatsächlichen Knickzahlen  $\omega$  in Abhängigkeit vom Schlankheitsverhältnis  $\frac{l}{d}$  und den aus dieser Abbildung ersichtlichen zulässigen Betondruckspannungen. Diese Knickzahlen wurden aus den Schaulinien der Abb. 4 abgeleitet. Zu Vergleichszwecken enthält die Abbildung außerdem noch in Form einer besonders gekennzeichneten Schaulinie die in den D. B. (§ 27, Tafel II) vorgeschriebenen Knickzahlen.

Wie aus Abb. 5 hervorgeht, sind die tatsächlichen Knickzahlen, selbst wenn  $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  und  $\frac{l}{d} = 40$  in Betracht gezogen werden, recht gering. Demgegenüber sind die in den D. B. vorgeschriebenen Knickzahlen so beträchtlich, daß von einer auch nur angenäherten Erkenntnis des wahren Knickvorganges nicht gesprochen werden kann (vgl. auch die Versuchsergebnisse weiter unten).

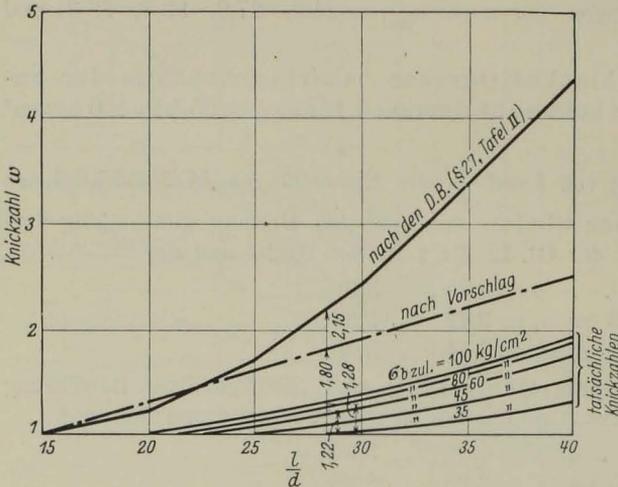


Abb. 5. Vergleich zwischen vorgeschriebenen und tatsächlichen Knickzahlen  $\omega$  in Abhängigkeit von  $\frac{l}{d}$  und  $\sigma_{b_{zul}}$  bei Säulen mit einfacher Bügelbewehrung.

auf den hyperbelähnlichen Verlauf der die Beziehung zwischen dem Beiwert  $\alpha$  der Gl. 9 und der Würfelfestigkeit des Betons wiedergebenden Schaulinie der Abb. 3 zurückzuführen.

Um eine bessere Anpassung zwischen den vorgeschriebenen und den tatsächlichen Knickzahlen zu erzielen, wird vorgeschlagen, die ersteren dahingehend abzuändern, daß sie z. B. von  $\frac{l}{d} = 15$  mit  $\omega = 1$  bis zu  $\frac{l}{d} = 40$  mit  $\omega = 2,5$  geradlinig zunehmen.

Mit einer derartigen Zunahme der Knickzahlen wird immer noch eine reichliche Sicherheit gegenüber der Gefahr des Ausknickens erzielt.

So errechnet sich z. B. aus der 1. und 2. Versuchsreihe der vorbehandelten Knickversuche von Bach (vgl. S. 36) für  $\frac{l}{d} = 28$ ,  $n = 12$  und  $\sigma_{b_{zul}} = 90 \text{ kg/cm}^2$  ( $\sigma_{w_{30}} = 360$  und  $376 \text{ kg/cm}^2$ ) mit der vorgeschlagenen Knickzahl  $\omega = 1,80$  (vgl. Abb. 5) eine zulässige Gebrauchslast von 68,5 und 59 t, so daß sich mit  $P_{\text{max}} = 290$  und 270 t statt eines etwa 3fachen Sicherheitsgrades ein 4,2- und 4,6facher Sicherheitsgrad ergibt. Mit der tatsächlichen Knickzahl  $\omega = 1,28$  ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 96 und 83,5 t, also ein 3,0- und 3,2facher Sicherheitsgrad.

Weiter errechnet sich aus der 3. Versuchsreihe der genannten Versuche für  $\frac{l}{d} = 28$ ,  $n = 12$  und  $\sigma_{b_{zul}} = 70 \text{ kg/cm}^2$  ( $\sigma_{w_{30}} = 283 \text{ kg/cm}^2$ ) ebenfalls mit  $\omega = 1,80$  eine zulässige Gebrauchslast von 53 t, so daß sich mit  $P_{\text{max}} = 233$  t statt eines etwa 3fachen Sicherheitsgrades ein 4,4facher Sicherheitsgrad ergibt. Mit der tatsächlichen Knick-

zahlen für ein bestimmtes Schlankheitsverhältnis  $\frac{l}{d}$  bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 80$  oder  $100 \text{ kg/cm}^2$  nur unerheblich zu, während diese Zunahme bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  oder von  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ , wenn auch nicht beträchtlich, so doch immerhin beachtlich ist. Diese verschiedenartige Zunahme von  $\omega$  ist

Wie aus Abb. 5 weiter hervorgeht, nehmen die tatsächlichen Knickzahlen für ein bestimmtes Schlankheitsverhältnis  $\frac{l}{d}$  bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 80$  oder  $100 \text{ kg/cm}^2$  nur unerheblich zu, während diese Zunahme bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  oder von  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ , wenn auch nicht beträchtlich, so doch immerhin beachtlich ist. Diese verschiedenartige Zunahme von  $\omega$  ist

zahl  $\omega = 1,22$  ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 78 t und damit ein 3facher Sicherheitsgrad.

Demgegenüber ermittelt sich mit der in den D. B. für den vorliegenden Fall vorgeschriebenen Knickzahl  $\omega = 2,15$  bei den Säulen der 1. bis 3. Versuchsreihe ein 4,9-, 5,5- bzw. 5,4facher Sicherheitsgrad.

## b) Umschnürte Säulen.

### 1. Säulen ohne Knickgefahr.

#### a) Allgemeines.

Eine wesentliche Erhöhung der Tragfähigkeit von Eisenbetonsäulen läßt sich bekanntlich dadurch erzielen, daß als Querbewehrung kreisförmige Umschnürungen verwendet werden. Als solche Umschnürungen kommen gewöhnlich Ringbügel oder Spiraleisen in Betracht, wobei der Abstand der Ringe oder die Ganghöhe der Spiraleisen nicht mehr als 8 cm betragen darf.

Den Umschnürungen entsprechend ist der Querschnittsumriß der umschnürten Säulen entweder ein Kreis oder ein regelmäßiges Vieleck (gewöhnlich ein Achteck). Letztere Querschnittsform wird deshalb bevorzugt, weil sie einfacher auszuführen ist.

Wie versuchsmäßig erwiesen, ist die Tragfähigkeit der umschnürten Säulen ohne Knickgefahr bestimmt durch

$$(14a) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_k + \sigma_q \cdot F_e + m \cdot \sigma_p \cdot F_s.$$

In dieser Gleichung bedeutet  $F_k$  den durch die Mitte der Querbewehrungseisen begrenzten Querschnitt des umschnürten Kerns;  $F_s = \frac{\pi \cdot D}{t} \cdot f$ , wenn  $D$  den mittleren Krümmungsdurchmesser der Querbewehrungseisen,  $f$  den Querschnitt der letzteren und  $t$  ihren Abstand in der Richtung der Säulenachse bezeichnen sowie  $m$  einen aus Versuchen ermittelten Beiwert.

Die sonstigen Bezeichnungen der Gl. 14a sind bekannt. Die Tragfähigkeit der umschnürten Säulen setzt sich demnach aus der Eigenfestigkeit des Kernbetons, aus dem Widerstand der Längseisen und aus dem Einfluß der Querbewehrung zusammen. Mit

$$\frac{\sigma_q}{\sigma_p} = n \text{ und } (F_k + n \cdot F_e + m \cdot F_s) = F_{i_s}$$

geht sie über in

$$(14b) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_{i_s}.$$

Die Anwendbarkeit der Gl. 14 ist im Hinblick auf die vorliegenden Versuchsergebnisse an die Bedingung geknüpft, daß der Querschnitt der Längseisen etwa 0,8 bis 8% des Kernquerschnitts und mindestens  $\frac{1}{3}$  der Querbewehrung  $F_s$  beträgt. Außerdem ist sie an die Bedingung geknüpft, daß der Beiwert  $m$  der jeweiligen Prismenfestigkeit des Betons entsprechend eingesetzt wird. Abb. 6 enthält

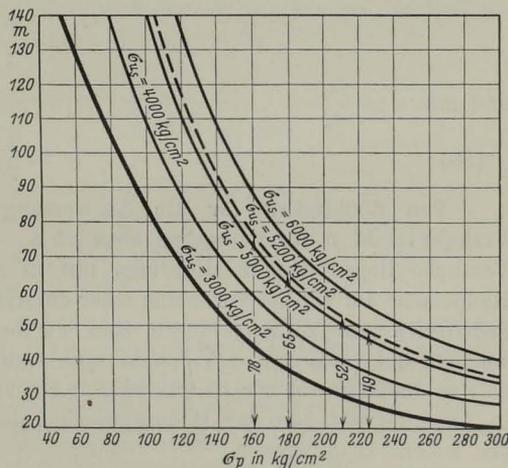


Abb. 6. Beziehungen zwischen  $\sigma_p$ ,  $\sigma_{u_s}$  und  $m$ .

die für Umschnürungseisen mit einer Streckgrenze von etwa 3000 kg/cm<sup>2</sup> von Mörsch aus den Bruchlasten verschiedener Säulen abgeleitete und in Form einer stark ausgezogenen Schaulinie dargestellten Beziehung zwischen  $\sigma_p$  und  $m$ .

Wegen der besonderen Bedeutung, die dem Beiwert  $m$  für die Ableitung des Sicherheitsgrades von umschnürten Säulen zukommt, sei darauf verwiesen, daß dieser Beiwert versuchsmäßig auch auf einem anderen Wege als von den Bruchlasten der Säulen aus ermittelt werden kann. Wird nämlich bei genügend großer längsgerichteter Druckkraft und bei genügend dichter Ausbildung der Umschnürung die von derselben auf den Beton ausgeübte querverrichtete Druckspannung mit  $\bar{\sigma}_q$ , die durch  $\bar{\sigma}_q$  bewirkten Ringspannungen in den Umschnürungseisen mit  $\sigma_u$  und das Verhältnis der auf die Längeneinheit bezogenen federnden Längsstauchungen des Betons zu seinen federnden Querdehnungen mit

$$p = \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_q} \text{ (Poissonsche Zahl)}$$

bezeichnet, so ermittelt sich

$$2 \cdot f \cdot \sigma_u = D \cdot \bar{\sigma}_q \cdot t = D \cdot \frac{\sigma'_b}{p} \cdot t,$$

wobei  $\sigma'_b$  den durch die Umschnürung bewirkten Zuwachs an Längsfestigkeit des Betons darstellt, und mit

$$\frac{F_s}{F_k} = \frac{4 \cdot f}{D \cdot t}$$

ergibt sich

$$F_k \cdot \sigma'_b = \frac{p}{2} \cdot \sigma_u \cdot F_s.$$

Beträgt im Bruchzustand  $\sigma_u = \sigma_{u_s}$  und wird der Ausdruck

$$\frac{p}{2} \cdot \sigma_{u_s} \cdot F_s$$

dem 3. Glied der Gl. 14a gleichgesetzt, so ermittelt sich

$$m = \frac{p}{2} \cdot \frac{\sigma_{u_s}}{\sigma_p}$$

und mit  $\bar{n} = \frac{\sigma_{u_s}}{\sigma_p}$

$$(15) \quad m = \frac{p}{2} \cdot \bar{n}^1).$$

Von Wichtigkeit für die Auswertung dieser Gleichung ist es zunächst, die Verhältniszahl  $p$  aus Versuchen abzuleiten. Solche auf die Ermittlung von  $p$  gerichtete Versuche liegen seither allerdings nur in recht beschränkter Zahl vor, was in der Hauptsache auf die bei Vornahme einer derartigen Ermittlung sich ergebenden besonderen Schwierigkeiten zurückzuführen sein dürfte. Wohl vorwiegend aus diesem Grunde weichen die vorliegenden Versuchsergebnisse zum großen Teil so stark voneinander ab, daß es zunächst schwer ist, überhaupt ein zutreffendes Bild über die Verhältniszahl  $p$  in Abhängigkeit von der Betongüte und den jeweiligen Querschnittsbeanspruchungen des Betons zu gewinnen.

Versuche, bei denen die Verhältniszahl  $p$  unzuverlässig abgeleitet wurde, sind nach eigener Angabe z. B. jene der französischen Kommission für Eisenbeton (7). Auch die in den Heften 5 und 28 des D. A. f. E. abgeleitete Verhältniszahl  $p$  erscheint

<sup>1)</sup> Vgl. auch Mörsch (25), S. 239; Saliger (28), S. 119 und Emperger (24), Heft 11, S. 17.

unzuverlässig, soweit sie, wie z. B. in der Tafel 24 des erstgenannten Heftes, den Wert  $p \approx 3$  unterschreitet und mit zunehmender Querschnittsbeanspruchung größer wird<sup>1)</sup>.

Der Wert  $p < 3$  ist deshalb nicht möglich, weil die Verhältniszahl  $p$  für Beton keinesfalls kleiner werden kann wie jene z. B. für Flußeisen, für das sie bekanntlich  $p = 3$  bis 4 beträgt, nachdem die Querdehnungen des Betons geringer sind als die des gleichverkürzten Eisens<sup>2)</sup>.

Wie sich die Verhältniszahl  $p$  mit zunehmender Querschnittsbeanspruchung des Betons ändert, geht aus den in neuester Zeit von Yoshida (30) durchgeführten umfangreichen Versuchen hervor. Bei diesen Versuchen wurden unbewehrte Betonprismen von quadratischem Querschnitt mit 12 cm Seitenlänge und 50 cm Höhe verwendet. Die Messungen der Formänderungen geschahen in halber Höhe der Prismen, und zwar die Längenänderungen auf eine Meßlänge von 10 cm, die Querdehnungen auf eine Meßlänge von 8 cm. Die Messungen erfolgten also außerhalb des Störungsbereiches, der durch die Endflächenreibung an den Druckplatten der Prüfungsmaschine bewirkt wird. Die Belastung wurde stufenweise gesteigert.

Abb. 7 enthält in Form von Schaulinien<sup>3)</sup> die Abhängigkeit der Verhältniszahl  $p$  von den Querschnittsbeanspruchungen des Betons, wie sie Yoshida mittels der Prismen  $P_{3-1}^{XI}$ ,  $P_{1-6}^{IX}$  und  $P_{1-6}^X$  für Beton mit  $\sigma_p = 125, 160$  und  $225 \text{ kg/cm}^2$  ermittelte<sup>4)</sup>. Der gestrichelte Teil der Schaulinien ist der mutmaßliche Verlauf bis in die Nähe der Bruchlast. Für diesen Verlauf wurde die bei den meisten der vorliegenden Versuche festgestellte Beobachtung berücksichtigt,

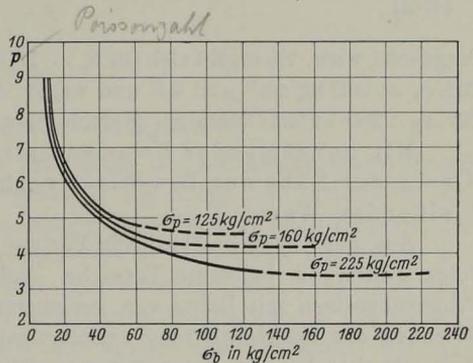


Abb. 7. Abhängigkeit der Verhältniszahl  $p$  von der Prismenfestigkeit und den Querschnittsbeanspruchungen des Betons (nach Versuchen von Yoshida).

daß sich die Verhältniszahl  $p$  mit zunehmenden Querschnittsbeanspruchungen des Betons einem gleichbleibenden Werte nähert.

Unter der Bruchlast beträgt demnach

für Beton mit $\sigma_p = 125 \text{ kg/cm}^2$	$p \approx 4,7$ ,
" " " $\sigma_p = 160$	" $p \approx 4,2$ und
" " " $\sigma_p = 225$	" $p \approx 3,4$ .

Es errechnet sich also mit  $\sigma_{u_s} = 3000 \text{ kg/cm}^2$  nach Gl. 15

für $\sigma_p = 125 \text{ kg/cm}^2$	$m = 57$ ,
" $\sigma_p = 160$	" $m = 39$ und
" $\sigma_p = 225$	" $m = 23$ .

<sup>1)</sup> In diesem Zusammenhang sei bemerkt, daß die von Probst (27), S. 292, angeführten und auch in anderen Werken [z. B. Saliger (28), S. 116] übernommenen Verhältniszahlen  $p$ , die sowohl hinsichtlich ihrer Größe wie hinsichtlich ihrer Veränderlichkeit mit zunehmender Querschnittsbeanspruchung zutreffend erscheinen und dem Heft 5 des D. A. f. E. entnommen sein sollen, aus den die in diesem Heft vorhandenen Versuchszahlen nicht nachgeprüft werden konnten.

<sup>2)</sup> Vgl. auch Jauch, Ein kritischer Vergleich der Säulenversuche des österreichischen und deutschen Eisenbetonausschusses, S. 12, Dissertation, Stuttgart 1930.

<sup>3)</sup> Die Schaulinien wurden durch Anpassung an die Versuchswerte ermittelt.

<sup>4)</sup> Die an den übrigen Prismen ermittelten Werte  $p$  wurden deshalb in Abb. 7 nicht berücksichtigt, weil sie sich unter den größeren Belastungsstufen wesentlich kleiner als  $p = 3$  ergaben (vgl. die Ausführungen weiter oben). Dieselben dürften darauf zurückzuführen sein, daß wegen der Belastungsgrenze der Meßdose die Querschnittsabmessungen der Versuchskörper mit 12 auf 12 cm recht gering gewählt werden mußten und deshalb Ungleichmäßigkeiten in der Zusammensetzung des Betons, die sich nie vermeiden lassen, das Ergebnis beeinflussen können.

Diese Werte  $m$  stimmen somit recht gut mit jenen der Abb. 6 überein. Sie ändern sich nur unwesentlich, wenn wiederholte Belastungen berücksichtigt werden. Z. B. ergab sich bei den Versuchen von Yoshida für einen Beton mit  $\sigma_p = 160$  bis  $170 \text{ kg/cm}^2$  und für eine Querschnittsbeanspruchung von  $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$  beim 1. Belastungswechsel  $p = 6,42$ , beim 400. Belastungswechsel  $p = 6,12$ .

Aus der guten Übereinstimmung der vorstehend abgeleiteten Werte  $m$  mit jenen der Abb. 6 kann auf die Abhängigkeit der in der Nähe der Bruchlast vorhandenen Verhältniszahl  $p$  von der Prismenfestigkeit des Betons geschlossen werden. Diese Abhängigkeit ermittelt sich genügend genau, wenn die Werte  $m$  der stark ausgezogenen Schaulinie der Abb. 6 mit der jeweils zugehörigen Prismenfestigkeit in die Gleichung

$$(15 \text{ a}) \quad p = \frac{2 m \cdot \sigma_p}{\sigma_{u_s}}$$

eingesetzt wird. So ergibt sich für  $\sigma_p = 120 \text{ kg/cm}^2$   $p = 5,2$ ; für  $\sigma_p = 160 \text{ kg/cm}^2$   $p = 4,7$ , für  $\sigma_p = 200 \text{ kg/cm}^2$   $p = 4,3$  und wegen des hyperbelähnlichen Verlaufes der Schaulinie für  $\sigma_p \geq 250 \text{ kg/cm}^2$  ziemlich gleichbleibend  $p = 4$ .

Mit zunehmender Prismenfestigkeit des Betons nähert sich demnach die in der Nähe der Bruchlast vorhandene Verhältniszahl  $p$  einem gleichbleibenden Wert.

Aus dem hyperbelähnlichen Verlauf der stark ausgezogenen Schaulinie der Abb. 6 folgt weiter die bekannte Tatsache, daß bei gleichbleibender Streckgrenze der Umschnürungseisen mit Beton von geringerer Druckfestigkeit eine bessere umschnürende Wirkung der Querbewehrung erzielt wird als mit Beton von größerer Druckfestigkeit. Z. B. ist dieselbe für Beton mit  $\sigma_p = 240 \text{ kg/cm}^2$  und  $m = 25$  nur noch etwa halb so groß wie für Beton mit  $\sigma_p = 160 \text{ kg/cm}^2$  und  $m = 45$ . Um deshalb bei Säulen aus hoch- oder höchstwertigem Beton eine bessere umschnürende Wirkung zu erzielen, kommt in erster Linie die Verwendung von Umschnürungseisen mit hochgelegener Streckgrenze in Betracht.

Dies ist darauf zurückzuführen, daß sich  $m$  direkt verhältnismäßig mit der Streckgrenze der Umschnürungseisen ändert, was auch aus Gl. 15 zu erkennen ist. Aus diesem Grunde lassen sich in Abb. 6 ohne weiteres die Beziehungen zwischen  $\sigma_p$  und  $m$ , z. B. für  $\sigma_{u_s} = 4000, 5000$  und  $6000 \text{ kg/cm}^2$ , in Form von weiteren Schaulinien eintragen.

Wird Gl. 14a in Abhängigkeit von der Würfelfestigkeit des Betons gebracht, so geht sie bei Verwendung von Würfeln mit 30 cm Kantenlänge über in

$$(16 \text{ a}) \quad P_{r_{\max}} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}} \cdot \left( F_k + \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{30}}} \cdot F_e + m \cdot F_s \right) = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}} \cdot F_{i_s}$$

Bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge lautet sie dagegen

$$(16 \text{ b}) \quad P_{r_{\max}} = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}} \cdot \left( F_k + \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{20}}} \cdot F_e + m \cdot F_s \right) = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}} \cdot F_{i_s}$$

Dabei ist für die praktische Anwendung dieser Gleichungen, entsprechend den Ausführungen S. 5, die Würfelfestigkeit des Betons nach einer etwa 28tägigen Erhärtungszeit einzusetzen.

Zwischen der meistens gegebenen Gebrauchslast  $P$  und der unter dieser Last vorhandenen Querschnittsbeanspruchung  $\sigma_{b_{\text{zul}}}$  besteht die Beziehung

$$(17) \quad P = \sigma_{b_{\text{zul}}} \cdot F_{i_s}$$

Die Querschnittsbeanspruchung der Längsbewehrung ist, wie schon aus Tafel 3 hervorgeht, unter der Gebrauchslast so gering, daß auf dieselbe hier nicht weiter ein-

gegangen werden soll. Ebenso soll auf die äußerst geringe Querschnittsbeanspruchung der Querbewehrung unter dieser Last hier nicht weiter eingegangen werden, da erst nach dem Überschreiten der Eigenfestigkeit des Betons in der Längsrichtung die Querdehnungen so groß werden, daß die Querbewehrung größere Beanspruchungen erfährt.

### β) Der rechnermäßige Sicherheitsgrad.

Wird der abzuleitende Sicherheitsgrad auf das Verhältnis der Bruch- zur Gebrauchslast bezogen, so vereinfacht sich dieses Verhältnis wiederum auf das Verhältnis der unter diesen Lasten rechnermäßig vorhandenen Betondruckspannungen. Es ergibt sich dann

$$(18a) \quad \nu_r = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma_{w30}}{\sigma_{b_{zul}}}$$

oder

$$(18b) \quad \nu_r = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{w20}}{\sigma_{b_{zul}}}$$

### γ) Der tatsächliche Sicherheitsgrad.

Vorbedingung für eine möglichst genaue Ermittlung des bei umschnürten Säulen jeweils tatsächlich vorhandenen Sicherheitsgrades ist die möglichst zutreffende Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons aus seiner jeweiligen Würfelfestigkeit, des jeweiligen Verhältnisses  $n$  und des jeweiligen Beiwertes  $m$ . Inwieweit mit der in den Gl. 16 festgelegten Prismenfestigkeit des Betons und dem in den Gl. 14 u. 16 festgelegten Verhältnis  $n$ , sowie mit dem in Abb. 6 dargestellten Beiwert  $m$  die tatsächlichen Werte  $\sigma_p$ ,  $n$  und  $m$  erfaßt werden, geht am besten aus der Größe der Abweichungen der aus diesen Gleichungen ermittelten Bruchlasten der Säulen von den tatsächlichen Bruchlasten hervor.

Für die Ableitung dieser Abweichungen lassen sich allerdings nur wenige Versuche anführen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß auffallenderweise bei einer größeren Anzahl der vorliegenden Versuche mit umschnürten Säulen der Nachweis der Würfelfestigkeit des verwendeten Betons fehlt, aber auch darauf, daß verschiedene dieser Versuche Mängel aufweisen. Solche Mängel sind z. B. in einer unzulänglichen Kopfausbildung der Säulen, in einer ungenügenden Querbewehrung oder in einer anderen Beschaffenheit des Betons in den bewehrten Säulen als in den Probewürfeln zu sehen. Aus diesem Grunde werden von den bekannteren deutschen Versuchen hier nur jene angeführt, die von der Wayss & Freytag AG. sowie von Rudeloff vorgenommen wurden. Im ersten Falle handelt es sich um die im Buche von Mörsch (25), S. 217, angeführten Säulen K und L, im letzten Falle um die in Heft 28 des D. A. f. E. angeführten Säulen Nr. 31 bis 33, 37 bis 39, 43 bis 45 sowie 65 bis 67. Bei diesen Versuchen wurde die Druckfestigkeit des Betons durchweg an Würfeln von 30 cm Kantenlänge nachgewiesen. Die Versuchskörper wurden im Alter von 45 bzw. 90 Tagen geprüft.

Tafel 8a enthält die näheren Einzelheiten der Versuche sowie alle zur Ermittlung der rechnermäßigen Bruchlasten aus Gl. 16a notwendigen Angaben. Auch enthält diese Tafel eine Gegenüberstellung der rechnermäßig abgeleiteten und der tatsächlich vorhandenen Bruchlasten der Säulen sowie in einer besonderen Spalte die in Hundertteilen ausgedrückten Abweichungen  $\Delta$  zwischen  $P_{r_{max}}$  und  $P_{t_{max}}$ .

Wie aus Tafel 8a hervorgeht, besteht eine recht befriedigende Übereinstimmung zwischen rechnermäßigen und tatsächlichen Bruchlasten. Die Abweichungen  $\Delta$  schwanken lediglich bis zu 9%.

Tafel 8. Vergleich zwischen rechnungsmäßiger und tatsächlicher Bruchlast von umschnürten Säulen bei mittiger Druckbelastung.

a) Bei Ermittlung der Druckfestigkeit des Betons mittels 30-cm-Würfel.  
( $P_{r_{\max}}$  aus Gl. 16 a).

Veröffentlichung	Versuchs- bezeichnung	Abmessungen u. Eisen- einlagen der Säulen				$\sigma_w$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_q$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_{v_s}$ kg/cm <sup>2</sup>	m aus Abb. 6	$P_{r_{\max}}$ t	$P_{t_{\max}}$ t	$\Delta$ %	Bemer- kungen
		Kern- durch- messer cm	Höhe cm	$F_e$ cm <sup>2</sup>	$F_s$ cm <sup>2</sup>								
Mörsch (25), S. 214 (Versuche der Wayss & Freytag AG.)	K	28	90	7,6	12,9	245	3000	3000	36	221	218,8	- 1	Mittelwert aus je 3 Versuchen
	L	28	90	12,3	24,0	245	3000	3000	36	308	328,4	+ 6,5	
D. A. f. E. Heft 28 (Versuche von Rudeloff)	31-33	28	130	12,3	11,0	233	2290	3010	38	204	215,4	+ 5,5	
	37-39	28	130	12,3	11,0	241	2680	2930	36	211	209,3	- 1	
	43-45	28	130	12,3	11,0	207	2680	2930	45	201	201,3	0	
	65-67	28	130	16,1	31,8	239	2290	2630	34	341	373,1	+ 9	

b) Bei Ermittlung der Druckfestigkeit des Betons mittels 20-cm-Würfel.  
( $P_{r_{\max}}$  aus Gl. 16 b).

B. u. E. 1930, Heft 1 (Versuche von Saliger)	23	30	120	31,6	7,2	240	8000 <sup>1)</sup>	5200	78	462	496	+ 7,5	Mittelwert aus je 2 Versuchen
	24	30	120	63,1	3,5	335	8000	5200	49	710	738	+ 4	
	25	30	120	61,9	7,2	313	8000	5200	52	725	745	+ 3	
	26	30	120	61,9	14,6	267	8000	5200	65	800	891	+11	
	27	30	120	61,9	15,1	319	8000	2300	23	720	752	+ 4,5	

<sup>1)</sup> Vgl. B. u. E. 1930, S. 10 u. 11, sowie Tafel V dortselbst.

Dieses Ergebnis beweist einwandfrei, wie zutreffend einesteils die in Gl. 16 a erfolgte Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}}$ , andernteils die in den Gl. 14 u. 16 a erfolgte Ableitung des Verhältnisses  $n = \frac{\sigma_q}{\sigma_p}$  ist. Wäre nämlich in üblicher Weise die Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{4}{5} \cdot \sigma_{w_{30}}$  und damit  $n = \frac{5}{4} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{30}}}$  abgeleitet worden, so hätten sich die Abweichungen  $\Delta$  bis zu 10% nach der für die Sicherheit ungünstigen Seite hin ergeben.

Das erzielte Ergebnis beweist außerdem, wie zutreffend die in Abb. 6 dargestellten Beiwerte  $m$  sind.

Versuche an umschnürten Säulen, bei denen die Druckfestigkeit des verwendeten Betons gleichzeitig an Würfeln von 20 cm Kantenlänge nachgewiesen wurde, liegen ebenfalls nur in recht beschränkter Zahl vor. In Tafel 8b sind mit den gleichen Einzelheiten wie bei den Versuchen der Tafel 8a sämtliche Versuche angeführt, die Saliger Anfang 1929 an der Versuchsanstalt der Technischen Hochschule Wien vornahm<sup>1)</sup>. Es handelte sich bei diesen Versuchen um Säulen, die ausschließlich unter Verwendung von hochwertigem Beton und hochwertiger Stahlbewehrung hergestellt wurden. Das Alter der Versuchskörper betrug bei der Prüfung 40 Tage.

<sup>1)</sup> Vgl. B. u. E. 1930, Heft 1. Die in den Heften 3 u. 11 des österr. Eisenbetonausschusses (24) angeführten Versuche an umschnürten Säulen lassen sich wegen Unvollständigkeit der Angaben nicht weiter auswerten.

Für die rechnermäßige Ermittlung der Bruchlast kommt Gl. 16b in Betracht.

Wie aus Tafel 8b hervorgeht, besteht auch bei diesen Versuchen eine recht befriedigende Übereinstimmung zwischen rechnermäßigen und tatsächlichen Bruchlasten. Die Abweichungen  $\lambda$  schwanken lediglich zwischen 3 und 11%.

Dieses Ergebnis beweist ebenfalls einwandfrei, wie zutreffend einesteils die in Gl. 16b erfolgte Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons zu  $\sigma_p = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w20}$ , andernteils die in den Gl. 14 u. 16b erfolgte Ableitung des Verhältnisses  $n = \frac{\sigma_q}{\sigma_p}$  ist. Es beweist außerdem, wie zutreffend die in Abb. 6 dargestellten Beiwerte  $m$  sind.

Zusammenfassend ist den angeführten Versuchen zu entnehmen, daß die Gl. 16 zweifellos eine zuverlässige Grundlage für die Sicherheitsberechnung von umschnürten Säulen bieten.

Aus diesem Grunde kann unter Umgehung der Gl. 2 die Ableitung des tatsächlichen Sicherheitsgrades genügend genau mittels der Gl. 18 vorgenommen werden, wenn die jeweils zulässige Betondruckspannung  $\sigma_{b_{zul}}$  aus Gl. 17 errechnet wird. Es ergeben sich dann wiederum dieselben Folgerungen, wie sie bereits S. 25 für Säulen mit einfacher Bügelbewehrung abgeleitet wurden.

Insbesondere ergibt sich die Folgerung, daß für die Einhaltung des auch bei umschnürten Säulen nach den Ausführungen S. 6 vorgesehenen 3fachen Sicherheitsgrades, wenn  $\sigma_{b_{zul}}$  voll in Rechnung gestellt wird, bei Verwendung von Würfeln mit 30 cm Kantenlänge unter der Voraussetzung sorgfältiger Bauausführung eine Betondruckfestigkeit von etwa

$$\sigma_{w20} = 4,0 \cdot \sigma_{b_{zul}},$$

bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge unter der gleichen Voraussetzung eine Betondruckfestigkeit von etwa

$$\sigma_{w20} = 4,5 \cdot \sigma_{b_{zul}}$$

nachzuweisen ist.

Wird die Druckfestigkeit des Betons in üblicher Weise an Würfeln von 20 cm Kantenlänge ermittelt, so sind also für z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 60, 80$  oder  $100 \text{ kg/cm}^2$  die bereits S. 26 angeführten Würfelfestigkeiten nachzuweisen, wenn ein 3facher Sicherheitsgrad angestrebt wird.

Liegen erheblich abweichende Würfelfestigkeiten vor, so errechnet sich der jeweils geänderte Sicherheitsgrad genügend genau aus den Gl. 18<sup>1)</sup>.

Wird bei der Ableitung des Sicherheitsgrades von der unter der Bruchlast tatsächlich vorhandenen Prismenfestigkeit des Betons  $\sigma_{p_r}$  ausgegangen, die sich mit Hilfe der tatsächlichen Bruchlast und der durch das Verhältnis  $n$  und den Beiwert  $m$  bestimmten Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen ermitteln läßt, so ergeben sich die jeweiligen Abweichungen  $\lambda$  zwischen dieser Prismenfestigkeit und der zu  $\sigma_{p_r} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w20}$  bzw.  $\frac{2}{3} \cdot \sigma_{w20}$  rechnermäßig abgeleiteten Prismenfestigkeit des Betons, in Hundertteilen ausgedrückt, naturgemäß ebenso groß wie die Ab-

<sup>1)</sup> Bez. des sich aus den D.B. ergebenden unteren Grenzfalles des Sicherheitsgrades vgl. die auch hier zutreffende Fußnote 1, S. 26.

weichungen  $\Delta$  zwischen  $P_{l_{\max}}$  und  $P_{r_{\max}}$ . Da der für die Ermittlung des tatsächlichen Sicherheitsgrades nach Gl. 2 abzuleitende rechnerische Sicherheitsgrad sich wiederum aus den Gl. 18 bestimmt, so ermitteln sich die auf diesem Wege abgeleiteten Sicherheitszahlen bzw. die für die Einhaltung eines bestimmten Sicherheitsgrades nachzuweisenden Würfelfestigkeiten in gleicher Größe wie weiter oben.

Von besonderer Wichtigkeit ist bei hochbeanspruchten umschnürten Säulen die Kenntnis der Abweichung der unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandenen Betondruckspannung von ihrem rechnerischen Wert. Dies ist darauf zurückzuführen, daß es erst mit Kenntnis dieser Abweichung möglich ist, die Frage der Sicherheit gegenüber dem Auftreten von Rissen in der Betonumhüllung außerhalb der Querbewehrung zutreffend zu beurteilen, nachdem diese Risse bekanntlich dann auftreten, wenn der Beton eine Beanspruchung erfährt, die etwa seiner Eigenfestigkeit im unbewehrten Prisma entspricht.

Die Kenntnis der unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandenen Betondruckspannung und die Abweichung von ihrem rechnerischen Wert kann aber auch aus dem S. 35 bei Behandlung der Frage der Knicksicherheit angeführten Grunde erwünscht sein, sowie deshalb, um feststellen zu können, inwieweit mittels der Berechnungsweise mit der Fläche  $F'_s$  nach Gl. 16 der unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandene Spannungszustand erfaßt wird.

Die Abweichungen zwischen rechnerischen und tatsächlichen Betondruckspannungen können z. B. aus den bei den Säulenversuchen der französischen Kommission für Eisenbeton (7) an den umschnürten Säulen Nr. 2 und Nr. 8 unter verschiedenen Belastungsstufen vorgenommenen Stauchungsmessungen abgeleitet werden<sup>1)</sup>. Diese Säulen wiesen bei gleichbleibender Bewehrungsstärke ( $\mu = 1,77\%$ ,  $\mu' = 4,35\%$ ) verschiedene Druckfestigkeiten des verwendeten Betons auf, nämlich  $\sigma_p = 185 \text{ kg/cm}^2$  bei der Säule Nr. 2 und  $\sigma_p = 243 \text{ kg/cm}^2$  bei der Säule Nr. 8. Sie hatten bei 2 m Höhe einen achteckigen Querschnittsumriß mit einem Durchmesser des einbeschriebenen Kreises von 20 cm. Der Kerndurchmesser betrug 18,4 cm. Es ergibt sich also  $F_b = 332 \text{ cm}^2$  und  $F_k = 262 \text{ cm}^2$ . Gleichzeitig mit der Vornahme der Stauchungsmessungen an den bewehrten Säulen wurden auch solche Messungen an unbewehrten Prismen von gleicher Beschaffenheit des Betons wie bei den Säulen durchgeführt.

Tafel 9a enthält für die Säule Nr. 2 eine Gegenüberstellung der unter verschiedenen Belastungsstufen als tatsächlich vorhanden zu bezeichnenden Betondruckspannungen  $\sigma_b$  und der jeweils zugehörigen mittels der Fläche  $F'_s$  aus der Beziehung

$$(17a) \quad P = \sigma_b \cdot F'_s$$

rechnerisch ermittelten Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$ . Dabei leitet sich mit  $\sigma_s = 2300 \text{ kg/cm}^2$   $n = 12,5$  sowie mit  $\sigma_{u_s} = 3000 \text{ kg/cm}^2$   $m = 35$  ab.

Wie aus Tafel 9a hervorgeht, sind die Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$  beträchtlich geringer als  $\sigma_b$ . Die Abweichungen betragen ziemlich gleichbleibend rd. 50%.

<sup>1)</sup> Die deutschen Versuche weisen kein brauchbares Beispiel auf, bei dem für die Herstellung der Säulen hochwertiger Beton von möglichst hoher Druckfestigkeit verwendet wurde. Die in Heft 28 des D. A. f. E. behandelten Versuche kommen als Beispiel deshalb nicht in Betracht, weil sich bei diesen unter gleichen Belastungsstufen die Stauchungen der bewehrten Säulen im Mittel größer ergaben als bei den unbewehrten Säulen.

Im übrigen führt die Auswertung der Stauchungsmessungen, die z. B. Bach und Kleinlogel an Säulen mit  $\sigma_p = 133$  und  $143 \text{ kg/cm}^2$  vornahmen, zu den gleichen Folgerungen wie die Auswertung der Stauchungsmessungen an den Säulen der franz. Kommission f. Eisenbeton. Auch führt die Auswertung der an den übrigen Säulen dieser Kommission vorgenommenen Stauchungsmessungen zu den gleichen Folgerungen wie die Auswertung der Säulen Nr. 2 und Nr. 8.

Aus diesem Grunde ergibt der Spannungsnachweis mittels Gl. 17a ein ganz unzutreffendes Bild über die vorhandene Sicherheit gegenüber dem Auftreten von Rissen in der Betonumhüllung außerhalb der Querbewehrung. Wird z. B. als Gebrauchslast der Säule Nr. 2  $\frac{1}{3}$  der Bruchlast von 152 t zugelassen, also rd. 50 t, so ist unter dieser Last nur eine etwa 1,4fache Sicherheit gegenüber dem Auftreten dieser Risse vorhanden (vgl. auch S. 50), während sich rechnermäßig eine etwa 2,7- bzw. 2,1fache Sicherheit ergibt.

Zu einem ähnlichen Ergebnis führt eine Gegenüberstellung der in Tafel 9b für die Säule Nr. 8 unter verschiedenen Belastungsstufen ermittelten Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$  und  $\sigma_{b_t}$ . Dabei leitet sich mit  $\sigma_s = 2300 \text{ kg/cm}^2$   $n = 9,5$  sowie mit  $\sigma_{u_s} = 3000 \text{ kg/cm}^2$   $m = 25$  ab.

Auch bei dieser Säule unterschreiten die Spannungswerte  $\sigma_{b_r}$  die Werte  $\sigma_{b_t}$ , wenn auch nicht mehr so beträchtlich, so doch immerhin ziemlich gleichbleibend um rd. 40%. Für eine Gebrauchslast von 54,5 t, die etwa  $\frac{1}{3}$  der Bruchlast der Säule Nr. 8 von 164,5 t ausmacht, ist demnach nur eine etwa

1,9fache Sicherheit gegenüber dem Auftreten der Risse in der Betonumhüllung vorhanden (vgl. auch S. 50), während sich rechnermäßig eine etwa 2,7- bzw. 2,2fache Sicherheit ergibt.

Es zeigt sich also, daß die in der Fläche  $F_{i_s}$  berücksichtigte Umschnürungswirkung der Querbewehrung erheblich größer zum Ausdruck kommt, als sie unter der Gebrauchslast in Wirklichkeit vorhanden ist. Wird deshalb der Spannungsnachweis dadurch vereinfacht, daß er wie bei den Säulen mit einfacher Bügelbewehrung lediglich mittels der Fläche

$$(19) \quad F_i = F_b + n \cdot F_e$$

vorgenommen wird, so ermitteln sich, wie Tafel 9 ebenfalls zeigt, Betondruckspannungen  $\overline{\sigma_{b_r}}$ , welche die tatsächlichen Betondruckspannungen im allgemeinen recht zutreffend wiedergeben.

Aus diesem Grunde sollte, besonders wenn es sich um die Ausführung von hochbeanspruchten umschnürten Säulen handelt, neben dem für die Einhaltung einer ausreichenden Bruchsicherheit des Verbundes notwendigen Spannungsnachweis mittels Gl. 17 auch der Spannungsnachweis mittels der vorstehenden Fläche  $F_i$  vorgenommen und mit diesem mindestens eine etwa 1,5fache Sicherheit gegenüber dem Auftreten von Rissen in der Betonumhüllung außerhalb der Querbewehrung nachgewiesen werden.

Tafel 9. Vergleich zwischen rechnermäßigen und tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen von umschnürten Säulen.

Ermittelt aus den Versuchen der franz. Kommission für Eisenbeton. ( $\mu = 1,77\%$ ,  $\mu_s = 4,35\%$ ).

a) Säule Nr. 2 mit  $\sigma_p = 185 \text{ kg/cm}^2$ .

		Betondruckspannungen in $\text{kg/cm}^2$		
P		$\sigma_{b_t}$	$\sigma_{b_r}$ Gl. 17 a mit $n = 12,5$ , $m = 35$	$\overline{\sigma_{b_r}}$ mittels Gl. 19 mit $n = 12,5$
t				
13,6		34,7	18,6	37,7
34		93,9	46,6	94,8
41		115,5	56,2	114
47,6		133	65,2	132,5
54,5		151,4	74,8	152

b) Säule Nr. 8 mit  $\sigma_p = 243 \text{ kg/cm}^2$ .

		Betondruckspannungen in $\text{kg/cm}^2$		
P		$\sigma_{b_t}$	$\sigma_{b_r}$ Gl. 17 a mit $n = 9,5$ , $m = 25$	$\overline{\sigma_{b_r}}$ mittels Gl. 19 mit $n = 9,5$
t				
13,6		37	22,7	36,4
34		97	56,8	90,6
41		117,3	68,4	109,5
47,6		138	79,4	127
54,5		157,5	91	145,5
61,5		176,6	102,8	164,5
68		195,8	113,5	181,5

Von der Vornahme eines solchen Spannungsnachweises kann jedoch abgesehen werden, wenn die Stärke der Umschnürung dadurch nach oben begrenzt wird, daß z. B.

$$(20) \quad F_{i_s} \leq 2 F_b$$

sein muß. Damit wird erreicht, daß die Belastung einer umschnürten Säule höchstens das Doppelte betragen darf wie für eine solche ohne Umschnürung und ohne Längseisen. Dies hat zur Folge, daß mindestens eine halb so große Sicherheit gegenüber dem Auftreten der ersten Risse in der Betonumhüllung vorhanden ist wie gegenüber dem Bruch. Da letztere Sicherheit bei hochbeanspruchten Säulen mindestens eine 3fache sein soll, so wird mit obiger Begrenzung der Umschnürung für solche Säulen mindestens eine 1,5fache Sicherheit gegenüber dem Auftreten dieser Risse erzielt<sup>1)</sup>.

Dies läßt sich z. B. an Hand der vorbehandelten Versuche nachweisen. So ermittelte sich bei der Säule Nr. 8 mit  $n = 9,5$  und  $m = 25$   $F_{i_s} = 600 \text{ cm}^2$  sowie  $2 F_b = 664 \text{ cm}^2$ , womit die Bedingung der Gl. 20 erfüllt ist. Da bei dieser Säule der Beginn der Rißbildung unter einer Belastung von etwa 100 t eintrat, ergibt sich mit einer Gebrauchslast von 54,5 t (vgl. weiter oben) eine 1,9fache Sicherheit gegenüber dieser Rißbildung.

Dagegen ermittelt sich bei der Säule Nr. 2 mit  $n = 12,5$  und  $m = 35$   $F_{i_s} = 725 \text{ cm}^2$  sowie wiederum  $2 F_b = 664 \text{ cm}^2$ , womit die Bedingung der Gl. 20 nicht erfüllt ist. Da bei dieser Säule der Beginn der Rißbildung bereits unter einer Belastung von etwa 70 t eintrat, ergibt sich mit einer Gebrauchslast von rd. 50 t (vgl. weiter oben) nur noch eine etwa 1,4fache Sicherheit gegenüber dieser Rißbildung.

Auf die tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen der Längs- und Querbewehrung der Säulen soll im Hinblick auf die Ausführungen S. 44 nicht weiter eingegangen werden.

#### d) Folgerungen.

Als wichtigstes Ergebnis der Ermittlungen ist anzuführen, daß die aus den Gl. 16

mittels der zu  $\sigma_p = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}}$  bzw.  $\frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$  festgelegten Prismenfestigkeit des Betons so-

wie mittels des zu  $\frac{\sigma_q}{\sigma_p}$  festgelegten Verhältnisses  $n$  und des zu der vorgenannten Prismenfestigkeit zugehörigen Beiwertes  $m$  der Abb. 6 abgeleiteten Bruchlasten mit den tatsächlichen Bruchlasten recht gut übereinstimmen, auch dann, wenn für die Herstellung der Säulen hochwertiger Beton sowie hochwertiger Baustahl verwendet wird. Der beabsichtigte 3fache Sicherheitsgrad ist damit unter der Voraussetzung sorgfältiger Bauausführung auf jeden Fall vorhanden, wenn an Würfeln von 20 cm Kantenlänge eine Betondruckfestigkeit nachgewiesen wird, die, ebenso wie bei den Säulen mit einfacher Bügelbewehrung, etwa dem 4,5fachen Betrag der in Rechnung gestellten zulässigen Betondruckspannung entspricht. Für z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2$  ist somit, bezogen auf eine etwa 28tägige Erhärtungszeit des Betons,  $\sigma_{w_{20}} = \sim 360 \text{ kg/cm}^2$ , für  $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  sogar  $\sigma_{w_{30}} = \sim 450 \text{ kg/cm}^2$  nachzuweisen.

Der Nachweis derart großer Würfelfestigkeiten ist voll berechtigt, nachdem sich bei umschnürten Säulen durch eine Inrechnungstellung von erhöhten zulässigen Betondruckspannungen selbst bei großen Belastungen so kleine Querschnittsabmessungen ergeben können, daß schon durch geringe Ausführungsfehler der beabsichtigte Sicherheitsgrad stark beeinträchtigt werden kann.

<sup>1)</sup> Vgl. auch Mörsch (25), 6. Aufl., S. 223.

So können bei nicht genügendem Stampfen oder Stochern des Betons die auf einen verhältnismäßig kleinen Querschnitt verteilten zahlreichen Bewehrungsseisen der setzenden Bewegung des Betons derart hinderlich sein, daß eine Lockerung des Gefüges und damit eine Minderung der Festigkeit herbeigeführt wird. Auch kann durch unsachgemäßes Stampfen oder Stochern des Betons der Abstand der Ringbügel oder die Ganghöhe der Spiraleisen ungleich werden.

Die mittels Gl. 17a abgeleiteten Betondruckspannungen ergaben sich für Beton mit  $\sigma_p = 185$  und  $243 \text{ kg/cm}^2$  erheblich geringer als die tatsächlichen Betondruckspannungen. Wird der Spannungsnachweis jedoch mittels der Fläche der Gl. 19 vorgenommen, so errechnen sich Betondruckspannungen, die mit den tatsächlichen Betondruckspannungen recht gut übereinstimmen.

Von besonderer Bedeutung für die Tragfähigkeit der Säulen ist die Umschnürungswirkung der Querbewehrung. Diese ergab sich als veränderlich, und zwar wird sie mit zunehmender Prismenfähigkeit des Betons rasch geringer. Mit zunehmender Streckgrenze wird sie jedoch größer. Für Säulen aus hoch- oder höchstwertigem Beton kommt deshalb zur Erzielung einer besseren Umschnürungswirkung der Querbewehrung in erster Linie die Verwendung von hochwertigem Baustahl in Betracht. Dabei ist jedoch kein zu dünner Stahldraht zu verwenden, da wegen der geringen Scherfestigkeit des Betons bei einer zu starken Anspannung der Umschnürung sich der Stahldraht im Beton einschneiden kann, womit die Umschnürungswirkung der Querbewehrung natürlich verloren geht.

Da für hochbeanspruchte umschnürte Säulen die Sicherheit gegenüber dem Auftreten der ersten Risse in der Betonumhüllung außerhalb der Querbewehrung recht gering ausfallen kann, ergibt sich die Notwendigkeit, diese Sicherheit nach unten zu begrenzen. Eine mindestens 1,5fache Sicherheit läßt sich erzielen, wenn die Bedingung der Gl. 20 eingehalten wird.

## 2. Säulen mit Knickgefahr.

Der Hauptvorteil der umschnürten Säulen besteht bekanntlich in der außerordentlich großen Tragfähigkeit bei geringen Querschnittsabmessungen. Deshalb erscheint bei gleichbleibender Gebrauchslast und gleichbleibenden zulässigen Beanspruchungen die Knicksicherheit derartiger Säulen gegenüber jenen mit einfacher Bügelbewehrung erheblich vermindert. Dies ist jedoch nicht der Fall, wie nachstehende Ermittlungen zeigen.

Wird das Schlankheitsverhältnis  $\lambda$  in Beziehung gebracht zur Säulenhöhe  $l$  und zum Krümmungsdurchmesser  $D$  der Querbewehrungsseisen, so ermittelt sich mit

$$J_k = \frac{\pi \cdot D^4}{64}, \quad F_k = \frac{\pi \cdot D^2}{4}, \quad i = \frac{D}{4}$$

der Beiwert  $\alpha_2$  der Gleichung

$$(21) \quad \lambda = \alpha_2 \cdot \frac{l}{D}$$

zu  $\alpha_2 = 4,0$ , und als untere Schlankheitsgrenze ergibt sich aus Abb. 4

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{D} = 24,0, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{D} = 21,8,$$

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{D} = 19,1, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{D} = 18,1 \quad \text{und}$$

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{D} = 17,7.$$

Diese Verhältniszahlen unterschreiten demnach die für quadratische und rechteckige Säulen mit einfacher Bügelbewehrung ermittelten Verhältniszahlen (vgl. S. 38) nur wenig. Sie sind durchweg erheblich größer wie die in den D.B. (§ 27, Tafel II) mit  $\frac{l}{D} = 13$  als untere Schlankheitsgrenze vorgeschriebene Verhältniszahl.

Da nach den D.B. die obere Schlankheitsgrenze mit  $\frac{l}{D} = 25$  vorgeschrieben ist, so verringern sich damit nach Abb. 4 für  $\lambda = 100$  die vorstehend angeführten Beanspruchungen  $\sigma_{b_{zul}}$  auf  $\sigma_{k_{zul}} = 34,6, 40,0, 48,8, 61,3$  und  $75,0 \text{ kg/cm}^2$ .

Die durch die vorgeschriebene obere Schlankheitsgrenze bewirkte Abnahme der zulässigen Betondruckspannung schwankt demnach für  $\sigma_{b_{zul}} = 35$  bis  $100 \text{ kg/cm}^2$  zwischen 1 und 25 %.

Wird dagegen wie bei den Säulen mit einfacher Bügelbewehrung die obere Schlankheitsgrenze auf  $\lambda = 140$  bzw.  $\frac{l}{D} = 35$  erhöht, so verringern sich die vorgenannten Knickspannungen auf die S. 39 angeführten Werte für  $\sigma_{k_{zul}}$ .

Damit schwankt die durch die Erhöhung der oberen Schlankheitsgrenze bewirkte Abnahme der zulässigen Betondruckspannung für  $\sigma_{b_{zul}} = 35$  bis  $100 \text{ kg/cm}^2$  zwischen 30 und 50 %.

Werden bei der Umrechnung von  $\lambda$  auf  $\frac{l}{D}$  die nahe am Umfang auf einer Kreislinie verteilten Eiseneinlagen berücksichtigt, so errechnet sich der Beiwert  $\alpha_2$  der Gl. 21 bei einer

Gesamtbewehrung $\mu = 0,8 \%$	3 %
mit $n = 15$ zu $\alpha_2 = 3,90$	3,76
mit $n = 10$ zu $\alpha_2 = 3,97$	3,80.

Bei Berücksichtigung der Eiseneinlagen ändert sich der für unbewehrte Querschnitte abgeleitete Beiwert  $\alpha_2 = 4,0$  demnach so geringfügig, daß bei den weiteren Ermittlungen die Eiseneinlagen vernachlässigt werden können.

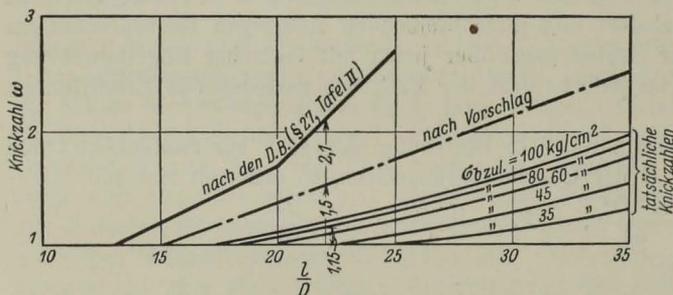


Abb. 8. Vergleich zwischen vorgeschriebenen und tatsächlichen Knickzahlen  $\omega$  in Abhängigkeit von  $\frac{l}{D}$  und  $\sigma_{b_{zul}}$  bei umschnürten Säulen.

außerdem noch in Form einer besonders gekennzeichneten Schaulinie die in den D.B. (§ 27, Tafel II) vorgeschriebenen Knickzahlen.

Wie aus Abb. 8 ersichtlich ist, weichen die tatsächlichen Knickzahlen von den vorgeschriebenen Knickzahlen, selbst wenn  $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  in Betracht gezogen

In Abb. 8 sind in Form von Schaulinien die beim Überschreiten der unteren Schlankheitsgrenze sich aus Abb. 4 ergebenden tatsächlichen Knickzahlen  $\omega$  in Abhängigkeit vom Schlankheitsverhältnis  $\frac{l}{D}$  und den aus dieser Abbildung ersichtlichen zulässigen Betondruckspannungen dargestellt. Zu Vergleichszwecken enthält die Abb. 8

wird, wiederum ganz beträchtlich ab. Es wird deshalb vorgeschlagen, die vorgeschriebenen Knickzahlen wenigstens dahingehend abzuändern, daß sie von  $\frac{l}{D} = 15$  mit  $\omega = 1$  bis  $\frac{l}{D} = 35$  mit  $\omega = 2,5$  geradlinig zunehmen.

Mit einer derartigen Zunahme der Knickzahlen wird immer noch eine reichliche Sicherheit gegenüber der Gefahr des Ausknickens erzielt.

Dies läßt sich versuchsmäßig — allerdings nur an einem Beispiel — nachweisen, nachdem sich unter den von der französischen Kommission für Eisenbeton geprüften Säulen eine umschnürte Säule befand, die ausknickte [vgl. (7) S. 297 oder (13) S. 415]. Diese Säule hatte den S. 48 beschriebenen Querschnitt, 4 m Höhe, sowie eine Bewehrungsstärke von  $\mu = 1,13\%$  und  $\mu' = 1,35\%$ . Mit  $D = 18,4$  cm errechnet sich  $\frac{l}{D} = 22$ . Die Prismenfestigkeit des Betons betrug  $\sigma_p = 243$  kg/cm<sup>2</sup>. Die Knicklast ergab sich mit 101,5 t.

Rechnungsmäßig ermittelt sich für diese Säule mit  $n = 12$ ,  $m = 25$  und  $\sigma_{b,zul} = 80$  kg/cm<sup>2</sup> sowie mit der vorgeschlagenen Knickzahl  $\omega = 1,5$  (vgl. Abb. 8) eine zulässige Gebrauchslast von 21 t, also ein 4,8facher Sicherheitsgrad. Mit der tatsächlichen Knickzahl  $\omega = 1,15$  ermittelt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 27 t, also ein 3,8facher Sicherheitsgrad<sup>1)</sup>.

Wird mit der in den D. B. vorgeschriebenen Knickzahl  $\omega = 2,1$  gerechnet, so ergibt sich eine zulässige Gebrauchslast von nur 15 t, also ein 6,8facher Sicherheitsgrad. Der beabsichtigte 3fache Sicherheitsgrad wird demnach ganz beträchtlich überschritten.

## B. Der durch eine Druckkraft außermittig belastete Eisenbetonquerschnitt.

### a) Säulen mit einfacher Bügelbewehrung.

#### 1. Säulen ohne Knickgefahr.

##### α) Allgemeines.

Für die Ableitung des Sicherheitsgrades von hochbeanspruchten, durch eine Druckkraft außermittig belasteten Säulen mit einfacher Bügelbewehrung ist streng zwischen geringerer und größerer Außermittigkeit der Druckkraft zu unterscheiden. Im ersten Falle geht die Zerstörung des Verbundes von der Druckzone des Querschnittes aus, indem der Beton zerdrückt und die Quetschgrenze der in der Druckzone befindlichen Eiseneinlagen überschritten wird. Im letzten Falle dagegen geht bei geringerer Bewehrungsstärke die Zerstörung des Verbundes von der Zugzone des Querschnittes aus, indem die Streckgrenze der dort befindlichen Eiseneinlagen überschritten wird. Bei größerer Bewehrungsstärke kann der Beton in der Druckzone zerstört werden, bevor die Streckgrenze der Eiseneinlagen in der Zugzone erreicht wird.

Für die Ableitung der Tragfähigkeit der Säulen bei geringerer, noch näher zu begrenzender Außermittigkeit der Druckkraft kommt bekanntlich

<sup>1)</sup> Bei dieser Säule wurde also der beabsichtigte 3fache Sicherheitsgrad nicht unerheblich überschritten. Dies ist zweifellos darauf zurückzuführen, daß sich wegen Fehlens von kugelförmig gelagerten Druckplatten in der Prüfungsmaschine die Enden der Säulen während des Versuches nicht drehen konnten, was eine Verringerung der freien Knicklänge und damit eine Erhöhung des unter Berücksichtigung der vollen Säulenhöhe abgeleiteten Sicherheitsgrades zur Folge hat.